# Astrophysical Analogies:

From Quasars to Pulsars

# Podobnosti v astrofyzice:

Od kvazarů k pulzarům

This volume contains study materials in English and Czech. The text was prepared in the framework of lecture notes on astrophysics at the Astronomical Institute, Charles University Prague. Supplementary information, colour illustrations and updates are available on the *World Wide Web.*

Tento spis obsahuje studijní materiály v anglickém a českém jazyce. Text vznikl na Astronomickém ústavu Univerzity Karlovy v Praze, a to v rámci přípravy poznámek k přednáškám z astrofyziky. Doplňující informace, barevné ilustrace a novinky jsou dostupné pomocí *World-Wide-Web.*

*Language is only the instrument of science, and words are but signs of ideas.*

Samuel Johnson

# Preface

Laymen interested in astronomy are, quite naturally, fascinated by unimaginably huge scales of time and the distances which can be found on each step of this science discipline. But professional astronomers also are so attracted by their research that they devote most of their time and thoughts to studies of cosmic phenomena. After a more careful look one quickly realizes that "large" and "small" have only a relative meaning in astronomy. Extremely distant, dense, or fast-moving objects may appear rather unusual from the viewpoint of our everyday limited experience but this does not exclude their possible existence. On the contrary, the non-existence of certain theoreticaly predicted objects or phenomena would be even more puzzling. But we wish to stress still another, more subtle mystery which one meets when properties of seemingly different and unrelated objects are explored in greater detail. It is scaling. An appropriate change of the scale by many orders of magnitude can bring us from one type of object to another. This fact has been extensively investigated in the cosmological context of the large-scale structure of the Universe which is created by thousands of galaxies.

Our present text is focused on several selected astrophysical topics. Similarities and differences among powerful active galactic nuclei, as for example quasars, are discussed. Later, these extragalac-

# Předmluva

Nezasvěcení zájemci o astronomii bývají, vcelku pochopitelně, unešeni nepředstavitelně obrovskými škálami času a délek, s nimiž se lze v tomto vědním oboru setkat na každém kroku. Avšak i profesionální astronomové jsou svým bádáním natolik zaujati, že většinu svého času a myšlenek věnují studiu vesmírných dějů. Při pozornějším pohledu si rychle uvědomíme, že „velké“ a „malé“ mají v astronomii pouze relativní význam. Nesmírně vzdálené, husté nebo rychle se pohybující objekty se mohou zdát značně neobvyklými z hlediska naší každodenní, omezené zkušenosti, avšak to nijak nevylučuje jejich možnou existenci. Ukazuje se, že naopak nepřítomnost určitých teoreticky předpovězených objektů či jevů by znamenala mnohem větší záhadu. Chceme však zdůraznit ještě jinou, jemnější pozoruhodnost, na niž narážíme při podrobnějším zkoumání zdánlivě odlišných a spolu nesouvisejících objektů. Jde o škálování. Vhodná změna měřítka o mnoho řádů nás může přivést od jednoho druhu objektů k docela jinému. Tato skutečnost se rozsáhle rozebírá v kosmologických souvislostech velkorozměrové struktury vesmíru, již tvoří tisíce galaxií.

V našem textu se zaměříme na několik vybraných oblastí astrofyziky. Probereme podobnosti a odlišnosti mezi mohutnými aktivními galaktickými objekty, jakými jsou například kvazary. V daltic objects are contrasted to objects on much smaller stellar scales, e.g. pulsars, with which they share some properties. Our subject belongs by tradition to the sphere of high-energy astrophysics but we wish to emphasize the importance of exploration within the context of all available evidence. It has been realized during recent decades of astrophysical research that neglect of information from some wavebands often causes dangerously misleading conclusions about the object under investigation. The traditional division according to characteristic energy or wavelength is not always useful and meaningful. In other words, fictitious boundaries of high- and low-energy astronomy are often rather smooth. Even those objects and effects which belong to the domain of high energy by their nature must also be studied at low energy if our understanding is to be as complete as possible. In this context, analogies between emission-line spectra of active galactic nuclei and gaseous nebulae in the Galaxy are particularly evident, indicating that physical processes in these otherwise distinct objects are related.

The text starts by discussing active galactic nuclei. The authors support the opinion that observational evidence is primary in astrophysics, as in other branches of physics. Relevant observational facts are thus discussed in the introductory part. Subsequent sections are devoted to more theoretical considerations, in particular the accretion process (Part II) and its applications at different scales, magnetohydrodynamic effects and various electromagnetic processes with particles (Part III). The remarkable phenomenon of cosmic jets is the subject of Part IV.

ším porovnáme tyto extragalaktické zdroje s objekty na mnohem menších, hvězdných škálách, např. pulzary, jež s nimi sdílejí některé společné vlastnosti. Naše téma se tradičně řadí do astrofyziky vysokých energií, ale my bychom si přáli zdůraznit význam výzkumu ve společném kontextu všech dostupných údajů. Jedním z výsledků posledních desetiletí astrofyzikálního výzkumu je poznání, jak nebezpečně zavádějící závěry mohou o studovaném objektu vzniknout, když se nedbá na informace z některého oboru vlnových délek. Tradiční rozdělování podle charakteristické energie nebo vlnové délky není vždy užitečné a smysluplné. Vyjádřeno jinými slovy, pomyslné hranice, vymezující astronomii vysokých energií od astronomie nízkých energií, bývají mnohdy velice nezřetelné, a i ty objekty a jevy, jež svou podstatou náleží do vysokoenergetického oboru, je třeba studovat též v oblasti nízkých energií, má-li být naše porozumění co nejúplnější. V této souvislosti je obzvlášť patrná podobnost emisních spekter aktivních galaktických jader a plynných mlhovin uvnitř Galaxie, svědčící o příbuzných fyzikálních podmínkách v těchto jinak zcela rozličných objektech.

Předložený text začíná diskuzí o aktivních galaktických jádrech. Autoři zastávají názor, že poznatky z pozorování jsou základem astrofyziky, tak jako je tomu i v ostatních částech fyziky. Z toho důvodu je příslušným pozorovacím skutečnostem věnována úvodní část. Následující části se věnují teoretičtějším úvahám, jmenovitě akrečnímu procesu (Část II) a jeho aplikacím na rozličných škálách, magnetohydrodynamickým jevům a různým elektromagnetickým částicovým procesům (Část III). Pozoruhodné kosmické výtrysky jsou námětem Části IV.

These notes have been based on lectures for undergraduate students of astronomy and astrophysics at the Astronomical Institute of Charles University Prague. The level of explanations stands in between elementary physics textbooks and more advanced treatments on specialized astrophysical topics. We would like to help our readers accomplish a step to this higher level of professional articles and communications. Basic processes which involve high energy particles in the cosmic environment are described and explained. Applications to both extragalactic, presumably very distant and massive cosmic sources, and to stellar-mass objects in the Galaxy are discussed. The aim of these lectures is to provide an introduction to the subject rather than a complete treatment of the problem. Knowledge of the introductory physics courses at the university level is our only assumption.

Numerous important topics have not been included in the text and the interested reader is referred to the relevant literature. We have supplemented the contents with references to more specialized topics, and the bibliography which is recommended for further reading. However, this text is not a review article and we have not intended to give a complete list of literature. Instead only selected contributions that make location of other works easier are presented. Besides these, some older discovery works with particular relevance for the history are also mentioned.

Researchers in this field use a lot of specialized terminology and acronyms which are uncommon in other areas of physics and for which no translation to

Základem těchto skript byly přednášky, určené studentům astronomie a astrofyziky na Astronomickém ústavu Univerzity Karlovy v Praze. Úroveň výkladu jsme zvolili na pomezí základních učebnic fyziky a pokročilejších pojednání na úzce zaměřená astrofyzikální témata. Chtěli bychom našim čtenářům usnadnit krok k této vyšší úrovni odborných článků a sdělení. Ve skriptech jsou popsány a vysvětleny nejdůležitější procesy ovlivňující vysokoenergetické částice v kosmickém prostředí. Zkoumané procesy se uplatňují jak v extragalaktických, patrně nesmírně vzdálených a hmotných kosmických zdrojích, tak i v některých objektech se stelárními hmotnostmi uvnitř Galaxie. Cílem přednášek je úvod do tématu, nikoli jeho vyčerpávající přehled. Jediným naším předpokladem je znalost úvodního kursu fyziky na univerzitní úrovni.

Četná, byť důležitá témata nejsou v textu uvedena a čtenář s hlubším zájmem o studovanou problematiku by se měl obrátit na příslušnou literaturu. Obsah jsme doplnili citacemi prací na specializované náměty a bibliografií doporučené literatury. Tento text však nemá být přehledovým článkem, a neměli jsme proto v úmyslu sestavit úplný seznam literatury. Namísto toho uvádíme pouze vybrané příspěvky, které usnadňují vyhledání dalších prací. Kromě nich jsou zmíněny též některé starší objevitelské práce, které jsou obzvláště zajímavé z historického hlediska.

Odborníci používají v tomto oboru specializované názvosloví a zkratky, které nejsou obvyklé v ostatních oblastech fyziky a pro něž nebyl dosud zaveden rovno-the Czech language has been adopted. For this reason, the English and the Czech versions of the text are both presented and an enthusiast can learn physics and the relevant terminology simultaneously. Textual parts of the two versions are assumed to express equivalent ideas though they need not always be completely identical from the grammatical viewpoint. Should we force the language the text would be unacceptably rigid and unnatural. Nevertheless, it is the language of mathematics which appears common to all. The reader will surely appreciate, as the author did, that the uniform look of all formulae accompanies the entire volume!

The author acknowledges support during work on this text from the Grant Agency of Charles University in Prague (ref. 229/1996) and from Wenner-Gren Center Foundation in Göteborg.

cenný překlad do českého jazyka. Z tohoto důvodu uvádíme text v české i anglické podobě, takže se zájemce může poučit o fyzice i patřičné terminologii zároveň. Textová část má v obou verzích vyjadřovat stejné myšlenky, i když z gramatického hlediska nemusí být tyto dvě formy vždy zcela přesně totožné. Text by byl nepřijatelně tuhý a nepřirozený, kdybychom se snažili jazyk znásilňovat. Nicméně, jazyk matematiky je právě tím, jenž se jeví všem společný. Čtenáři nepochybně ocení, tak jako to ocenil i autor, že pouze jediná podoba veškerých vzorců doprovází celý tento spis!

Autor děkuje Grantové agentuře Univerzity Karlovy v Praze (ref. 229/1996) and Wennerově-Grenově nadaci v Göteborgu za podporu během práce na tomto textu.

# Contents/Obsah


I Active galactic nuclei/Aktivní galaktická jádra 1

1 Classification/Třídění 2

2 Observational facts/Poznatky z pozorování 15
2.1 Continuum emission/Záření v kontinuu . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 15
2.2 Emission lines/Emisní čáry . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 18
2.3 Absorption lines/Absorpční čáry . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 24
2.4 Surveys of AGN/Přehlídky aktivních galaktických jader . . . . . . . . . . . 27
2.5 Characteristic scales/Charakteristické škály . . . . . . . . . . . . . . . . . . 34

II The accretion process/Akreční proces 37

3 Astrophysical fluids/Astrofyzikální tekutiny 38
3.1 General considerations/Obecné úvahy . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 38
3.2 Basic equations of fluid dynamics/Základní rovnice dynamiky tekutin . . . 45

4 Steady accretion/Ustálená akrece 50
4.1 Spherically symmetric accretion/Sféricky symetrická akrece . . . . . . . . . 51
4.2 Accretion onto a moving object/Akrece na pohybující se objekt . . . . . . 57
4.3 Disk accretion/Disková akrece . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 61
4.4 The thin disk model/Model tenkého disku . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 68
4.5 The boundary layer/Okrajová vrstva . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 76
4.6 Emission spectra/Emisní spektra . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 80
4.7 Accretion onto black holes/Akrece na černé díry . . . . . . . . . . . . . . . 85
4.8 High accretion rates/Vysoká míra akrece . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 95

5 * Further considerations/Další úvahy 103
5.1 Twisted disks/Zkroucené disky . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 105
5.2 Ion-pressure-supported tori/Tory udržované tlakem iontů . . . . . . . . . . 110
5.3 Massive stars/Mohutné hvězdy . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 111
5.4 Conclusions of the disk theory/Závěry z teorie disků . . . . . . . . . . . . . 112

III Cosmic electrodynamics/Kosmická elektrodynamika 115

6 Assumptions/Předpoklady 115

6.1 Force-free fields/Bezsilová pole . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 117
6.2 Axisymmetric MHD flows/MHD toky s osovou souměrností . . . . . . . . . 119
6.3 Motion of the guiding center/Pohyb gyračního středu . . . . . . . . . . . . 124

**7 Radio pulsars/Rádiové pulzary 127**
7.1 Observational properties/Observační vlastnosti . . . . . . . . . . . . . . . . 128
7.2 The aligned rotator/Vyrovnaný rotátor . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 131
7.3 The standard pulsar model/Standardní model pulzaru . . . . . . . . . . . . 132
7.4 Consequences and controversies/Důsledky a rozpory . . . . . . . . . . . . . 134

**8 Magnetized disks/Magnetizované disky 137**
8.1 Assumptions/Předpoklady . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 137
8.2 Basic relations/Základní vztahy . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 138
8.3 Energy release/Uvolnění energie . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 139

**9 * MHD in general relativity/MHD v obecné relativitě 140**
9.1 Basic equations/Základní rovnice . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 140
9.2 Stream functions/Proudové funkce . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 142
9.3 A magnetized disk and a black hole/Magnetizovaný disk a černá díra . . . 146

**10 Radiation processes in continuum/Zářivé procesy v kontinuu 146**
10.1 Magnetic bremsstrahlung/Magnetické brzdné záření . . . . . . . . . . . . . 149
10.2 Synchrotron spectra/Synchrotronová spektra . . . . . . . . . . . . . . . . . 154
10.3 The Compton scattering/Comptonův rozptyl . . . . . . . . . . . . . . . . . . 161
10.4 Inverse Compton scattering/Inverzní Comptonův rozptyl . . . . . . . . . . 165
10.5 Zel'dovich-Sunyaev effect/Zeldovičův-Sunyaevův jev . . . . . . . . . . . . . 168

**IV Astrophysical jets/Astrofyzikální výtrysky 172**

**11 Observational facts/Poznatky z pozorování 172**

**12 Physical processes in jets/Fyzikální procesy ve výtryscích 176**
12.1 Jet formation/Vznik výtrysků . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 177
12.2 Particle acceleration/Urychlování částic . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 179
12.3 Superluminal motion/Nadsvětelný pohyb . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 182
12.4 One-sided jets/Jednostranné výtrysky . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 188

**V Appendix/Dodatek 192**

**A Notes on the Lorentz transformation/Poznámky k Lorentzově transfor-**

**maci** **192**

**B Unipolar induction/Unipolární indukce** **195**

**C Rotating fluids/Rotující tekutiny** **199**

**D Photons near a black hole/Fotony blízko černé díry** **201**

**Concluding remarks/Závěrečné poznámky** **204**

**Further Reading/Doporučená literatura** **206**

* Asterisk identifies chapters that can be skipped on the first reading. These chapters discuss supplementary topics and they can thus be studied later.

* Hvězdička označuje kapitoly, které lze při prvním čtení vynechat. V těchto kapitolách se diskutují rozšiřující témata, a lze je proto studovat později.

## Part I/Část I

# Active galactic nuclei/Aktivní galaktická jádra

*"We actually made a map of the country, on the scale of a mile to mile!" "Have you used it much?" I enquired. "It has never been spread out, yet," said Mein Herr: "the farmers objected: they said it would cover the whole country, and shut out the sunlight! So we now use the country itself, as its own map, and I assure you it does nearly as well."*

Lewis Carroll

Extragalactic astronomy does not have as long history as other, more conventional branches of this discipline. This fact is naturally related to the necessity of more advanced observational techniques and instruments. Extragalactic research stems from famous findings of V. Slipher, E. Hubble, H. D. Curtis and other astronomers[1] who discovered that dim nebulae are actually distant galaxies similar to our own, and that they are moving away from us at very high speed. Nowadays, the attention of extragalactic astronomers is attracted by active galaxies and similar objects with various extreme properties. These objects promise to reveal a lot of new information about the origin and evolution of galaxies and the Universe as whole.

First, we briefly summarize the most important observational evidence of the astronomy of active galaxies. Theoretical models which attempt to explain the facts are only mentioned and they will be treated more deeply in subsequent parts.

Extragalaktická astronomie nemá tak dlouhou tradici, jako běžnější odvětví této vědní disciplíny. Tato skutečnost je přirozeně dána potřebou pokročilejších pozorovacích postupů a přístrojů. Extragalaktický výzkum vyrůstá z proslulých objevů V. Sliphera, E. Hubbla, H. D. Curtise a četných dalších astronomů,[1] kteří zjistili, že slabé mlhoviny jsou ve skutečnosti dalekými galaxiemi, vzdalujícími se od nás vysokou rychlostí. Značnou pozornost astronomů, zabývajících se extragalaktickou astronomií, dnes přitahují zejména aktivní galaxie a jim podobné objekty s rozličnými extrémními vlastnostmi. Je tomu tak proto, že tyto objekty slibují poodhalit řadu nových poznatků o vzniku a vývoji galaxií i o vesmíru jako celku.

Nejprve stručně shrneme nejdůležitější pozorovatelské poznatky z astronomie aktivních galaxií. O teoretických modelech, které se snaží fakta vysvětlit, se zde jenom zmíníme, a podrobněji je probereme v částech následujících.

---

[1] Mihalas, D., & Binney, J. 1981, *Galactic Astronomy* (W. H. Freeman and Company, San Francisco).

# 1 Classification/Třídění

Astronomical literature defines several classes of active galactic nuclei (AGN) and related objects. Here we do not present a historical account of observational results and models connected with these objects but we suggest that the reader should find and read some of the discovery works,[2] early scientific contributions,[3] enlightening review articles[4] and unconventional views[5] which reflect the evolution of our ideas.

V astronomické literatuře se zavádí několik tříd aktivních galaktických jader. Neuvádíme zde historický přehled jednotlivých pozorovacích výsledků a modelů spojených s těmito objekty, ale doporučujeme čtenáři vyhledat a přečíst si některé z objevitelských prací,[2] raných odborných příspěvků,[3] poučných přehledových článků,[4] a nekonvenčních pohledů,[5] které odrážejí vývoj našich názorů.

From the observer's viewpoint, AGNs are distinguished by their optical morphology, spectrum, luminosity (radiative power) and temporal variability. It should be stressed, however, that no strict distinction between active galaxies and "normal" galaxies exists.[6] Even the most frequent quiet galaxies show some indistinct features of enhanced activity. And there is the very interesting, yet unsolved question of the changes in activity during galaxy evolution: What portion of galaxies has undergone a stage of intense activity?

Z hlediska pozorovatele se aktivní galaktická jádra odlišují podle svého optického vzhledu, spektra, luminozity (zářivého výkonu) a časové proměnnosti. Je ovšem potřeba zdůraznit, že neexistuje žádné jednoznačné rozlišení galaxií aktivních a galaxií „normálních“.[6] Rovněž klidné galaxie, jichž je většina, vykazují alespoň některé, méně zřetelné rysy zvýšené aktivity. A tak se nabízí velmi zajímavá, dosud nerozřešená otázka změn galaktické činnosti v průběhu vývoje: Jaký díl všech galaxií prošel údobím silné aktivity?

Nevertheless, we will now stick to currently accepted, provisional criteria and list the main conditions which should be

Nyní se ovšem přidržíme běžně přijímaných, prozatímních kriterií a sepíšeme si hlavní podmínky, které by měl daný ex-

[2] Hazard, C., Mackey, M. B., & Shimmins, A. J. 1963, «Investigation of the radio source 3C 273 by the method of lunar occultations», Nature 197, 1037;
Schmidt, M. 1963, «3C 273: A star-like object with a large redshift», Nature 197, 1040;
Seyfert, C. K. 1943, «Nuclear emission in spiral nebulae», ApJ 97, 28.
[3] Douglas, K. N., Robinson, I., Schild, A., et al. (eds.) 1969, *Quasars and High-Energy Astronomy* (Gordon and Breach, Science Publishers, New York).
[4] Blandford, R. D. 1987, «Astrophysical Black Holes», in *Three Hundred Years of Gravitation*, Hawking, S. W., & Israel, W. (eds.) (Cambridge University Press, Cambridge), p. 277;
Courvoisier, T. J.-L., & Robson, E. I. 1991, «The Quasar 3C 273», Scientific American 264, No. 6, 24;
Sciama, D. W. 1966, «Quasars and cosmology», New Scientist, January 6, 16.
[5] Arp, H. 1987, *Quasars, Redshifts and Controversies* (Interstellar Media, Berkley).
[6] Sérsic, J. L. 1982, *Extragalactic Astronomy* (D. Reidel Publishing Company, Dordrecht).

fulfilled in order to include the given extragalactic object in the category of active galactic nuclei and related objects:[7]

• Radiation of the object is strongly dominated by its compact nucleus.

• Strong nuclear continuum emission.

• Nuclear emission lines are excited by a non-stellar continuum radiation, or some other process in addition.

• Continuum and emission lines are evidently variable.

Bolometric luminosity (total radiative power output) falls typically in the range $L_{\rm bol} \approx (10^{42}\text{–}10^{47})$ erg/s (1 erg/s $= 10^{-7}$ W). The given upper limit corresponds to the conversion of two solar masses per year into radiation energy, or, equivalently, to the energy output of about $10^7$ young, hot O-type stars contained in a volume of about $10^{-6}$ pc$^3$. These objects produce $L_{\rm H\,\alpha} \approx (10^{39}\text{–}10^{44})$ erg/s in strong emission lines, mainly in hydrogen lines (with the exception of BL Lacertae objects; see below).

For the purposes of classification, active galaxies are usually grouped into sev-

tragalaktický objekt splňovat, aby byl zařazen mezi aktivní galaktická jádra či podobné objekty:[7]

• K záření objektu přispívá zejména jeho kompaktní, hutné jádro.

• Významné je záření jádra v kontinuu.

• Emisní čáry jádra jsou vybuzeny zářením kontinua, které nemá charakter hvězdného záření, nebo ještě nějakým jiným procesem.

• Kontinuum a emisní čáry jsou zjevně proměnné.

Bolometrická luminozita (celkový zářivý výkon) se běžně pohybuje v rozsahu $L_{\rm bol} \approx (10^{42}\text{–}10^{47})$ erg/s. (1 erg/s $= 10^{-7}$ W). Uvedená horní mez odpovídá přeměně dvou slunečních hmotností na energii záření ročně, či jinak vyjádřeno, energetickému výkonu přibližně $10^7$ mladých, horkých hvězd typu O, obsažených v objemu asi $10^{-6}$ pc$^3$. V silných emisních čarách, především v čarách vodíku (s výjimkou objektů typu BL Lacertae; viz níže), vydávají tyto objekty $L_{\rm H\,\alpha} \approx (10^{39}\text{–}10^{44})$ erg/s.

Za účelem třídění se aktivní galaxie obvykle sdružují do několika skupin:[8]

---

[7] Antonucci, R. 1993, «Unified models for active galactic nuclei and quasars», ARA&A 31, 473;
Miller, J. S. (ed.) 1985, *Astrophysics of Active Galaxies and Quasistellar Objects*, Proceedings of the 7th Santa Cruz Workshop (Oxford University Press, Oxford);
Swarup, G., & Kapahi, V. K. (eds.) 1986, *Quasars*, Proceedings of the IAU Symposium No. 119 (D. Reidel Publishing Company, Dordrecht);
Osterbrock, D. E., & Miller, J. S. (eds.) 1989, *Active Galactic Nuclei*, Proceedings of the IAU Symposium No. 134 (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht);
Urry, C. M., & Padovani, P. 1995, «Unified schemes for radio-loud active galactic nuclei», PASP 107, 803;
Weedman, D. W. 1986, *Quasar Astronomy* (Cambridge University Press, Cambridge);
Woltjer, L. 1990, «Phenomenology of active galactic nuclei», in *Active Galactic Nuclei*, T. J.-L. Courvoisier, & M. Mayor (eds.) (Springer-Verlag, Berlin), p. 1.

eral categories:[8]

• *Radio Galaxies (RGs).* These galaxies are usually identified with luminous ellipticals.[9] They are often associated with large radio-emitting structures which extend up to distances of the order of (10–1000) kpc from the core. Extended radio structures[10] have typically a form of two well-separated lobes with a compact source[11] between them. The compact source coincides with an active galactic nucleus or a quasar (we will talk about quasars later on).

• *Rádiové galaxie.* Tyto galaxie se obvykle ztotožňují se zářivými eliptickými galaxiemi.[9] Bývají spojeny s rozlehlými útvary, vyzařujícími rádiové záření a dosahujícími až do vzdáleností řádu (10–1000) kpc od jádra. Rozsáhlé rádiové struktury[10] mají obvykle podobu dvou vzdálených laloků s kompaktním zdrojem[11] uprostřed. Kompaktní zdroj se ztotožňuje s aktivním jádrem galaxie či kvazarem (o těch bude řeč později).

Radio galaxies are further subclassified as *Weak Radio Galaxies (WRGs)* ($L_{1.4\,\mathrm{GHz}} \lesssim 10^{25}\,\mathrm{W/Hz}$) and *Powerful Radio Galaxies (PRGs)* ($L_{1.4\,\mathrm{GHz}} \gtrsim 10^{25}\,\mathrm{W/Hz}$), respectively.[12] The spectrum of WRGs has a power-law form in the radio band. It is usually steep ($\alpha_s \gtrsim 0.4$);[13] PRGs have a flat spectrum ($\alpha_s \lesssim 0.4$) around 1 GHz. WRGs frequently have a complex structure of radio-emission regions, while PRGs are usually associated with double radio-sources.

Rádiové galaxie se dále rozdělují na *slabé rádiové galaxie* ($L_{1,4\,\mathrm{GHz}} \lesssim 10^{25}\,\mathrm{W/Hz}$) a *mohutné rádiové galaxie* ($L_{1,4\,\mathrm{GHz}} \gtrsim 10^{25}\,\mathrm{W/Hz}$).[14] Spektrum slabých rádiových galaxií má v rádiovém oboru mocninný průběh a obvykle je tzv. strmé ($\alpha_s \gtrsim 0,4$);[15] Mohutné rádiové galaxie mívají ploché spektrum ($\alpha_s \lesssim 0,4$) kolem 1 GHz. Slabé rádiové galaxie mívají mnohdy složitou strukturu oblastí rádiového záření, zatímco mohutné rádiové galaxie bývají spojeny s dvojitými rádiovými zdroji.

---

[8] Miller, J. S. (ed.) 1985, *Astrophysics of Active Galaxies and Quasi-Stellar Objects*, Proceedings of the 7th Santa Cruz Workshop (Oxford University Press, Oxford);
Wiita, P. J. 1985, «Active galactic nuclei I. Observations and fundamental interpretations», Physics Reports 123, No. 3.
[9] Sparks, W. B. 1984, «The properties of radio ellipticals», MNRAS 207, 445.
[10] Begelman, M. C., Blandford, R. D., & Rees, M. J. 1984, «Theory of extragalactic radio sources», Rev.Mod.Phys. 56, 255;
Heeschen, D. S., & Wade, C. M. (eds.) 1982, *Extragalactic Radio Sources*, Proceedings of the IAU Symposium No. 97 (D. Reidel Publishing Company, Dordrecht);
Miley, G. 1980, «The structure of extended radio sources», ARA&A 18, 165.
[11] Kellerman, K. I., & Paulini-Toth, I. I. K. 1981, «Compact radio soures», ARA&A 19, 373.

Galaxies with a bright compact nucleus are designated as *N-galaxies*.[16] A number of strong radio galaxies belong to this type.

Galaxie s výrazným kompaktním jádrem se označují jako *galaxie typu N*.[16] K tomuto typu náleží řada silných rádiových galaxií.

Fanaroff and Riley[17] have introduced morphological classification of extended radio sources. For this purpose, they employed ratio $q_{\rm sep}$ of the separation between the two most intense spots which are detected in radio lobes to the overall size of the source: $q_{\rm sep} \lesssim 0.5$ corresponds to the so-called edge-darkened sources, FR I type; $q_{\rm sep} \gtrsim 0.5$ corresponds to the edge-brightened sources, FR II type (Table 1).

Fanaroff a Riley[17] zavedli morfologické třídění rozsáhlých rádiových zdrojů. Využili k tomu účelu poměr vzdáleností $q_{\rm sep}$ mezi dvěma nejintenzívnějšími skvrnami, pozorovanými v protilehlých rádiových lalocích, k celkové velikosti zdroje: $q_{\rm sep} \lesssim 0,5$ odpovídá tzv. okrajově ztemnělým zdrojům, typ FR I; $q_{\rm sep} \gtrsim 0,5$ pak zdrojům okrajově zjasněným, typ FR II (tabulka 1).

Jet-like structures emanating from active galactic nuclei are observed quite frequently, and, indeed, jets power all extended radio sources. Jets are, by observational definition, narrow elongated features which extend from some galactic nuclei and presumably transport material outwards (see Fig. 1; more on jets cf. page 172). The place of the most intense emission from their radio lobes, the *hot spot*, is probably the location where the jet breaks down and interacts strongly with the intergalactic environment.[19] The differ-

Mnohdy se pozorují útvary vyhlížející jako výtrysky, které vystupují z aktivních galaktických jader, a právě tyto výtrysky napájejí všechny rozsáhlé rádiové zdroje. V souhlase s pozorovatelskou definicí se za výtrysky považují úzké protáhlé útvary, vystupující z jader některých galaxií a odnášející patrně látku směrem ven (viz obr. 1; podrobněji se bude o výtryscích hovořit na str. 172). Místo nejintenzivnější emise, vycházející z jejich rádiových laloků — *horká skvrna*, je patrně místem, kde se výtrysk brzdí a silně interaguje s intergalak-

[12] An index with the luminosity symbol identifies the radiation frequency to which it is related. Exact value of the frequency is usually determined by the instrument which has been used for observation (cf. p. 28).
[13] Power-law spectra are characterized by the spectral index $\alpha_s$. It is defined in the chapter on spectra of active galaxies (p. 15) and discussed theoretically in chapter about radiative processes (p. 146).
[14] Index u znaku luminozity určuje frekvenci záření, k níž se luminozita vztahuje. Přesná hodnota frekvence je obvykle určena přístrojem, jenž byl k pozorování použit (viz str. 28).
[15] Mocninná spektra se charakterizují spektrálním indexem $\alpha_s$. Ten je zaveden v kapitole věnované spektru aktivních galaxií (str. 15) a teoreticky diskutován v kapitole o zářivých procesech (str. 146).
[16] Morgan, W. W., & Mayall, N. V. 1957, «A spectral classification of galaxies», PASP 69, 291.
[17] Fanaroff, B., & Riley, J. M. 1974, «The morphology of extragalactic radio sources of high and low luminosity», MNRAS 167, 31P.
[18] Bridle, A. H., & Perley, R. A. 1984, «Extragalactic Radio Jets», ARA&A 22, 319, © Annual Reviews Inc.

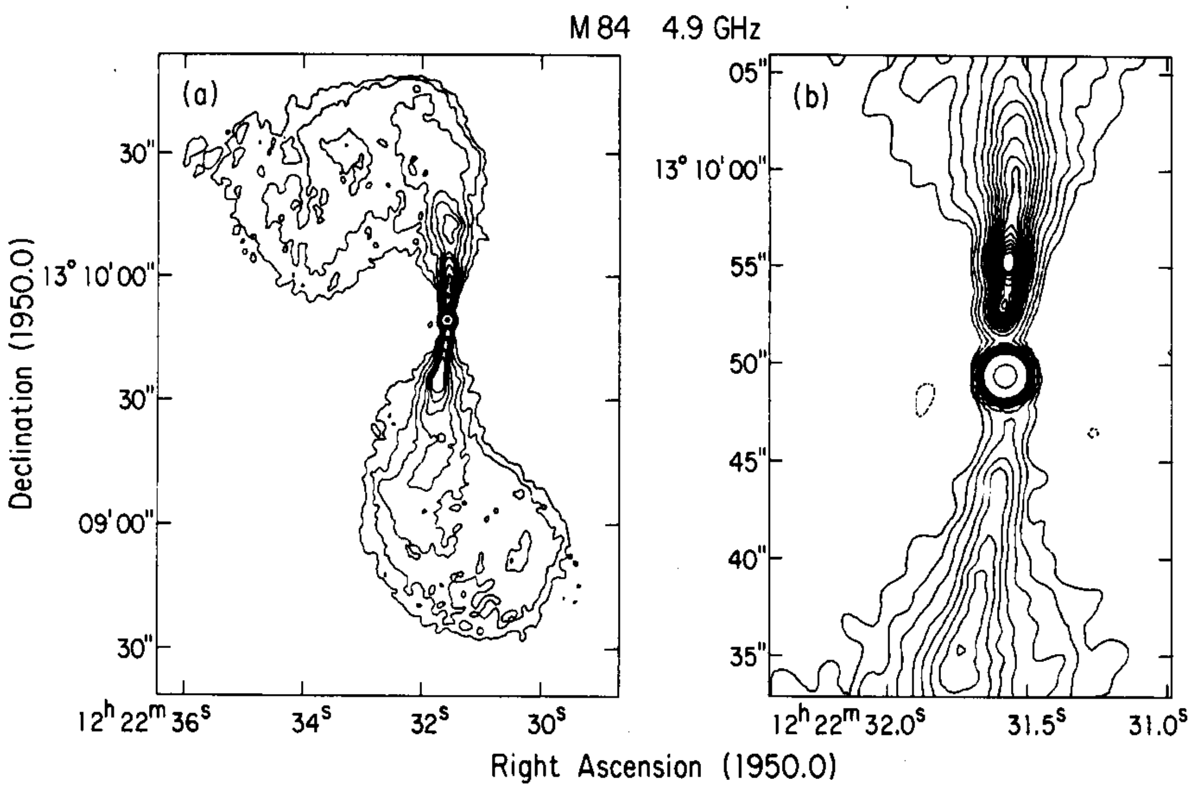


Figure 1: *Radio maps of the jet asociated with the weak radio galaxy M 84. Isocurves of equal radio intensity are shown. The whole is object in the left panel (a), a detail of the central region in the right panel (b). Optical counterpart of the galaxy coincides with the radio core which is evident in the central part of the object. Notice the complicated structure and unequal brightness of the two jets. Measurements for this picture were carried out at frequency 4.9 GHz using the Very Large Array, the system of radiotelescopes in New Mexico. Reproduced, with permission, from ref. [18].*

Obrázek 1: *Rádiové mapy výtrysků asociovaných se slabou rádiovou galaxií M 84. Vidíme na nich izočáry stejné rádiové intenzity. Celý objekt je v levém panelu (a), detail centrální oblasti v pravém (b). Optický protějšek této galaxie je totožný s rádiově zářícím jádrem, které je patrné ve střední části objektu. Povšimněme si složité stavby a nestejné jasnosti obou výtrysků. Měření potřebná pro tento snímek byla prováděna na frekvenci 4.9 GHz pomocí soustavy radioteleskopů Very Large Array v Novém Mexiku. Reprodukováno se svolením z práce [18].*

| Edge brightened (FR II-type) | Edge darkened (FR I-type) | |
|---|---|---|
| Symmetrical | Asymmetrical | Symmetrical |
| Double source with hot spots | Bright, one-sided jet | Edge darkened jet |
| $L_{178\,\mathrm{MHz}} > 10^{25}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{Hz\,sr}}$ | $L_{178\,\mathrm{MHz}} \gtrsim 10^{24}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{Hz\,sr}}$ | $L_{178\,\mathrm{MHz}} \lesssim 10^{23.5}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{Hz\,sr}}$ |

Table 1: *Morphology of extended radio sources according to Fanaroff and Riley. Notice the differences in radio luminosity represented here by the value of $L_{178\,\mathrm{MHz}}$: high power sources tend to be edge brightened.*

Tabulka 1: *Morfologie rozsáhlých rádiových zdrojů podle Fanaroffa a Rileyho. Povšimněme si rozdílu v rádiové luminozitě, reprezentované zde hodnotou $L_{178\,\mathrm{MHz}}$: vysoce výkonné zdroje mívají zjasněné okraje.*

ence between the two FR types is usually attributed to a subsonic motion of the jet head in the FR I objects in contrast to a supersonic motion in the FR II objects; supersonic motion leads to strong radiation due to formation of shock waves where the jet interacts with an intergalactic material. Strong cosmological evolution of these objects has been detected (i.e. their evolution in the course of cosmological expansion; see Table 4 for local space-density of different objects and its evolution with the redshift) although one has to remember that it is very difficult to distinguish between the source evolution and purely cosmological effects.[20]

tickým prostředím.[19] Rozdíl mezi oběma typy FR se obvykle připisuje podzvukovému pohybu hlavy výtrysku u objektů FR I na rozdíl od nadzvukového pohybu v případě FR II; nadzvukový pohyb dává vzniknout silnému záření v důsledku tvorby rázových vln v místě interakce výtrysku s intergalaktickou látkou. U těchto zdrojů byl prokázán významný kosmologický vývoj (t.j. jejich vývoj v průběhu kosmologického rozpínání; viz tabulka 4, jež ukazuje místní prostorovou hustotu různých objektů a její vývoj s červeným posuvem), i když musíme pamatovat na to, že je velmi obtížné odlišit vývoj zdrojů od čistě kosmologických efektů.[20]

• *Quasars (QSOs).* Quasars can be de-

• *Kvazary (kvazi-stelární objekty).* Kvaza-

[19] Meisenheimer, K., & Röser, H.-J. (eds.) 1989, *Hot Spots in Extragalactic Radio Sources*, Lecture Notes in Physics 327 (Springer-Verlag, Berlin);
Rose, W. K., Beall, J. H., Guillorg, J., & Kainer, S. 1987, «Radiation from relativistic beams interacting with interstellar gas», ApJ 314, 95;
Swarup, G., Sinha, R. P., & Hilldrup, K. 1984, «Hot spots and radio lobes of quasars», MNRAS 208, 813.

[20] Peacock, J. A. 1985, «The high redshift evolution of radio galaxies and quasars», MNRAS 217, 601.

fined as 'quasi-stellar' extragalactic objects (angular size $\lesssim 1''$) which are optically selected by broad emission lines (line-widths correspond to gas thermal velocities $v_{\rm th} \gtrsim 3000$ km/s). About 10 % of quasars are 'radio load' (QSRs or radio quasars, $[\nu L(\nu)]_{5\,\rm GHz}/[\nu L(\nu)]_{250\,\rm nm} \gtrsim 10^{-3}$), the remaining 90 % are 'radio quiet' (rqQSOs or QQs). In absolute value, QSRs have an energy output of $L_{5\,\rm GHz} \gtrsim 10^{25}$ W/Hz. The spectra of radio-quiet QSOs show a bump in the near UV ($\approx$ 300 nm). Several percent of rqQSOs have very broad absorption-lines in their optical spectra (Broad Absorption-Line Quasars, BALQSOs), in distinction to Narrow Line Quasars, NLQSOs, which are also detected (more about absorption lines in quasars, cf. page 24). Most quasars have a very low optical polarization ($\Pi < 1\,\%$).[21]

Host galaxies have been detected around many quasars. Basic properties of these galaxies still have to be determined but it appears that they can be of various morphological types and they can be either very luminous or quite normal.[22] There are also examples when a quasar has apparently no observable galaxy associated with it.[23] These observations, when confirmed, will call for a modification of the traditional view of active galactic nuclei as objects residing inside a certain evolutionary type of galaxy.

ry se definují jakožto ‚hvězdám podobné' extragalaktické objekty (úhlový rozměr $\lesssim 1''$), které lze opticky rozlišit podle širokých emisních čar (šířky čar odpovídají termálním rychlostem plynu $v_{\rm th} \gtrsim 3000$ km/s). Přibližně 10 % kvazarů je ‚rádiově hlasitých' (tzv. kvazistelární rádiové zdroje či rádiové kvazary, $[\nu L(\nu)]_{5\,\rm GHz}/[\nu L(\nu)]_{250\,\rm nm} \gtrsim 10^{-3}$), zbývajících 90 % jsou ‚rádiově tiché' kvazary. V absolutní hodnotě je energetický výkon rádiových kvazarů $L_{5\,\rm GHz} \gtrsim 10^{25}$ W/Hz. Spektra rádiově tichých kvazarů vykazují zesílení v blízkém ultrafialovém (UV) oboru ($\approx$ 300 nm). Několik procent rádiově tichých kvazarů má v optickém spektru velmi široké absorpční čáry; zaznamenáváme však i kvazary s úzkými absorpčními čarami (podrobněji o absorpčních čarách kvazarů viz strana 24). Polarizace optického záření kvazarů bývá většinou nepatrná ($\Pi < 1\,\%$).[21]

Kolem řady kvazarů byly zjištěny hostitelské galaxie. Základní vlastnosti těchto galaxií je teprve třeba stanovit, ale již nyní se ukazuje, že mohou být rozličných morfologických typů a mohou být jak velmi zářivé, tak i docela běžné.[22] Byly zaznamenány i takové případy, kdy kvazar zjevně není asociován s žádnou pozorovatelnou galaxií.[23] Pokud se tato pozorování potvrdí, bude třeba pozměnit tradiční pohled na aktivní galaktická jádra jakožto objekty spočívající uvnitř určitého vývojového typu galaxií.

---

[21] Aller, H. D., Aller, M. F., Latimer, G. E., & Hodge, P. E. 1985, «Spectra and linear polarization of extragalactic variable sources at centimetre wavelengths», ApJS 59, 513;
Angel, J. R. P., & Stockman, H. S. 1980, «Optical and infrared polarization of active extragalactic objects», ARA&A 18, 321;
Antonnuci, R. R. J. 1984, «Optical spectropolarimetry of radio galaxies», ApJ 278, 499;
Carswell, R. 1984, «Quasar polarization properties», Nature 310, 186;
Impey, C. D., & Tapia, S. 1990, «Optical polarization properties of quasars», ApJ 354, 124.

| $m_B$ | Stars | Galaxies | QSOs |
|---|---|---|---|
| 16 | 200 | 2 | $2 \times 10^{-2}$ |
| 18 | 500 | 40 | 1 |
| 20 | 1000 | 400 | 25 |
| 22 | 2000 | 3000 | 100 |

Table 2: *Counts of different objects per square degree of the sky at high galactic latitude for different bolometric magnitudes $m_B$ (Based on ref. [24].)*

Tabulka 2: *Počty různých objektů na čtverečný stupeň oblohy ve vysoké galaktické výšce v závislosti na bolometrické magnitudě $m_B$ (Podle práce [24].)*

One should note that spectral properties are crucial not only for the study of quasars but even for their identification.[24] Among stellar-like images brighter than $20^{\mathrm{m}}$ quasars form only about 2 % (see Table 2).

• *BL Lac objects.* This type of quasar has many extreme properties:[25] They are highly variable in radio, optical and X-ray spectral regions. No broad optical emission-lines. Optical polarization can be strong and variable ($5\,\% \lesssim \Pi \lesssim 40\,\%$). In the class of active galactic nuclei, only BL Lac objects and broad-absorption-line QSOs show an appreciable value of polarization; these objects are therefore sometimes designated as *highly polarized quasars* (HPQs). Characteristic time-scales for the variability can be $\lesssim$ 1 day. BL Lac objects appear to be associated with elliptical galaxies. Their

Je třeba dodat, že spektrální vlastnosti jsou zásadní nejenom pro studium kvazarů, nýbrž i pro jejich samotné rozpoznání.[24] Mezi hvězdám podobnými obrazy jasnějšími než $20^{\mathrm{m}}$ tvoří kvazary pouze asi 2 % (viz tabulka 2).

• *Objekty typu BL Lac.* Tento typ kvazarů má mnoho mimořádných vlastností:[25] Jsou vysoce proměnné ve spektrálních oborech rádiového, optického a rentgenového (X) záření. Nevykazují široké optické emisní čáry. Optické záření těchto objektů bývá silně a proměnlivě polarizováno ($5\,\% \lesssim \Pi \lesssim 40\,\%$). Ve třídě aktivních galaxií pouze objekty typu BL Lac a kvazary s širokými absorpčními čarami vykazují významnější hodnotu polarizace; proto se tyto objekty někdy označují termínem *vysoce polarizované kvazary*. Obvyklé časové škály proměnnosti bývají $\lesssim$ 1 den. Zdá se, že objekty BL Lac souvisejí

[22] Smith, E. P., Heckmann, T. M., & Bothum, G. D. 1986, «On the nature of QSO host galaxies», ApJ 306, 64.
[23] Bahcall, J. N., Flynn, C., Gould, A., & Kirhakos, S. 1994, «*HST* images of nearby luminous quasars», ApJ 435, L11.
[24] Warren, S. J., & Hewett, P. S. 1990, «The detection of high-redshift quasars», Rep.Prog.Phys. 53, 1095.

luminosity has a maximum in the far infrared (IR) region (around 2 μm) where $\nu L(\nu) \gtrsim 10^{47}$ erg/s. They are strong X-ray sources.

• *Optically violent variables (OVVs).* Roughly the same characteristics as BL Lac's but with broad optical-emission lines in addition.

• *Blazars.* A unifying term for BL Lac's, OVVs, and HPQs. For their lower power and weaker emission lines, BL Lac objects are considered separately by some authors while OVVs and HPQs appear as identical categories.[26]

• *Seyfert 1 galaxies (Sy 1).* Mostly spiral galaxies that resemble low luminosity rqQSOs ($M_V \gtrsim -23$). Their spectra contain permitted emission lines with broad wings (corresponding to velocities $\approx$ 5000 km/s), and narrower forbidden lines. They are also flat spectrum radio sources with a quasi-thermal bump in the UV.

• *Seyfert 2 galaxies (Sy 2).* Analogous to Sy 1 but with equally wide permitted and forbidden lines without broad wings. It has been suggested that the difference between Sy 1 and Sy 2 is due to different view-angles of an observer. An alternative explanation assumes that Sy 2 galaxies

s eliptickými galaxiemi. Jejich luminozita má vrchol v dalekém infračerveném oboru (kolem 2 μm), kde $\nu L(\nu) \gtrsim 10^{47}$ erg/s. Jsou to silné rentgenové zdroje.

• *Prudce proměnné optické zdroje.* Mohou být popsány přibližně stejně jako objekty BL Lac, avšak navíc mají široké optické emisní čáry.

• *Blazary.* Společné označení pro objekty BL Lac, prudce proměnné optické zdroje a vysoce polarizované kvazary. Někteří autoři řadí objekty BL Lac samostatně z důvodu nižšího výkonu a slabších emisních čar, zatímco třída prudce proměnných zdrojů se jeví totožná s třídou vysoce polarizovaných kvazarů.[26]

• *Seyfertovy galaxie 1. typu (Sy 1).* Věsměs spirální galaxie, připomínající málo zářivé, rádiově tiché kvazary ($M_V \gtrsim -23$). Jejich spektra obsahují dovolené emisní čáry s širokými křídly (odpovídajícími rychlostem $\approx$ 5000 km/s) a užší zakázané čáry. Jsou to rovněž rádiové zdroje s plochým spektrem a kvazi-termálním vrcholem v oboru UV.

• *Seyfertovy galaxie 2. typu (Sy 2).* Jsou podobné typu Sy 1, ale jejich dovolené a zakázané čáry mají stejnou šířku a jsou bez širokých křídel. Bylo navrženo, že rozdílnost typů Sy 1 a Sy 2 má svou příčinu v různých úhlech pozorovatelova pohledu. Druhé možné vysvětlení předpokládá, že

---

[25] Burbidge, G. & Hewitt, A. 1987, «An updated list of BL Lac objects, and their relation to galaxies and quasistellar objects», AJ 92, 1;
Maraschi, L., Maccacaro, T., & Ulrich, M.-H. (eds.) 1989, *BL Lac Objects*, Lecture Notes in Physics 334 (Springer-Verlag, Berlin).
[26] Impey, C. D., & Neugebauer, G. 1988, «Energy distribution in blazars», AJ 95, 307;
Moore, R. L., & Stockman, H. S. 1984, «A comparison of the properties of highly polarized QSOs versus low-polarized QSOs», ApJ 279, 465.

have their nucleus in an inactive, "turned off" phase (perhaps due to a diminishing accretion rate; for a theoretical discussion of the accretion process see Part II). The spectrum of certain strongly variable Sy 1 galaxies at minimum emission resembles that of Sy 2. Typically, the bolometric luminosity of Sy 2 galaxies is lower than that of Sy 1 by a factor of one hundred. Type 2 is more frequent than type 1 with a ratio about 2 : 1.

galaxie Sy 2 mají jádro v neaktivním, „vypnutém" stavu (snad v důsledku snížené míry akrece; teoretická diskuze akrečního procesu viz Část II). Spektrum určitých silně proměnných galaxií Sy 1 se totiž v minimu jejich vyzařování podobá spektru typu Sy 2. Obvyklá bolometrická luminozita galaxií Sy 2 bývá stokrát nižší než luminozita Sy 1. Typ 2 se vyskytuje častěji než typ 1 v poměru asi 2 : 1.

The division of Seyfert galaxies into two types can be extended to other AGN using the broad and the narrow Balmer lines. One defines *Spectral type* $= 1 + [(\textit{Narrow line flux})/(\textit{Total flux in lines})]^{0.4}$. In this way, Sy 1 galaxies with narrow hydrogen lines as intense as 10–20 % of broad lines are classified as type Sy 1.5. LINERs (see below) and NLGs with faint broad H $\alpha$ wings are identified as a type Sy 1.8–Sy 1.9.[27]

Rozdělování Seyfertových galaxií do dvou druhů můžeme rozšířit na ostatní aktivní galaktická jádra pomocí širokých a úzkých Balmerových čar. Zavádí se *Spektrální typ* $= 1 + [(\textit{Tok v úzkých čarách})/(\textit{Celkový čárový tok})]^{0,4}$. Tímto způsobem jsou galaxie Sy 1 s úzkými vodíkovými čarami, jejichž intenzita dosahuje 10–20 % širokých čar, zařazeny jako typ Sy 1,5. Jaderné oblasti s nízkou ionizací (viz níže) a galaxie vykazující slabé čáry H $\alpha$ s širokými křídly patří k typu Sy 1,8–Sy 1,9.[27]

• *Low ionization nuclear emission regions (LINERs).* Contrasted to Seyfert galaxies, LINERs have strong lines of low ionization of some species, for example O I, S II, etc. (perhaps due to shocks). The strong O III $\lambda$ 4363[28] line present in the spectrum of LINERs indicates the kinetic temperature about 40, 000 K which appears to be inconsistent with a photoionization model when other observed emission lines are taken into account. The typical widths of the emission lines correspond to velocities (200–400) km/s. By their broad emission lines, LINERs resemble very faint Sy 1 galaxies, but the nar-

• *Jádra s nízkým stupněm ionizace.* Na rozdíl od Seyfertových galaxií vykazují tyto jaderné oblasti silné čáry s nízkou ionizací některých prvků, která je patrně způsobena rázovými vlnami. Jedná se např. o O I, S II aj. Silná čára O III $\lambda$ 4363,[29] jež bývá často ve spektru těchto zdrojů přítomna, vypovídá o kinetické teplotě přibližně 40 000 K. To se zdá být v nesouladu s fotoionizačním modelem, pokud se vezmou v úvahu ostatní pozorované emisní čáry. Obvyklé šířky emisních čar odpovídají rychlostem (200–400) km/s. Svými širokými emisními čarami připomínají jaderné oblasti s nízkou ionizací velmi slabé

[27] Woltjer, L. 1990, «Phenomenology of active galactic nuclei», in *Active Galactic Nuclei*, R. D. Blandford, H. Netzer & L. Woltjer (Springer-Verlag, Berlin), p. 1.

| Object | Emission lines Broad | Narrow | Associated galaxy Type | Luminosity | Evolution |
|---|---|---|---|---|---|
| PRG | SW | SW | E | S | S |
| WRG | W | W | E | S– | W |
| QSR | S | SW | E | S | S |
| QQ | S | SW | | S– | S |
| BL Lac | 0 | 0W | E | S– | W |
| OVV | S– | W | | | |
| Sy 1 | SW | SW | Sa–Sbc | $M_V < -20$ | W |
| Sy 2 | 0 | SW | Sa–Sbc | $M_V < -20$ | |
| LINERs | 0 | SW | E–Sbc | $M_V < -20$ | |
| Nucl. H II | 0 | SW | Sb–Sc | $M_V < -20$ | |
| Starburst | 0 | S | All | $M_V < -20$ | |
| Luminous IR Gal. | 0S | S | | S | |

Table 3: *Observational classification of active galactic nuclei and related objects. Adapted from ref. [27]. (Notation in the table. Spectral lines:* S *— strong,* W *— weak,* 0 *— absent; Luminosity:* S *— less than giant ellipticals.)*

Tabulka 3: *Pozorovatelské třídění aktivních galaktických jader a objektů jim podobných. Podle práce [27]. (Označení v tabulce. Spektrální čáry:* S *— silné,* W *— slabé,* 0 *— žádné; Luminozita:* S *— méně než velké eliptické galaxie.)*

| Object | Luminosity | Density $\left[\mathrm{Gpc}^{-3}\right]$ |
|---|---|---|
| Spiral Galaxies | $M_V < -20$ | $5 \times 10^6$ |
| | $M_V < -22$ | $3 \times 10^5$ |
| | $M_V < -23$ | $3 \times 10^3$ |
| Elliptical Galaxies | $M_V < -20$ | $1 \times 10^6$ |
| (incl. S0) | $M_V < -22$ | $1 \times 10^5$ |
| | $M_V < -23$ | $1 \times 10^4$ |
| Rich Clusters of Gal. | | $3 \times 10^3$ |
| Radio Galaxies | $L_{1.4\,\mathrm{Ghz}} > 10^{23.5}\,\mathrm{W\,Hz^{-1}}$ | $3 \times 10^3$ |
| | $L_{1.4\,\mathrm{Ghz}} > 10^{25}\,\mathrm{W\,Hz^{-1}}$ | 10 |
| Radio Quasars | $L_{1.4\,\mathrm{Ghz}} > 10^{25}\,\mathrm{W\,Hz^{-1}}$ | 3 |
| Radio-Quiet Quasars | $M_V < -23$ | 100 |
| | $M_V < -25$ | 1 |
| Sy 1 | $M_V < -20$ | $4 \times 10^4$ |
| Sy 2 | $M_V < -20$ | $1 \times 10^5$ |
| BL Lac | $L_{1.4\,\mathrm{Ghz}} > 10^{23.5}\,\mathrm{W\,Hz^{-1}}$ | 80 |
| Luminous IR Gal. | $L_{\mathrm{IR}} > 10^{12} L_{\mathrm{opt}}$ | 300 |

Table 4: *Local space-density of some types of objects. Adapted from ref. [27].*

Tabulka 4: *Místní prostorová hustota některých druhů objektů. Podle práce [27].*

row lines have a much lower degree of ionization. LINERs are the least luminous and at the same time the most common AGN.

• *Nuclear H II regions.* Regions of ionized hydrogen are present in nuclei of many normal inactive galaxies. Probably caused by an intense radiation of hot stars.

• *Starburst galaxies.* These galaxies show a very intense rate of star formation. They contain young stars, strong IR radiation is also present.[30] The effect may be induced by the merging of nearby galaxies. The class of starburst galaxies overlaps with the following category of galaxies selected by their high infrared brightness.

• *Luminous infrared galaxies.* This is a class of galaxies particularly luminous in the far infrared (FIR) region ($L_{\mathrm{FIR}} \approx 10^{45}$ erg/s) with infrared line emissions. Most of them have been revealed by the Infrared Astronomical Satellite (IRAS) operating in the (10–100) μm range, and for this reason they are often referred to by rather specialized technical term: 'Strong IRAS galaxies'. Intense IR emission may be due to the dust radiation which is initiated by an AGN (e.g. a

galaxie Sy 1, ale stupeň ionizace úzkých čar je mnohem nižší. Náleží k nejméně zářivým a současně nejběžnějším aktivním galaktickým jádrům.

• *Jaderné oblasti H II.* Oblasti ionizovaného vodíku jsou přítomny v jádrech řady běžných neaktivních galaxií. Pravděpodobnou příčinou je intenzívní záření horkých hvězd.

• *Galaxie s bouřlivou tvorbou hvězd.* Jsou to galaxie s velmi intenzívním vznikem hvězd. Obsahují mladé hvězdy, rovněž je přítomno silné infračervené záření. Celý jev může být vybuzen splýváním blízkých galaxií.[30] Třída galaxií s bouřlivou tvorbou hvězd se překrývá s následující skupinou galaxií, vybraných na základě jejich značné infračervené jasnosti.

• *Zářivé infračervené galaxie.* Jedná se o třídu galaxií, které jsou neobvykle zářivé ve vzdálené infračervené oblasti ($L_{\mathrm{FIR}} \approx 10^{45}$ erg/s) a vykazují infračervené čárové emise. Většina jich byla odhalena Infračerveným astronomickým satelitem (IRAS), který pracoval v oboru (10–100) μm, a z tohoto důvodu se často označují dosti specializovaným technickým termínem: ‚Silné galaxie IRASu'. Intenzívní infračervená emise může být způsobena zářením prachu, které je vybuze-

[28] This symbol denotes a radiative transition of a twice ionized oxygen atom which emits a photon at wavelength $\lambda = 436.3$ nm.

[29] Uvedený symbol označuje zářivý přechod dvojnásobně ionizovaného atomu kyslíku, při němž se vyzáří foton s vlnovou délkou $\lambda = 436,3$ nm.

[30] Norman, C., & Scoville, N. 1988, «The evolution of starburts galaxies to active galaxies», ApJ 332, 124;
Terlevich, R. T., & Melnick, J. 1985, «Warmers: the missing link between Starburst and Seyfert galaxies», MNRAS 213, 841;
Terlevich, R. T., Tenorio-Tagle, G., Franco, J., & Melnick, J. 1992, «The starburst model for active galactic nuclei: the broad-line region as supernova remnants evolving in a high-density medium», MNRAS 255, 713.

quasar surrounded by a dust or dust-molecular envelope). Intense stellar formation in the galaxy is an alternative option.[31]

Our Galaxy is not considered as an active galaxy, although there is some enhanced activity observed in its nucleus. This activity manifests itself by rather strong emission at radio to X-ray wavelengths and rapid streams of gas within the innermost region with the size of a fraction of parsec. The central region is usually referred to as the Sagittarius A source. (Numerous astronomical literature deals with the object Sagittarius A*, or Sgr A* for short, which denotes an intense compact nuclear source within the central Galactic region.)[32] Its activity resembles a low-luminosity version of an AGN.[33]

no aktivním jádrem galaxie (např. kvazar obklopený prachovou nebo prachomolekulární obálkou). Jinou možností je intenzivní tvorba hvězd v galaxii.[31]

Naše Galaxie se za aktivní galaxii nepovažuje, i když její jádro vykazuje určitou zvýšenou míru aktivity. Projevuje se poměrně silným zářením od vlnových délek rádiových po rentgenové. Rovněž se pozorují rychlé proudy plynu v nejvnitřnější oblasti s rozměrem zlomku parseku. Tuto ústřední oblast obvykle označujeme jako zdroj Sagittarius A. (V astronomické literatuře se též často hovoří o objektu Sagittarius A*, či zkráceně Sgr A*, což je výrazný kompaktní jaderný zdroj uvnitř centrální oblasti Galaxie.)[32] Jeho aktivita připomíná málo zářivou podobu aktivního galaktického jádra.[33]

---

[31] van den Broek, A. C., van Driel, W., de Jong, T., et al. 1991, «A study of southern extreme IRAS galaxies. II. Radio continuum observations», A&AS 91, 61;
van den Broek, A.C., de Jong, T., & Brink, K. 1987, «Near-infrared radiation of actively star-forming galaxies», A&A 246, 313;
van Driel, W., van den Broek, A. C., & de Jong, T. 1991, «A study of southern extreme IRAS galaxies. I. Optical observations», A&AS 90, 55.

[32] Riegler, G. R., & Blandford, R. D. (eds.) 1984, *The Galactic Center* (American Institute of Physics, New York);
Zylka, R., Mezger, P. G., Ward-Thompson, D., et al. 1995, «Anatomy of the Sagittarius A complex», A&A 297, 83.

[33] Genzel, R., & Townes, C. H. A. 1987, «Physical conditions, dynamics, and mass distribution in the center of the Galaxy», ARA&A 25, 377;
Mezger, P. G., Duschl, W. J., & Zylka, R. 1996, «The Galactic center: a laboratory for AGN?», A&A Rev. 7, 289;
Narayan, R., Yi, I., & Mahadevan, R. 1995, «Explaining the spectrum of Sagittarius A* with a model of an accreting black hole», Nature 374, 623;
Sandqist, Aa., & Genzel, R. 1993, «The galactic centre», in *Central Activity in Galaxies*, Lecture Notes in Physics 413, Sandqist, Aa., & Ray, T. P. (eds.) (Springer-Verlag, Berlin), p. 1.

| Range | Wavelength [m] | Energy [keV] | Frequency [MHz] | Temperature [K] |
|---|---|---|---|---|
| $\gamma$-ray | $\lesssim 10^{-11}$ | $\gtrsim 10^{3}$ | | |
| Hard X-ray | $\approx 10^{-10}$ | $\approx 100$ | | $\approx 10^{8}$ |
| Soft X-ray | $\lesssim 10^{-8}$ | $\gtrsim 1$ | | $\gtrsim 10^{6}$ |
| Far UV | $\gtrsim 10^{-8}$ | $\lesssim 1$ | | $\lesssim 10^{6}$ |
| Ultraviolet | $\approx 10^{-7}$ | $\approx 0.1$ | | $\approx 10^{5}$ |
| Near IR | $\approx 10^{-6}$ | | | $\approx 10^{4}$ |
| IR | $\approx 10^{-5}$ | | | $\approx 10^{3}$ |
| Far IR | $\approx 10^{-4}$ | | | $\approx 100$ |
| Millimetre | $\approx 10^{-3}$ | | $\approx 10^{5}$ | $\approx 10$ |
| Microwave | $\approx 10^{-1}$ | | $\approx 10^{3}$ | $\approx 1$ |
| Short wave | $\approx 10^{2}$ | | $\approx 1$ | |
| Medium wave | $\approx 10^{3}$ | | $\approx 0.1$ | |
| Long wave | $\approx 10^{4}$ | | $\approx 0.01$ | |

Table 5: *The spectrum of electromagnetic radiation.*

Tabulka 5: *Spektrum elektromagnetického záření.*

# 2 Observational facts/Poznatky z pozorování

## 2.1 Continuum emission/Záření v kontinuu

In order to explore the continuum radiation[34] in a restricted range of wavelengths one conveniently introduces the *spectral index* $\alpha_s$ which roughly characterizes the form of the spectrum, $F(\nu) \propto \nu^{-\alpha_s}$. This is a power-law continuum. We measure the total energy emitted at frequency $\nu$ by $\nu F(\nu)$. The quantity $\nu F(\nu)$ is proportional to the luminosity per decade of frequency.

Při studiu záření v kontinuu[34] je výhodné zavést *spektrální index* $\alpha_s$, kterým v omezeném rozsahu vlnových délek charakterizujeme přibližný průběh spektra, $F(\nu) \propto \nu^{-\alpha_s}$. Hovoříme pak o kontinuu mocninného typu. Celkovou energii vyzářenou na frekvenci $\nu$ měříme pomocí $\nu F(\nu)$. Veličina $\nu F(\nu)$ je úměrná luminozitě na dekádu frekvence.

[34] Bregman, J. N. 1990, «Continuum radiation from active galactic nuclei», A&A Rev. 2, 125;
Curvoisier, T. J.-L., & Blecha, A. (eds.) 1994, *Multi-wavelength continuum emission of AGN*, Proceedings of the IAU Symposium No. 159 (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht);
O'Dell, S. L. 1986, «The optical continuum emission of active galactic nuclei», PASP 98, 130.

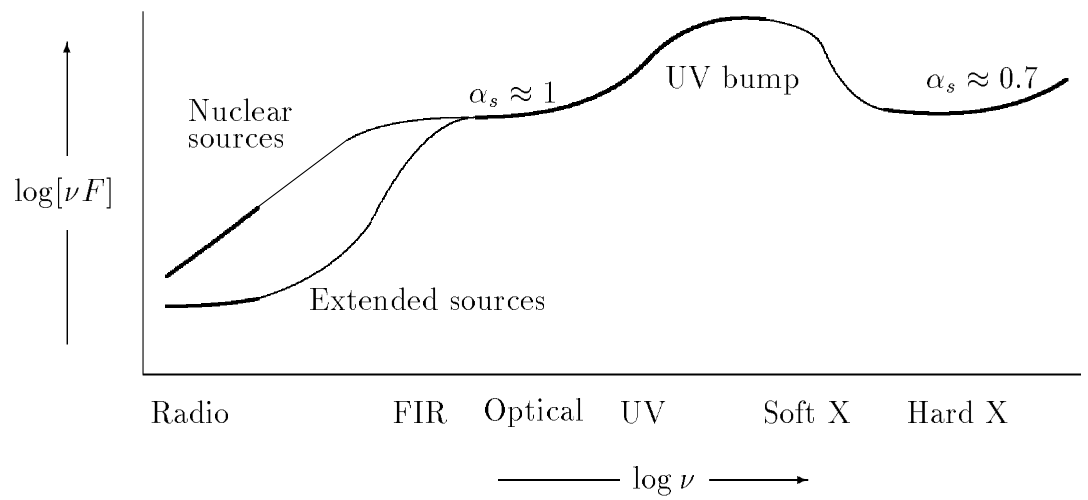


Figure 2: *A sketch of the generic continuum spectrum of active galactic nuclei. Spectral index $\alpha_s$ ranges roughly from 0 to 2. Radio power output of extended radio sources associated with radio galaxies and radio quasars can exceed the output of their nuclei. Ranges insufficiently covered by contemporary observations are designated by a thin line.*

Obrázek 2: *Náčrtek generického spektra v kontinuu aktivních galaktických jader. Spektrální index $\alpha_s$ se pohybuje v rozmezí přibližně od 0 do 2. Rádiový výkon rozsáhlých rádiových zdrojů asociovaných s rádiovými galaxiemi a rádiovými kvazary někdy převyšuje výkon jejich jádra. Oblasti nedostatečně pokryté soudobými pozorováními jsou vyznačeny tenkou čarou.*

Flat spectrum sources often have their radio, near-IR, optical, UV and X-ray fluxes strongly variable (cf. Table 5 for denomination of spectral domains). Fig. 2 shows a sketch of the typical AGN continuum spectrum. Notice the flat spectrum (spectral index $1 \lesssim \alpha_s \lesssim 1.4$) in the far-infrared and optical regions. A flat spectrum is typical for radio-load sources, while for radio-quiet objects the spectrum tends to be steeper, $1.4 \lesssim \alpha_s \lesssim 1.8$. At the energy of 10 keV the spectrum of radio-load sources flattens further to $0.5 \lesssim \alpha_s \lesssim 0.7$.

Zdroje s plochým tvarem spektra mají často velmi proměnný rádiový, infračervený, optický, ultrafialový a rentgenový tok (označení spektrálních oborů viz tabulka 5). Obr. 2 ukazuje náčrtek typického spektra aktivních galaktických jader v kontinuu. Povšimněme si plochého spektra (spektrální index $1 \lesssim \alpha_s \lesssim 1,4$) ve vzdálené infračervené a optické oblasti. Ploché spektrum je typické pro rádiově hlasité zdroje, zatímco rádiově tiché objekty ho mají spíše strmé, $1,4 \lesssim \alpha_s \lesssim 1,8$. V oblasti energií 10 keV se spektrum rádiově hlasitých zdrojů stává ještě plošším s $0,5 \lesssim \alpha_s \lesssim 0,7$.

An important feature, superimposed onto the power-law continuum of active nuclei is the *Big Bump* which spans from $\approx 1$ μm (UV) to the soft X-ray range. It has been realized that:

- The flux emitted in the Big Bump is too large to be powered by photoionization due to radiation with a power-law spectrum. One should therefore consider another independent source, which can also be of an external origin, i.e. outside the object itself.[35]
- The spectral shape of radiation from the Big Bump can be partially fitted by the Planck function (thermal radiation presumably originates in a disk-like structure — an accretion disk) plus continuum contributions from the broad line region (see below).

Výrazným útvarem, který se překládá přes mocninné kontinuum aktivních jader, je tzv. *velký hrbol*, sahající od $\approx 1$ μm (UV) po obor měkkého rentgenového záření. Zjistilo se, že:

- Tok vyzářený ve velkém hrbolu je příliš velký na to, aby mohl být napájen fotoionizací, vyvolanou zářením s mocninným spektrem. Je tudíž třeba uvažovat další nezávislý zdroj, který může být rovněž externího původu, tzn. mimo samotný objekt.[35]
- Spektrální průběh záření velkého hrbolu lze částečně přiblížit Planckovou funkcí (dle předpokladů vzniká termální záření v diskovitém útvaru — akrečním disku) s příspěvky ke kontinuu, pocházejícími z oblasti širokých čar (viz níže).

It is certainly encouraging that the Big

Nepochybně je povzbuzující, že velký

[35] Davidson, K., & Netzer, H. 1979, «The emission lines of quasars and similar objects», Rev.Mod.Phys. 51, 715;
Rieke, G. H., & Lebofsky, M. J. 1979, «Infrared emission of extragalactic sources», ARA&A 17, 477.

Bump in the spectrum can be understood as a contribution of an accretion disk or a torus which emits thermal radiation, as discussed in the following chapters (see Part II).[36] But to date one should bear in mind that observational evidence indicating this geometrical configuration is still only indirect.

hrbol ve spektru je možné chápat jako příspěvek od termálního záření akrečního disku nebo toru, jak se o tom hovoří v následujících kapitolách (viz Část II).[36] Avšak je třeba mít na paměti, že dosavadní poznatky z pozorování, svědčící o tomto geometrickém uspořádání, jsou zatím pouze nepřímé.

## 2.2 Emission lines/Emisní čáry

Much of our knowledge about active galactic nuclei is deduced from emission lines,[37] analogously to the situation in other fields of astrophysics. We will discuss emission properties which suggest that illumination of a gaseous medium by strong radiation plays the major role in forming emission lines. As already mentioned, there are two systems of emission lines which can be characterized by full-width at half-maximum (FWHM). Emission is routinely studied with respect to:

Velká část našich znalostí o aktivních jádrech galaxií se odvozuje z emisních čar,[37] podobně jako je tomu i v ostatních astrofyzikálních oborech. Probereme emisní vlastnosti, jež naznačují, že hlavní roli při tvorbě emisních čar hraje ozařování plynného prostředí silným zářením. Jak bylo již uvedeno, existují dvě soustavy emisních čar, jež lze rozlišit podle tzv. plné šířky v polovině jejich maximální výšky. U emise se obvykle zjišťuje:

• *Line intensities.* Over twenty broad lines and a similar number of narrow lines have been detected in AGN. Their intensities and intensity ratios provide information about electron densities and temperatures, and the degree of ionization and excitation of chemical species.

• *Line variability.* Continuum and line

• *Intenzita čar.* U aktivních jader bylo zaznamenáno přes dvacet širokých čar a podobný počet úzkých čar. Jejich intenzity a poměry intenzit poskytují informaci o elektronových hustotách a teplotách, a o stupni ionizace a excitace chemických prvků.

• *Proměnnost čar.* Proměnnost kontinua

[36] Czerny, B., & Elvis, M. 1987, «Constraints on quasar accretion disks from the optical/UV/soft X-ray big bump», ApJ 321, 305;
Malkan, M. A. 1983, «UV excess of luminous quasars II: evidence for massive accretion disks», ApJ 268, 582.

[37] Davidson, K., & Netzer, H. 1979, «The emission lines of quasars and similar objects», Rev.Mod.Phys. 51, 715;
Netzer, H. 1990, «AGN emission lines», in *Active Galactic Nuclei*, R. D. Blandford, H. Netzer, & L. Woltjer (Springer-Verlag, Berlin), p. 57.

variability are often correlated with a certain lag (which tends to be longer in more luminous objects). This fact offers a tool for studying gas distributions in the nuclei.[38]

• *Line profiles.* Two classes of lines, narrow [about (200–1000) km/s)] lines and broad [about (2000–10,000) km/s] lines, are probably formed in distinct regions of the source. The width of lines is determined by the random motion of gas particles in nuclei and, besides that, it is affected by orbital motion of radiating matter and gravitational effects (cf. page 80).

a čar bývají mnohdy s určitým zpožděním navzájem sladěny (zpoždění se poněkud prodlužuje se zářivostí objektů). Tato skutečnost se nabízí jako nástroj ke studiu rozložení plynu v jádrech.[38]

• *Profil čar.* Ve zdroji patrně existují rozdílné oblasti, v nichž vznikají dvě třídy čar, úzké [asi (200–1000) km/s] a široké [asi (2000–10 000) km/s]. Šířka čar je určována náhodným pohybem částic plynu v jádrech a kromě toho je ovlivněna oběžným pohybem zářící hmoty a gravitačním červeným posuvem (viz strana 80).

The main physical processes which influence ionization are radiative and collisional processes.[39]

Hlavními fyzikálními procesy, které ovlivňují ionizaci, jsou procesy zářivé a srážkové.[39]

The *broad line region (BLR)* emits the broad component of the permitted lines. It has a size of (10–100) light-days in Sy 1 galaxies and a few light-years in quasars. Spectral diagnostics provides a tool for estimating the electron temperature $T_e$ and electron density $n_e$ but current results are still rather imperfect. An approximate estimate of the temperature is $T_e \approx 10^4$ K. The electron density is $\gtrsim 10^8$ cm$^{-3}$ (the lower limit comes from the lack of any strong, broad component in the forbidden lines; the value corresponds to the critical density of [O III] $\lambda\,5007$).[40] On the other hand, presence of the broad semi-forbidden lines C III] $\lambda\,1909$ implies $n_e \lesssim 10^{9.5}$ cm$^{-3}$.

*Oblast širokých čar* vyzařuje širokou složku dovolených čar. Její rozměr činí (10–100) světelných dnů u galaxií typu Sy 1, a několik světelných let u kvazarů. Spektrální studie nám poskytují nástroj ke stanovení elektronové teploty $T_e$ a elektronové hustoty $n_e$, avšak soudobé výsledky jsou dosud značně nedokonalé. Přibližný odhad teploty dává $T_e \approx 10^4$ K. Elektronová hustota je $\gtrsim 10^8$ cm$^{-3}$ (spodní mez je dána nepřítomností jakýchkoli výrazných širokých složek zakázaných čar; uvedená hodnota odpovídá kritické hustotě [O III] $\lambda\,5007$).[41] Na druhé straně přítomnost širokých polozakázaných čar C III] $\lambda\,1909$ svědčí o $n_e \lesssim 10^{9,5}$ cm$^{-3}$.

[38] Mushotzky, R. 1982, «The X-ray spectrum and time variability of narrow emission-line galaxies», ApJ 256, 92;
Peterson, B. M. 1988, «Emission-line variability in Seyfert galaxies», PASP 100, 18.

[39] Osterbrock, D. E. 1989, *Astrophysics of Gaseous Nebulae and Active Galactic Nuclei* (University Science Books, Mill Valey, CA);
—— 1988, «The physics of gaseous nebulae», PASP 100, 412.

Now, we describe various indicators that have been used to explore the BLR. However, details of its structure and origin still remain largely unknown.[42]

Popíšeme nyní různé ukazatele, s jejichž pomocí je oblast širokých čar postupně prozkoumávána. Podrobnosti stavby této oblasti a jejího původu však dosud zůstávají z větší části neznámy.[42]

---

40 Atomic transitions are realised with different probabilities, inversely proportional to the lifetime of the relevant terms. Brackets denote forbidden transitions which are not possible due to selection rules for orbital and spin-angular momentum in the first-order approximation of the quantum theory. Forbidden radiative transitions are not ruled out completely because selection rules are only approximate, but their probability is much lower (by eight orders, for example) in comparison to allowed ones. One can also improve the approximation, e.g. by including spin-orbital interaction in atoms, and in this way derive further selection rules which have different regions of validity. Transitions are sometimes called semi-forbidden (or intercombination, in accordance with the terminology of laboratory spectroscopy) if they can be accommodated only when spin-orbital interaction is considered. Semi-forbidden transitions are denoted by a single right bracket (e.g. C III] $\lambda$ 1909). Probability of semi-forbidden transitions is usually in between transitions allowed and forbidden. Forbidden and semi-forbidden transitions are particularly important in cosmic environments because of their low densities: emissions with low intensities under laboratory conditions may become noticeable even dominant.

41 Přechody se v atomech uskutečňují s rozdílnými pravděpodobnostmi, jež jsou nepřímo úměrné životní době příslušného excitovaného stavu. Hranatými závorkami se označují zakázané přechody, které nejsou možné do prvního řádu přiblížení kvantové teorie v důsledku porušení výběrových pravidel pro orbitální a spinový moment hybnosti. Zakázané přechody nejsou naprosto vyloučeny, protože výběrová pravidla platí pouze přibližně, mají ovšem mnohem menší pravděpodobnost (třeba o osm řádů) ve srovnání s povolenými přechody. Aproximaci lze vylepšovat, např. započtením spin-orbitální interakce v atomech, a tak odvozovat další výběrová pravidla s různými oblastmi platnosti. Přechody, které lze popsat až po započtení spin-orbitální interakce, se někdy nazývají polozakázané (nebo interkombinační, v souhlase s terminologií laboratorní spektroskopie) a označují se samostatnou pravou hranatou závorkou (např. C III] $\lambda$ 1909). Pravděpodobnost polozakázaných přechodů bývá mezi pravděpodobností přechodů povolených a zakázaných. Zakázané a polozakázané přechody mají v kosmickém prostředí zvláštní důležitost z důvodu jeho nízké hustoty, při níž se za obvyklých podmínek málo výrazné emise mohou stát patrnými nebo mohou dokonce dominovat.

42 Collin-Souffrin, S., & Lasota, J.-P. 1989, «The broad-line region of active galactic nuclei revisited», PASP 100, 1041;

Netzer, H. 1991, «BLR models and the L-M relation for AGNs», in *Variability of Active Galaxies*, Duschl, W. J., Wagner, S. J., & Camenzind, M. (eds.) (Springer-Verlag, Berlin), p. 107;

Osterbrock, D. E., & Mathews, W. G. 1986, «Emission-line regions of active galaxies and QSOs», ARA&A 24, 171;

Pérez, E., Robinson, A., de la Fuente, L. 1992, «The response of the broad emission-line region to ionizing continuum variations — III. An atlas of transfer functions», MNRAS 256, 103;

Roos, N. 1992, «Gas clouds from tidally disrupted stars in active galactic nuclei», ApJ 385, 108;

Scoville, N., & Norman, C. 1988, «Broad emission-lines from the mass-loss envelopes of giant stars in active galactic nuclei», ApJ 332, 742;

Terlevich, R. T., Tenorio-Tagle, G., Franco, J., & Melnick, J. 1992, «The starburst model for active galactic nuclei: the broad-line region as supernova remnants evolving in a high-density medium», MNRAS 255, 713;

Zurek, W. H., Siemiginowska, A., & Colgate, S. A. 1992, «Star-disk collisions in active galactic nuclei and the origin of the broad line region», in *Testing the AGN Paradigm*, Holt, S. S., Neff, S. G., & Urry, C. M. (eds.) (American Istitute of Physics, New York), p. 564.

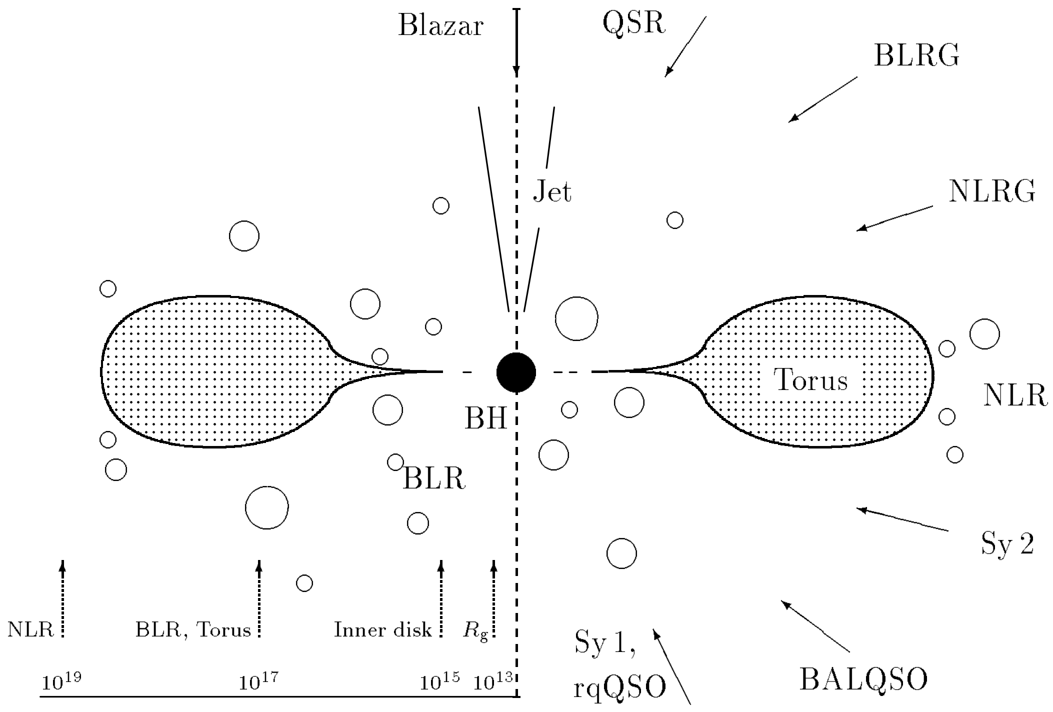


Figure 3: *A simplified sketch of the unified model of active galaxies with its individual constituents, as described in the text (not to the scale). Arrows indicate different lines of observer's view and the corresponding typological classification of the object. Distances are given in the units of* $M_8$ cm*; the values should be considered as indicative only. Material which is attracted by a central black hole forms a torus before it is accreted. The most intense ultraviolet and X-radiation emerges from its inner part. The outer regions obscure much of the radiation for edge-on observers so that the spectrum of the object depends on the view-angle. Some material is accelerated along the symmetry axis and it escapes in the form of a jet. Jets are believed to be intrinsically double-sided but incoming radiation from the receding jet is reduced by a large factor (see the text). Not all objects show observable jets, however.*

Obrázek 3: *Zjednodušený náčrt sjednoceného modelu aktivních galaxií s jeho jednotlivými složkami, jak jsou popsány v textu (obrázek nezachovává měřítko). Šipky vyznačují různé směry pozorovatelova pohledu a tomu odpovídající typologické zařazení objektu. Vzdálenosti jsou uvedeny v jednotkách* $M_8$ cm*; hodnoty je však třeba považovat pouze za orientační. Látka přitahovaná ústřední černou dírou vytváří torus předtím, než je definitivně pohlcena. Nejpronikavější ultrafialové a rentgenové záření vychází z jeho vnitřní části. Pozorovateli, hledícímu na objekt ze strany, zastiňují vnější oblasti toru značnou část záření, takže spektrum objektu závisí na úhlu pohledu. Část materiálu je urychlována podél osy souměrnosti a uniká v podobě výtrysku. O výtryscích se předpokládá, že jsou oboustranné, ale záření přicházející od vzdalujícího se výtrysku je velmi zeslabeno (viz text). Ovšem ne všechny objekty mají pozorovatelné výtrysky.*

• The presence of the Mg II $\lambda\,2800$ line implies that the emitting gas is optically thick in the Lyman continuum. Each photon from the Lyman continuum which is absorbed by the gas gets transformed into radiation of a lower energy and into a Ly $\alpha$ line photon.

• We define the *covering factor* $f_c$ as the fractional area of the sky subtended by the gas as viewed from the source. [It can be expressed by the relation $f_c \equiv$ (*Number of the Ly $\alpha$ line photons*)/(*Number of the Lyman continuum photons + Number of the Ly $\alpha$ line photons*).] Typically, $f_c \approx 0.1$.

• Ionization state of the BLR medium can be characterized by the *ionization parameter*, $\Xi \equiv$ (*Radiation pressure*)/(*electron gas pressure*):[43]

• Přítomnost čáry Mg II $\lambda\,2800$ svědčí o tom, že zářící plyn je opticky tlustý v Lymanově kontinuu. Každý foton Lymanova kontinua, který je plynem pohlcen, se přemění na záření s nižší energií a foton čáry Ly $\alpha$.

• Zavádíme tzv. *faktor pokrytí* $f_c$ jakožto tu část oblohy, která je při pohledu ze zdroje pokryta plynem. [To lze vyjádřit vztahem $f_c \equiv$ (*Počet fotonů čáry Ly $\alpha$*)/(*Počet fotonů Lymanova kontinua + Počet fotonů čáry Ly $\alpha$*).] Obvykle bývá $f_c \approx 0,1$.

• Stav ionizovaného prostředí v oblacích širokých čar lze popsat pomocí *ionizačního parametru*, $\Xi \equiv$ (*Tlak ionizujícího záření*)/(*Tlak elektronového plynu*):[43]

$$\Xi \approx \frac{1}{4\pi \overline{r}^2 c n_e k T_e} \int_{\nu_0}^{\infty} L(\nu)\, d\nu, \tag{2.1}$$

where $\nu_0$ is the Rydberg frequency, $L(\nu)$ is the luminosity at frequency $\nu > \nu_0$, and $\overline{r}$ is the typical distance between the BLR gas (we assume hydrogen) and the source of ionizing photons. The observed ratio of metallic (in astronomical terminology) lines C III]/C IV yields $\Xi \approx 0.01$, and consequently, assuming $n_e \approx 10^{10}$ cm$^{-3}$,

kde $\nu_0$ je Rydbergova frekvence, $L(\nu)$ je luminozita na frekvenci $\nu > \nu_0$, a $\overline{r}$ je typická vzdálenost plynu tvořícího oblast širokých čar (předpokládáme vodík) od zdroje ionizujícího záření. Z pozorovaného poměru kovových (v astronomické terminologii) čar C III]/C IV plyne $\Xi \approx 0,01$, a tedy za předpokladu $n_e \approx 10^{10}$ cm$^{-3}$,

$$\overline{r} \approx 3 \times 10^{18} \sqrt{\frac{L}{10^{46}\mathrm{erg/s}}} \quad [\mathrm{cm}].$$

• Photoionization calculations suggest the *column density* $N_c \approx (10^{22}$–$10^{23})$ cm$^{-2}$. The values of $N_c$ and $n_e$ imply the size of the emitting element $\overline{r}_e \approx 10^{12}$ cm $\ll \overline{r}$.

• Výpočty fotoionizace vedou ke *sloupcové hustotě* $N_c \approx (10^{22}$–$10^{23})$ cm$^{-2}$. Z hodnoty $N_c$ a $n_e$ plyne rozměr vyzařujícího elementu $\overline{r}_e \approx 10^{12}$ cm $\ll \overline{r}$.

[43] Krolik, J. H., McKee, C. F., & Tarter, C. B. 1981, «Two-phase models of quasar emission-line regions», ApJ 249, 422.

One should note that slightly different definitions of the ionization parameter have been introduced in the literature in addition to $\Xi$. For example, $\tilde{\Xi} \equiv$ (*Ionizing photon density*)/(*electron density*):[44]

Je třeba poznamenat, že se v literatuře namísto $\Xi$ zavádějí i nepatrně odlišné definice ionizačního parametru. Například $\tilde{\Xi} \equiv$ (*Hustota ionizujících fotonů*)/(*elektronová hustota*):[44]

$$\tilde{\Xi} \approx \frac{1}{4\pi \overline{r}^2 c n_{\mathrm{e}}} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{L(\nu)}{h\nu}\, d\nu \approx \tfrac{1}{2}\,\Xi .$$

• The ratio of the emitting volume to the total volume, $f_{\mathrm{f}}$ (the *filling factor*), reads

• Poměr objemu zářící oblasti k celkovému objemu, $f_{\mathrm{f}}$ (tzv. *faktor vyplnění*), činí

$$f_{\mathrm{f}} = \frac{f_{\mathrm{c}} N_{\mathrm{c}}}{n_{\mathrm{e}} \overline{r}} \approx 10^{-6} \ll 1. \qquad (2.2)$$

Since both $f_{\mathrm{f}} \ll 1$ and $\overline{r}_{\mathrm{e}} \ll \overline{r}$, radiation from BLR is usually interpreted as a collective emission of a large number of small clouds that fill only a small fraction of the total volume. The gaseous clouds are accelerated and photoionized by a non-thermal continuum source (but mechanisms for this process are under discussion). Photoionization explains why we observe high ionization species such as $C^{+3}$ and $N^{+4}$ while the temperature does not exceed about $2 \times 10^4$ K.

Neboť jak $f_{\mathrm{f}} \ll 1$, tak i $\overline{r}_{\mathrm{e}} \ll \overline{r}$, považuje se záření z oblasti širokých čar za souhrnnou emisi velkého počtu malých oblaků, které jenom z malé části vyplňují celkový objem. Plynné oblaky se urychlují a fotoionizují zdrojem netermálního kontinua (avšak způsob tohoto procesu je předmětem diskuze). Fotoionizace je schopna vysvětlit, proč pozorujeme vysoce ionizované prvky, jako jsou $C^{+3}$ a $N^{+4}$, zatímco teplota nepřevyšuje asi $2 \times 10^4$ K.

The *Narrow line region (NLR)* emits a narrow component of the Balmer lines and the forbidden lines. It is much larger then BLR. Its temperature and density can be estimated independently from several line-intensity ratios. For temperature one obtains $T_{\mathrm{e}} \approx 10^4$ K. Typical densities are $(10^3\text{–}10^6)$ cm$^{-3}$. NLR can be resolved in nearby Seyferts, and its diameter is about (100–300) pc. In QSOs we

*Oblast úzkých čar* vyzařuje úzkou složku Balmerových čar a zakázaných čar. Rozměrem je mnohem větší než oblast širokých čar. Její teplotu a hustotu lze odhadnout nezávisle pomocí několika poměrů intenzit čar. Pro teplotu se dostává $T_{\mathrm{e}} \approx 10^4$ K. Hustota obvykle dosahuje hodnoty $(10^3\text{–}10^6)$ cm$^{-3}$. V blízkých Seyfertových galaxiích lze oblast úzkých čar rozlišit a její průměr je přibližně (100–

[44] Collin-Souffrin, S. 1993, «Observations and their implications for the inner parsec of AGN», in *Central Activity in Galaxies*, Lecture Notes in Physics 413, Sandqist, Aa., & Ray, T. P. (eds.) (Springer-Verlag, Berlin), p. 97.

expect dimensions of the order of a few kpc. The difference in densities explains why forbidden lines are present in emission spectra of NLR while they are missing in the spectra of BLR.[45]

300) pc. U kvazarů se očekávají rozměry několika kpc. Rozdílnost hustot vysvětluje, proč ve spektru oblasti úzkých čar pozorujeme zakázané čáry, avšak nevidíme je ve spektru oblasti širokých čar.[45]

Source of excitation for the emission lines in active nuclei can be:

- *Photoionization* due to an intense non-stellar radiation[46] (probably requires a black hole model).
- *Shock wave excitation*,[47] acting especially in NLR and in galactic nuclei with only weak activity (LINERs).
- *Warming* due to the burst of star formation (no need for a massive central object in this model).[48]
- Presence of *fast particles or radio waves* (which is considered as an additional possibility).

Zdrojem vybuzení emisních čar v aktivních jádrech mohou být:

- *Fotoionizace* způsobená silným zářením nehvězdného původu[46] (patrně vyžaduje model s černou dírou).
- *Vybuzení rázovou vlnou*,[47] působící zejména v oblasti úzkých čar a u slabě aktivních jader (nízce ionizované jaderné oblasti).
- *Zahřívání* způsobené prudkou tvorbou hvězd (v tomto modelu není potřeba hmotného ústředního tělesa).[48]
- Přítomnost *rychlých částic nebo rádiových vln* (což se považuje za doplňkovou možnost).

## 2.3 Absorption lines/Absorpční čáry

Numerous absorption lines are observed in the spectra of quasars.[49] These lines

Ve spektrech kvazarů se pozorují četné absorpční čáry.[49] Mnohdy bývají úzké,

[45] Whittle, M. 1985, «The narrow line region of active galaxies — III. Profile comparisons», MNRAS 216, 817.

[46] Davidson, K., & Netzer, H. 1979, «The emission lines of quasars and similar objects», Rev.Mod.Phys. 51, 715;
O'Dell, S. L., Scott, H. A., & Stein, W. A. 1987, «The origin of the photoionizing continuum of active galactic nuclei and quasars,» ApJ 313, 164.

[47] Dyson, J. E., & Perry, J. J. 1985, «Shock formation of broad emission-line regions in QSOs and active galactic nuclei», MNRAS 213, 665.

[48] Terlevich, R. T., & Melnick, J. 1985, «Warmers: the missing link between Starburst and Seyfert galaxies», MNRAS 213, 841;
Terlevich, R. T., Tenorio-Tagle, G., Franco, J., & Melnick, J. 1992, «The starburst model for active galactic nuclei: the broad-line region as supernova remnants evolving in a high-density medium», MNRAS 255, 713.

are often narrow with sharp profiles so that relevant wavelengths can be measured accurately. On the other hand, slightly less than 10 % of quasars belong to a subclass of Broad Absorption-Line Quasars[50] with wide ($\gtrsim 10^4$ km/s) absorptions adjacent to high ionization emissions of, e.g., C IV, N V, and O VI. Absorption lines are an important tool in studying both active galactic nuclei and the intergalactic medium.

Absorption lines are often grouped into *line systems*, characterized by a common redshift. Three main types of line systems can be distinguished:

• *Metal line systems.* Absorbing matter which produces these line systems is either ejected from AGN (this explanation meets energetic problems in some cases) or it can be completely unrelated in the form of some intervening material located along our line of sight. The latter interpretation is supported by the fact that absorption lines are particularly numerous in high-redshift quasars. In some cases, metallic absorptions are related to another line system which is referred to as the Ly $\alpha$ forest.

• *The Ly $\alpha$ forest* is a rich complex of absorption lines. Since discovery in early

s ostrým profilem, takže lze přesně stanovit příslušnou vlnovou délku. Na druhé straně necelých 10 % kvazarů náleží do podskupiny kvazarů se širokými absorpčními čarami,[50] jejichž široké ($\gtrsim 10^4$ km/s) absorpce přiléhají k emisím vysoce ionizovaných stavů, jako jsou např. C IV, N V, nebo O VI. Absorpční čáry jsou důležitým nástrojem jak při studiu aktivních galaktických jader, tak i intergalaktického prostředí.

Absorpční čáry bývají mnohdy sdruženy do *čárových systémů*, vyznačujících se společným červeným posuvem. Rozlišují se tři hlavní typy čárových systémů:

• *Soustavy kovových čar.* Pohlcující hmota, která tyto soustavy vytváří, je z aktivního jádra buď vyvržena (v některých případech vede toto vysvětlení k energetickým rozporům), nebo s ním vůbec nijak nesouvisí a jedná se o nějaký zastiňující materiál umístěný podél našeho směru pohledu. Toto druhé vysvětlení je podpořeno skutečností, že absorpční čáry jsou obzvláště četné u kvazarů s velkým červeným posuvem. V některých případech mají kovové absorpce vztah k dalšímu systému čar, označovanému jako les čáry Ly $\alpha$.

• *„Les“ čáry Ly $\alpha$* je bohatá soustava absorpčních čar. Od svého objevu po-

[49] Blades, J. C., Turnshek, D. A., & Norman, C. A. (eds.) 1988, *QSO Absorption Lines* (Cambridge University Press, Cambridge);
Perry, J. J. 1993, «Activity in galactic nuclei», in *Central Activity in Galaxies*, Lecture Notes in Physics 413, Sandqist, Aa., & Ray, T. P. (eds.) (Springer-Verlag, Berlin), p. 25;
Swarup, G., Saikia, D. J., Beltrametti, M., et al. 1986, «Absorption lines and the radio structure of quasars», MNRAS 220, 1;
Ulrich, M.-H. 1988, «Far ultraviolet absorption lines in active galaxies», MNRAS 230, 121;
Weyman, R. J., Carswell, R. F., & Smith, M. C. 1981, «Absorption lines in the spectra of quasistellar objects», ARA&A 19, 41.
[50] Turnshek, D. A. 1984, «Properties of the broad absorption-line QSOs», ApJ 280, 51.

1970s[51] it has been a subject of numerous studies.[52] The Ly $\alpha$ absorption lines are found exclusively bluewards of the Ly $\alpha$ line in the AGN emission spectrum, which leads to the conclusion that they are produced by intergalactic clouds. Strong lines redwards of the Ly $\alpha$ emission can usually be identified with some particular redshift system — for example, the UV doublet C IV $\lambda\lambda\,1548, 1550$, which is redshifted to the optical range in high-redshift quasars. The problem of metallic contaminations of the Ly $\alpha$ forest absorptions has acquired rather lively attention because it relates to chemical abundances in very distant regions.[53]

• *Broad absorption lines* have already been mentioned. They are observed in BALQSOs, bluewards strong emission lines. We thus expect these absorptions to take place close to the quasar.

Many astronomers believe that the above-given and other rich observational evidence can be comprehended within a unified scheme of active galactic nuclei, which is illustrated in Fig. 3. This approach assumes analogous physical processes and geometrical configuration in different types of active galaxies and attempts to attribute as many features as possible to their orientation with respect to the observer.[54] An intense source of illumination and a distribution of the obscuring material are the main ingredients of the model. It remains to be seen

čátkem sedmdesátých let[51] byla předmětem četných studií.[52] Absorpční čáry Ly $\alpha$ nacházíme výlučně na modré straně čáry Ly $\alpha$ v emisním spektru aktivních galaktických jader, což vede k závěru, že vznikají uvnitř intergalaktických oblaků. Výrazné čáry na červené straně emise Ly $\alpha$ lze obvykle ztotožnit s některou ze soustav čar posunutých do červené části spektra — například dublet C IV $\lambda\lambda\,1548, 1550$, jenž je u kvazarů s velkým červeným posuvem přesunut až do optické oblasti. Problém kovových příměsí v absorpčním lesu Ly $\alpha$ získal poměrně živou pozornost, protože je ve vztahu k otázce chemických příměsí přítomných v od nás velmi vzdálených oblastech.[53]

• *Široké absorpční čáry* už byly zmíněny dříve. Ty se pozorují u kvazarů s širokými absorpčními čarami na modré straně čar emisních. Proto očekáváme, že tyto absorpce nastávají blízko u kvazaru.

Řada astronomů se domnívá, že výše uvedené i četné další observační důkazy lze pochopit v rámci sjednoceného popisu aktivních galaktických jader, jenž je načrtnut na obr. 3. Tento přístup předpokládá působnost obdobných fyzikálních procesů a geometricky podobnou stavbu u různých typů aktivních galaxií, připisujíc jejich vlastnosti orientaci vůči pozorovateli.[54] Intenzívní ozařující zdroj a vhodné rozložení zastiňující látky jsou hlavními složkami uvedeného modelu. Teprve budoucnost ukáže, zda bude tento obraz úspěšný, a do jaké míry.[55]

51 Lynds, R. 1971, «The absorption-line spectrum of 4C 05.34», ApJ 164, L73.
52 Sargent, W. L. W., & Steidel, C. C. 1989, «A survey of Lyman-limit absorption in the spectra of 59 high-redshift QSO», ApJS 69, 703.
53 Artymowicz, P. 1993, «Metallicity in quasar/AGN environment: A consequence of usual or unusual star formation?», PASP 105, 1032;
Cowie, L. L., Songaila, A., Kim, T.-S., & Hu, E. M. 1995, «The metallicity and internal structure of the Lyman-alpha forest clouds», AJ 109, 1522.

whether this picture will be successful and to what degree.[55] We will discuss theoretical implication of this view a number of times in subsequent chapters.

Jeho teoretické důsledky budeme vícekrát diskutovat v následujících kapitolách.

## 2.4 Surveys of AGN/Přehlídky aktivních galaktických jader

One class of extragalactic objects with active nuclei, Seyfert galaxies, was described in the late 1940s.[56] Some extreme examples of unusually active galaxies have been known even much longer. For example, a jet of the large elliptical galaxy M 87 (NGC 4486) was already studied at the turn of the century.[57] Later, active galactic nuclei have been identified by optical identifications of radio and X-ray sources (positional precision of about 1 arcsec is usually needed for a reasonably trustworthy indentification). Our example, the galaxy M 87 mentioned above has been associated with an intense radio source which is known as Vir A. Extensive searches have been carried out in different regions of wavelength, redshift, luminosity, etc. during recent decades.[58] A few examples:

Jedna ze tříd extragalaktických objektů s aktivními jádry, Seyfertovy galaxie, byla popsána koncem čtyřicátých let.[56] Některé extrémní příklady neobvykle aktivních galaxií jsou známy ještě mnohem déle. Například výtrysk z velké eliptické galaxie M 87 byl studován již na přelomu století.[57] Později se aktivní jádra galaxií vyhledávala metodou optického ztotožnění rádiových a rentgenových zdrojů (k přiměřeně důvěryhodné identifikaci je obvykle třeba přesnosti v určení polohy asi na 1 úhlovou vteřinu). Náš příklad, výše zmíněná galaxie M 87, tak byla ztotožněna se silným rádiovým zdrojem známým pod označením Vir A. V posledních desetiletích se provádějí rozsáhlé přehlídky v rozličných oblastech vlnových délek, červených posuvů, luminozit, atd.[58] Několik příkladů:

• *Radio surveys*: In an unending strug-

• *Rádiové přehlídky*: V nekončícím úsi-

[54] Antonucci, R. 1993, «Unified models for active galactic nuclei and quasars», ARA&A 31, 473;
Lawrence, A. 1987, «Classification of active galaxies and the prospect of a unified phenomenology», PASP 99, 309;
Rawlings, S., & Saunders, R. 1991, «Evidence for a common central engine mechanism in all extragalactic radio sources», Nature 349, 138;
Urry, C. M., & Padovani, P. 1995, «Unified schemes for radio-loud active galactic nuclei», PASP 107, 803.

[55] Falcke, H., Gopal-Krishna, & Biermann, P. L. 1995, «Unified schemes for active galaxies: a clue from the missing Fanaroff-Riley type I quasar population», A&A 298, 395.

[56] Seyfert, C. K. 1943, «Nuclear emission in spiral nebulae», ApJ 97, 28.

[57] Curtis, H. D. 1918, «Descriptions of 762 nebulae and clusters photographed with the Crossley reflector», Publ.Lick.Obs. 13, 9.

[58] Soifer, B. T. (ed.) 1993, *Sky surveys: protostars to protogalaxies* (Astronomical Society of the Pacific, San Francisco).

gle for better resolution of radio images, radioastronomers have probably reached a technically reasonable maximum size of a separate radio antenna. An entirely steerable Effelsberg radiotelescope near Bonn (Germany) operates a dish of diameter 100 m, and a fixed radiotelescope in Arecibo (Puerto Rico) reaches 300 m. Resolution can be improved effectively by linking radiotelescopes in interferometric arrays [like the Very Large Array (VLA) in New Mexico or the British Multi-Element Radio-Linked Interferometry Network (MERLIN)]. On a continental and even intercontinental scale, the method of Very Long Baseline Interferometry (VLBI) has been developed and there are even plans to increase the base by including radiotelescopes on a satellite.[59] Nowadays the best resolution of radio maps reaches $10^{-5}$ arcsec. The best linear resolution is about 0.1 pc.[60]

Important examples of extensive radioastronomical sky surveys are the Cambridge catalogues *3C* (at frequency 159 MHz), *3C RR* and the more sensitive *4C* (both at 178 MHz), Parkes *Pks* (408 MHz) and *PksF* (2700 MHz) surveys (southern sky), Bologna *B2* (408 MHz), and MPIfR/NRAO survey (5 GHz).[61]

• *IR surveys*: IRAS catalogue at wavelengths 12, 25, 60 and 100 µm.[62] Pre-IRAS extragalactic surveys are not as rich.[63]

lí o lepší rozlišení rádiových obrazů již radioastronomové pravděpodobně dosáhli z technického hlediska hranice rozumného rozměru samostatné rádiové antény. Plně ovladatelný Effelsbergský radioteleskop poblíž Bonnu (Německo) je vybaven talířem o průměru 100 m a pevný radioteleskop v Arecibo (Portoriko) dosahuje 300 m. Rozlišovací schopnost lze dále efektivně zlepšovat propojením radioteleskopů do interferometrických soustav [jako je například systém zvaný Very Large Array v Novém Mexiku nebo britský Multi Element Radio Linked Interferometry Network]. Na kontinentální a dokonce interkontinentální škále byla vyvinuta metoda interferometrie s velmi dlouhou základnou a existují dokonce plány k zapojení radioteleskopů umístěných na satelitu.[59] Nejlepší soudobá rozlišovací schopnost rádiových map dosahuje $10^{-5}$ úhlové vteřiny. Nejlepší lineární rozlišení činí asi 0,1 pc.[60]

Důležitými příklady rozsáhlých radioastronomických přehlídek oblohy jsou Cambridgeské katalogy *3C* (na frekvenci 159 MHz), *3C RR* a citlivější *4C* (oba na 178 MHz), přehlídky *PKS* (408 MHz) a *PKSF* (2700 MHz) z Parkesu (jižní obloha), *B2* (408 MHz) z Bologne, a přehlídka MPIfR/NRAO (5 GHz).[61]

• *Infračervené přehlídky*: Katalog satelitu IRAS na vlnových délkách 12, 25, 60 a 100 µm.[62] Extragalaktické přehlídky z éry před IRASem nejsou zdaleka tak bohaté.[63]

---

59 Robertson, J. G., & Tango, W. J. (eds.) 1994, *Very High Angular Resolution Imaging*, Proceedings of the IAU Symposium No. 158 (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht);
Rohlfs, K. 1990, *Tools of Radio Astronomy* (Springer-Verlag, Berlin).

60 Junor, W., & Biretta, J. A. 1995, «The Radio Jet in 3C274 at 0.01 pc Resolution», AJ 109, 500.

61 Fricke, K., & Witzel, A. 1982, «Extragalactic Radio Sources», in *Landolt-Börnstein, VI, 2c*, Schaifers, K., & Voigt, H. H. (eds.) (Springer-Verlag, Berlin), p. 315.

• *Optical surveys*: Although quasars were originally discovered as optical counterparts of extragalactic radio objects, most of them are radio quiet.[64] Optical surveys are therefore important,[65] and they are carried out in many different ways, using low dispersion spectroscopy, color selection, variability studies, etc.[66]

• *Optické přehlídky*: Přestože původně byly kvazary objeveny jako optické protějšky k extragalaktickým rádiovým zdrojům, většina jich je rádiově klidných.[64] Optické přehlídky mají proto svou důležitost.[65] Provádějí se řadou různých metod, používajíce spektroskopii s nízkou disperzí, výběr podle barvy, studium proměnnosti atd.[66]

• *X-ray and $\gamma$-ray surveys*: Due to a strong atmospheric absorption acting in this waveband, X-ray surveys must be carried out mostly from cosmic satellites. The situation for $\gamma$-rays is analogous.[67] Table 6 summarizes some more important missions; many more satellites carried X- and $\gamma$-ray detectors onboard, however.[68]

• *Přehlídky v oboru rentgenovém a $\gamma$*: V důsledku výrazné atmosférické absorpce, uplatňující se v tomto pásmu vlnových délek, je třeba konat rentgenovské přehlídky převážně z paluby kosmických satelitů. Situace v oblasti záření $\gamma$ je obdobná.[67] Tabulka 6 shrnuje některé významnější družicové experimenty; detektory citlivé v oblasti rentgenového a $\gamma$ záření nesla ovšem na palubě řada dalších satelitů.[68]

---

[62] Miley, G. K., & De Grijp, R. 1985, «IRAS observations of active galaxies — a review», STSCI preprint 65;
Neugebauer, G. 1986, «Quasars measured by the IRAS», ApJ 308, 815;
Neugebauer, G., Soifer, B. T., Miley, G., et al. 1984, «IRAS observations of radio-quiet and radio-load quasars», ApJ 278, L83;
Soifer, B. T., Houck, J. R., & Neugebauer, G. 1987, «The IRAS view of the extragalactic sky», ARA&A 25, 187;
Spinoglio, L., Persi, P., Ferrari-Toniolo, M., et al. 1985, «IRAS and near-infrared observations of the Seyfert galaxies...», A&A 153, 55;
Telesco, C. M. 1988, «Enhanced star formation and infrared emission in the centers of galaxies», ARA&A 26, 343;
see also proceedings of the IRAS symposia.

[63] Rieke, G. H., & Lebofsky, M. J. 1979, «Infrared emission of extragalactic sources», ARA&A 17, 477;
Sparks, W. B., Hough, J. H., Axon, D. J., & Bailey, J. 1986, «Infrared photometry of the nuclei of early-type radio galaxies», MNRAS 218, 429.

[64] Sandage, A. 1965, «The existence of a major new constituent of the Universe: The quasi-stellar galaxies», ApJ 141, 1560.

[65] Schmidt, M., & Green, R. F. 1983, «Quasar evolution derived from the Palomar bright survey and other complete quasar surveys», ApJ 269, 352.

[66] Boyle, B. J., Fong, R., Shanks, T., & Peterson, B. A. 1990, «A catalogue of faint, UV-excess objects», MNRAS 243, 1;
Smith, M. C. 1980, «Quasars: observed properties of optically selected objects at large redshifts», Vistas in Astronomy 22, 321;
Smith, P. S., Balonek, T. J., Elston, R., & Heckert, P. A. 1987, «Optical and near-infrared observations of BL Lacertae objects and active quasars», ApJS 64, 459.

Results of surveys and statistical interpretations of data have been traditionally presented in the form of astronomical catalogues.[69] Nowadays, most data that have been collected are after a short period available electronically by means of computer networks after a short period.

Výsledky přehlídek a statistické zpracování dat se tradičně uvádějí v podobě astronomických katalogů.[69] V dnešní době je většina získaných údajů po krátké době dostupná elektronicky pomocí počítačových sítí.

It is always crucial for interpretation of data (and difficult for observers) to estimate the statistical completeness of the survey — otherwise no meaningful conclusions can be drawn from it. Statistical studies employ several techniques that try to distinguish evolutionary and cosmological effects; we summarize a few well-known examples from the many that have been proposed during the last three decades:[70]

Pro interpretaci dat je vždy zásadní (a pro pozorovatele obtížné) stanovit statistickou úplnost přehlídky — jinak z ní nelze vyvozovat žádné rozumné závěry. Statistické studie využívají několik postupů, jimiž se snaží rozlišit vývojové jevy od kosmologických; z celé řady postupů, které byly navrženy v průběhu posledních tří desetiletí, shrneme několik dobře známých příkladů:[70]

• *Source counts,* $N(F)$, i.e. numbers $N$ of sources (radio sources are usually considered) whose radiation-flux density exceeds $F$, detected at a given frequency in a given area of sky. For a static Euclidean universe $N(F) \propto F^{-3/2}$. In the Friedmannian universe with no evolution of sources there should be fewer faint sources detected. In reality fainter sources are more

• *Počty zdrojů,* $N(F)$, tj. počty $N$ zdrojů (většinou se berou do úvahy rádiové zdroje) zaznamenané na dané frekvenci v dané části oblohy, jejichž hustota zářivého toku převyšuje $F$. Ve statickém eukleidovském vesmíru je $N(F) \propto F^{-3/2}$. Ve friedmannovském modelu vesmíru se zdroji, které se nijak nevyvíjejí, by se mělo zaznamenat méně slabých zdrojů. Ve skutečnosti

---

67 Bassani, L. & Dean, A. J. 1986, «Gamma-ray observations and relativistic jets in active galactic nuclei», A&A 161, 85.

68 Charles, P., & Steward, F. 1995, *Exploring the X-ray Universe* (Cambridge University Press, Cambridge);
Davies, J. K. 1988, *Satellite Astronomy: The Principles and Practise of Astronomy from Space* (Ellis Horwood Ltd., Chichester);
Matthews, J. M. (ed.) 1994, *High Energy Astrophysics* (World Scientific, Singapore).

69 Hewitt, A., & Burbidge, G. 1987, «A new optical catalog of quasi-stellar sources», ApJS 63, 1;
Véron-Cetty, M.-P., & Véron, P. 1993, «A catalogue of quasars and active nuclei (6th edition)», European Southern Observatory, Scientific Report No. 13.

70 Chincarini, G., Iovino, A., Maccacaro, T., & Maccagni, D. 1993, *Observational Cosmology* (Astronomical Society of the Pacific, San Francisco);
Peebles, P. J. E. 1993, *Principles of Physical Cosmology* (Princeton University Press, Princeton);
Sandage, A. 1961, «The ability of the 200-inch telescope to discriminate between selected world models», ApJ 133, 355.

| Satellite | Period | Range [keV] | Observations, discoveries, goals |
|---|---|---|---|
| SAS-1 (*Uhuru*) | 1970–1974 | 2–20 | X-ray binaries |
| ANS | 1974–1977 | 1–10 | X-ray bursters |
| OGO programme | 1966– | $\geq 25 \times 10^3$ | $\gamma$-rays from the galactic plane |
| Vela programme | 1969– | 150–1500 | Extra-solar system nature of $\gamma$-ray bursts |
| Ariel | 1970–1980 | 2–9 | X-ray variability of Seyferts, Fe XXXV (6.7 keV) line in supernova remnants |
| HEAO-1 | 1977–1979 | 0.25–60<br>$10$–$10^4$ | Mapping the diffuse X-ray background, hard X-ray sources, $\gamma$-ray background |
| HEAO-2 (*Einstein*) | 1978–1981 | 0.25–4 | Images of extended sources |
| EXOSAT | 1983–1986 | 1.5–80 | Quasi-periodic X-ray sources |
| Astro-C (*Ginga*) | 1987–1991 | 1.5–30<br>1.5–400 | Improved resolution of X-ray and $\gamma$-ray burst observations |
| ROSAT (*Roentgen Satellite*) | 1990– | 0.1–2 | All sky survey, series of pointed observations |
| ASTRO-D (*ASCA*) | 1993– | 0.5–12 | High-resolution X-ray emission lines |
| ASTRO-E | 2000– | 0.4–300 | Detailed spectroscopy of X-ray sources in cosmological distances |
| AXAF | 1998– | 0.1–10 | Follow up of *Einstein*; high resolution at (6–7) keV (iron lines) |
| XMM | 1998–2008 | 0.2–12 | X-ray spectra in detail |
| XTE (*X-ray Timing Explorer*) | 1995–1997 | 2–250 | Time variability with spectral resolution (μsec–months) |
| SAX | 1992–1995 | 0.1–200 | |
| CGRO (*Compton Gamma-Ray Observatory*) | 1991–1993 | $800$–$3 \times 10^4$ | Numerous X- and $\gamma$-ray experiments (e.g. BATSE — Burst & Transient Source Experiment, EGRET — Energetic Gamma Ray Experiment, etc.) |
| INTEGRAL (*International $\gamma$-ray Astrophysics Lab.*) | 2001–2003 | $20$–$10^4$ | Spectroscopy and accurate (12″ FWHM) positioning |

Table 6: *List of selected X-ray and $\gamma$-ray satellites.*

Tabulka 6: *Seznam vybraných satelitů pro obor záření rentgenového a $\gamma$.*

common up to a certain value of redshift.

• *The test on mean value,* $\langle V/V_m \rangle$, can be used in a minimum-flux limited survey of extragalactic objects with known redshifts. Here, $V$ is the comoving volume to the redshift of the source; $V_m$ is the comoving volume out to the maximum distance at which the source would still be included within the survey.

• *'Largest angular size – redshift' relation, LAS(z).* This test studies an upper limit on observed angular sizes of extragalactic sources as a function of redshift. Assuming a particular cosmological model, this relation is affected by the luminosity–size dependence of the sources; nearby sources appear to be larger and less luminous. Large-redshift sources may also appear smaller due to a higher density of the cosmological environment in the past. Finally, a more-dense microwave background in distances corresponding to large values of redshift might efficiently "cool" weak radio sources (i.e. decrease their energy content) through the inverse Compton scattering (see p. 168).[71]

• On the basis of our knowledge about the ultraviolet Big Bump in the continuum radiation and other evidence from spectra and variability of active galaxies, the accretion disk model seems to be well-founded. However, uncertainties remain. For example the maximum possi-

se slabé zdroje jeví četnější až do určité hodnoty červeného posuvu.

• *Test střední hodnoty,* $\langle V/V_m \rangle$, se používá v přehlídkách extragalaktických objektů se známým červeným posuvem. Přehlídky jsou přitom omezeny nejmenší hodnotou toku. $V$ zde označuje souputující objem oblasti, již vymezují objekty daného červeného posuvu; $V_m$ je souputující objem vymezený největší vzdáleností, v níž by objekt byl ještě zahrnut do přehlídky.

• *Závislost ‚největší úhlový rozměr – červený posuv'.* Tento test zkoumá horní mez pozorovaných úhlových rozměrů extragalaktických zdrojů jako funkci červeného posuvu. Předpokládajíce určitý kosmologický model, tento vztah je ovlivněn závislostí luminozity zdrojů na jejich velikosti; blízké zdroje se zdají být rozměrnější a méně zářivé. Zdroje s velkým červeným posuvem se mohou jevit menší také z důvodu vyšší hustoty kosmologického prostředí v minulosti. Nakonec i hustší mikrovlnné pozadí ve vzdálenostech odpovídajících velkým hodnotám červeného posuvu by mohlo účinně „ochlazovat" slabé rádiové zdroje (t.j. snižovat jejich energetický obsah) prostřednictvím inverzního Comptonova rozptylu (viz str. 168).[71]

• Na základě našich znalostí o velkém ultrafialovém hrbolu, přítomném v záření kontinua, a též v souhlase s dalšími poznatky o spektrech a proměnnosti aktivních galaxií, se zdá být model akrečního disku dobře odůvodněný. Nejistoty však přetrvávají. Kupříkladu nej-

[71] Kellerman, K. I. 1993, «The cosmological deceleration parameter estimated from the angular-size/redshift relation for compact radio sources», Nature 361, 134.

ble luminosity, as determined by release of the gravitational binding energy, reaches $L_{\rm disk} \approx 10^{40}$ erg/s [see equation (4.34) below] for a disk with $L_{\rm disk} \approx 0.1\,L_{\rm Edd}$ and $M \approx 10^8\,M_\odot$. On the other hand, the typical energy emitted in H $\alpha$ and H $\beta$ is much higher, about $10^{42}$ erg/s. The model thus requires an additional source of heating. Several possibilities for illuminating sources have been proposed. They employ reflection of the disk radiation by the clouds above the disk or on the surface of a disk with non-negligible geometrical thickness. Another possibility is suggested by general relativity which predicts the bending of light trajectories near the black hole: even a thin disk can be self-illuminated. It is important to realize that these models are testable. One can compute ratios of line intensities, line profiles and equivalent widths (EW) of lines, and compare them with observed values.

*The Baldwin effect*: The correlation between the equivalent width of C IV $\lambda\,1549$ emission and the continuum luminosity $L_{1549}$. This relation was confirmed for several other lines, e.g. for the Ly $\alpha$ emission EW(Ly $\alpha$) $\propto L_{1215}^{-0.3}$. The correlation is more pronounced in radio-selected samples and less pronounced in optically-selected ones. However, present spectral resolution does not allow a definitive answer about a physical cause of the Baldwin effect. One should also bear in mind that the above conclusions may become different once self-consistent models of accretion disks become available.

větší možná luminozita, daná uvolňovanou gravitační vazbovou energií, dosahuje $L_{\rm disk} \approx 10^{40}$ erg/s [viz rovnice (4.34) uvedená níže] v případě disku s $L_{\rm disk} \approx 0,1\,L_{\rm Edd}$ a $M \approx 10^8\,M_\odot$. Na druhé straně typická hodnota energie, vyzářené v čarách H $\alpha$ a H $\beta$, je mnohem větší, kolem $10^{42}$ erg/s. Model tedy vyžaduje dodatečný zdroj ohřevu. Bylo navrženo několik možných ozařujících zdrojů. Uvažuje se například odraz záření disku na oblacích nacházejících se nad ním, či na povrchu disku s nezanedbatelnou geometrickou tloušťkou. Další možnost nabízí obecná teorie relativity, která předpovídá zahnuté dráhy světelných paprsků poblíž černé díry: dokonce i tenký disk může sám sebe ozařovat. Důležité je uvědomit si, že tyto modely lze ověřovat. Je možné počítat poměry intenzit čar, jejich profily a ekvivalentní šířky, a ty dále porovnávat s pozorovanými hodnotami.

*Baldwinův jev*: Vztah mezi ekvivalentní šířkou emise C IV $\lambda\,1549$ a luminozitou v kontinuu $L_{1549}$. Tento vztah se potvrdil i pro několik dalších čar, např. u emise Ly $\alpha$ je EW(Ly $\alpha$) $\propto L_{1215}^{-0,3}$. Uvedená závislost je výraznější v případě rádiově vybraných souborů objektů a méně výrazný u souborů vybraných opticky. Rozlišovací schopnost soudobých spekter však nedovoluje s konečnou platností vysvětlit fyzikální příčiny Baldwinova jevu. Je třeba mít též na paměti, že výše předvedené závěry mohou dopadnout odlišně, jakmile budou dostupné selfkonzistentní modely akrečních disků.

## 2.5 Characteristic scales/Charakteristické škály

Typical numbers characterising a given class of objects often help to restrict theoretical explanations or even rule out some models. In later discussion we will verify that observed luminosities of active galactic nuclei require masses of the central object typically about $10^8\,M_\odot$, assuming the accretion model which is currently preferred for various reasons. We will also see that the model requires this central object to be very compact — typically a black hole.[72] The gravitational radius and corresponding characteristic time-scale for a non-rotating black hole, a terminal form of a massive compact object, are

Typická čísla, charakterizující danou třídu objektů, pomáhají omezit možná teorická vysvětlení či dokonce vyloučit některé z modelů. V pozdějším rozboru ještě ověříme, že pozorované luminozity aktivních galaktických jader vyžadují pro ústřední objekt typickou hmotnost řádu $10^8\,M_\odot$, má-li platit akreční model, jemuž se z řady důvodů dává dnes přednost. Uvidíme též, že tento model vyžaduje, aby ústřední objekt byl velice kompaktní — typicky černá díra.[72] Gravitační poloměr a odpovídající charakteristická časová škála nerotující černé díry, konečné podoby velmi hmotného kompaktního objektu, činí

$$R_{\mathrm{g}} = \frac{2GM}{c^2} \approx 10^{-5} M_8 \quad [\mathrm{pc}], \qquad t_{\mathrm{g}} = \frac{2GM}{c^3} \approx 10^{3} M_8 \quad [\mathrm{s}], \tag{2.3}$$

where

kde

$$M_8 \equiv \frac{M}{10^8\,M_\odot}.$$

The range of masses $10^6\,M_\odot \lesssim M \lesssim 10^{12}\,M_\odot$ is considered in models of different objects (the lower value appears appropriate for the Sgr A$^*$, for example).

Variability of active galactic nuclei on short time-scales is often detected in UV, optical and X-ray ranges. Scales are usually shorter at higher frequencies of radiation, a typical frequency being in the range ($10^{-3}$–$10^{-8}$) Hz.[73] Nowadays, for understandable reasons, attention is focused to the shortest time-scales:

V modelech rozličných objektů se uvažují hmotnosti v rozmezí $10^6\,M_\odot \lesssim M \lesssim 10^{12}\,M_\odot$ (dolní hodnota se zdá být odpovídající například pro Sgr A$^*$).

V ultrafialovém, optickém a rentgenovém oboru se často pozoruje proměnnost aktivních galaktických jader na krátkých časových škálách. Ty bývají kratší na vyšších frekvencích záření, s typickou frekvencí v rozmezí ($10^{-3}$–$10^{-8}$) Hz.[73] V poslední době se z pochopitelných důvodů soustřeďuje pozornost na nejkratší časové škály:

[72] Rees, M. J. 1978, «Accretion and the quasar phenomenon», Physica Scripta 17, 193;
—— 1984, «Black hole models for active galactic nuclei», ARA&A 22, 471.

• *Quasi-periodic oscillations* have been observed in several cases.[74] This term indicates that in the Fourier spectrum of radiation flux there is excessive power around certain frequencies, although the incoming signal is not strictly periodic (no periodically variable active galactic nuclei have been discovered up to now).[75]

• *Featureless X-ray variability* at frequencies $\omega \approx (10^{-2}$–$10^{-5})$ Hz has a complex behavior ($\omega = 2\pi\nu$). The power spectrum of the variable signal can be represented by a power-law in the form $F(\omega) \propto \omega^{-\alpha_s}$ with $1 \lesssim \alpha_s \lesssim 2$.[76]

Large radio-sources must be over $10^8$ years old. Otherwise they could not reach observed sizes of $\approx (10^2$–$10^3)$ kpc in the course of their existence. The typical time-scale for radiation losses of electrons is given by the 'cooling time' (10.16) providing they radiate due to electron synchrotron emission (see p. 146):

• V některých případech byly pozorovány *kvazi-periodické oscilace.*[74] Tímto termínem se označuje skutečnost, že v okolí určitých frekvencí je ve Fourierově spektru zářivého toku nadbytek energie, i když přicházející signál není dokonale periodický (žádné periodicky proměnné aktivní galaktické jádro nebylo dosud objeveno).[75]

• Tzv. *rentgenová proměnnost bez výrazných rysů*, jež se projevuje na frekvencích $\omega \approx (10^{-2}$–$10^{-5})$ Hz, má složitý průběh ($\omega = 2\pi\nu$). Frekvenční spektrum proměnného signálu lze popsat mocninným průběhem $F(\omega) \propto \omega^{-\alpha_s}$ s $1 \lesssim \alpha_s \lesssim 2$.[76]

Velké rádiové zdroje jsou zřejmě více než $10^8$ let staré. Jinak by nemohly během své existence dosáhnout pozorovaných rozměrů $\approx (10^2$–$10^3)$ kpc. Pokud tyto zdroje září synchrotronově (viz str. 146), je časová škála pro radiační ztráty elektronů dána tzv. ‚ochlazovacím časem' (10.16):

---

[73] Duschl, W. J., Wagner, S. J., & Camenzind, M. (eds.) 1991, *Variability of Active Galaxies* (Springer-Verlag, Berlin);
Heeschen, D. S. 1984, «Flickering of extragalactic radio sources», AJ 89, 1111;
Heeschen, D. S., Krichbaum, Th., Schalinski, C. J., & Witzel, A. 1987, «Rapid variability of extragalactic radio sources», AJ 94, 1493;
Miller, H. R., & Wiita, P. J. (eds.) 1991, *Variability of Active Galactic Nuclei* (Cambridge University Press, Cambridge);
Valtaoja, E., & Valtonen, M. (eds.) 1992, *Variability of Blazars* (Cambridge University Press, Cambridge);
Winkler, H., Glass, I. S., van Wyk, F. et al. 1992, «Variability studies of Seyfert galaxies — I. Broad-band optical photometry», MNRAS 257, 659;
Zamorani, G., Giommi, P., Maccacaro, T., & Tananbaum, H. 1984, «X-ray variability of quasars», ApJ 278, 28.

[74] Papadakis, I. E., & Lawrence, A. 1995, «A detailed X-ray variability study of the Seyfert galaxy NGC 4051», MNRAS 272, 161.

[75] Madejski, G. M., Done, C., Turner, T. J., et al. 1993, «Solving the mystery of the X-ray periodicity in the Seyfert galaxy NGC 6814», Nature 365, 626.

[76] Abramowicz, M. A., Bao, G., Lanza, A., & Zhang, X.-H. 1991, «X-ray variability power spectra of active galactic nuclei», A&A 245, 454;
Mushotzky, R. F., Done, C., Pounds, K. A. 1993, «X-ray spectra and time variability of active galactic nuclei», ARA&A 31, 717.

$$t_{\rm cool} \approx 6 \times 10^8 \left(\frac{1\ \rm G}{B_\perp}\right)^{3/2} \left(\frac{1\ \rm MHz}{\omega_{\rm crit}}\right)^{1/2} \quad [\rm s].$$

[$\omega_{\rm crit} \propto$ (*magnetic field intensity*) $\times$ (*electron energy*)$^2$]. With $B_\perp \approx 10^{-6}$ G and $\omega_{\rm crit} \approx 10^{10}$ Hz we obtain $t_{\rm cool} \approx 3 \times 10^8$ yr. However, the values of $B_\perp \approx (10^{-4}$–$10^{-5})$ G, $\omega_{\rm crit} \approx 10^{15}$ Hz and $t_{\rm cool} \approx (10^3$–$10^4)$ yr appear more frequent, requiring thus a continuous input of energy from the active nucleus.

[$\omega_{\rm crit} \propto$ (*intenzitě magnetického pole*) $\times$ (*energie elektronů*)$^2$]. S $B_\perp \approx 10^{-6}$ G a $\omega_{\rm crit} \approx 10^{10}$ Hz dostaneme $t_{\rm cool} \approx 3 \times 10^8$ let. Avšak hodnoty $B_\perp \approx (10^{-4}$–$10^{-5})$ G, $\omega_{\rm crit} \approx 10^{15}$ Hz a $t_{\rm cool} \approx (10^3$–$10^4)$ let se objevují častěji a vyžadují soustavné doplňování energie z aktivního jádra.

A note: Radiation-flux density is defined by integration of intensity in a given direction $\boldsymbol{n}$ over the solid angle:

Poznámka: Hustota zářivého toku je definována integrací intenzity v daném směru $\boldsymbol{n}$ přes prostorový úhel:

$$\boldsymbol{F} = \int I\, \boldsymbol{n}\, d\varpi;$$

Radiation intensity $I(\nu)$ is given in units of erg cm$^{-2}$ s$^{-1}$ Hz$^{-1}$ sterad$^{-1}$. $F(\nu)$ is conveniently measured in units of Jansky:

Intenzita záření $I(\nu)$ se udává v jednotkách erg cm$^{-2}$ s$^{-1}$ Hz$^{-1}$ sterad$^{-1}$. $F(\nu)$ je výhodné měřit v jednotce Jánský:

$$1\ \rm Jy = 10^{-23}\ erg\ cm^{-2}\ s^{-1}\ Hz^{-1}.$$

Well-identified extensive radio surveys reach a typical sensitivity of a few Janskys while deep samples can be carried down to about 1 mJy.

Rozsáhlé rádiové přehlídky s dobrým rozlišením dosahují typické citlivosti několika Jánských, zatímco podrobné vzorky lze získávat až do citlivosti kolem 1 mJy.

# Part II/Část II
# The accretion process/Akreční proces

*In the beginning of a science, scientists may be very proud of hundreds of laws. But, as the laws proliferate, they become unhappy with this state of affairs; they begin to search for underlying principles.*

Rudolf Carnap

Accretion of material by a star or a compact object has been studied since the late 1930s. First, astrophysicists investigated axially symmetric accretion onto a star moving through a cloud of interstellar medium.[77] For example, the possibility of terrestrial climatic effects being due to density variations of the medium in the solar neighbourhood was investigated. In the 1950s, the theory of spherical accretion of gas was developed.[78] This line of research has continued with more complicated studies of gas transport between individual components in binary systems, and led to the idea of accretion disks in the late 1960s.[79] [80]

Nowadays, accretion onto a compact object plays a crucial role in our understanding of mechanisms generating the

Zachycování látky hvězdou nebo kompaktním objektem se studuje od konce třicátých let tohoto století. Nejprve se astrofyzikové zabývali osově souměrnou akrecí na hvězdu, letící oblakem mezihvězdné látky.[77] Zkoumali například možné vlivy změn hustoty prostředí v okolí Slunce na pozemské podnebí. V padesátých letech byla rozvinuta teorie sférické akrece.[78] Tento výzkum pak pokračoval složitějším problémem přenosu plynu mezi jednotlivými složkami dvojhvězdných soustav a koncem šedesátých let tohoto století vedl k myšlence akrečních disků.[79] [81]

Dnes hraje akrece na kompaktní objekty základní roli v našem chápání mechanismů, s jejichž pomocí se uvolňuje ob-

[77] Hoyle, F., &, Lyttleton, R. A. 1939, «The evolution of stars», Proc.Camb.Phil.Soc. 35, 592; Dodd, K. N., & McCrea, W. H. 1952, «On the effect of interstellar matter on the motion of a star», MNRAS 112, 205.

[78] Bondi, H. 1952, «On spherically symmetric accretion», MNRAS 112, 195.

[79] Pringle, J. E., & Rees, M. J. 1972, «Accretion disc models for compact X-ray sources», A&A 21, 1.; Shakura, N. I., & Sunyaev, R. A. 1973, «Black holes in binary systems. Observational appearance», A&A 24, 337.

[80] "Disk" will be rather frequent word in this text. Spelling of this word is different in British English ("disc") and in American English ("disk"). (In computer technology, "disk" is always used.) We choose one of the two options and attempt to be consistent throughout the text.

[81] Slovo „disk" budeme v tomto textu nacházet poměrně často. V britské angličtině se toto slovo hláskuje jinak („disc") než v americké angličtině („disk"). (V počítačové technice se užívá vždy „disk".) Zvolili jsme tedy jednu ze dvou možností a pokusili se být konzistentní v celém textu.

vast amounts of energy in active galactic nuclei and some types of Galactic objects producing X- and $\gamma$-rays. We concentrate on a brief description of this picture, though, in the case of more distant extragalactic objects, alternative models (especially those assuming a dense star-cluster and star burst activity being present in the core) are also viable.[82] One should note that the accretion process is an important factor not only in the physics of active galactic nuclei but also in other astronomical objects which operate on completely different time- and length-scales, e.g. close binaries. Accretion in a stellar system has direct observational support and it is much better understood than in the case of extragalactic objects. However, contemporary high-resolution techniques have already been successful in providing the evidence for disk-like motions of material in active galactic nuclei.[83] We will mention manifestations of the accretion process in both galactic and extragalactic objects. The latter are less understood and we will thus focus on them in greater detail.

rovské množství energie v aktivních jádrech galaxií a v některých druzích objektů uvnitř Galaxie, vydávajících rentgenové a $\gamma$ záření. Zaměříme se na stručný popis tohoto obrazu, přestože v případě vzdálenějších extragalaktických objektů zůstávají alternativní modely (především ty, jež předpokládají přítomnost husté hvězdokupy a bouřlivou tvorbu hvězd v jádře) i nadále životaschopné.[82] Je však třeba poznamenat, že akreční proces představuje důležitý činitel nejenom ve fyzice aktivních galaktických jader, nýbrž rovněž v ostatních astronomických objektech, které pracují na docela jiných časových a rozměrových škálách, např. v těsných dvojhvězdách. V současnosti je akrece ve stelárních systémech prostudována mnohem lépe, než je tomu v případě extragalaktických objektů. Přesto soudobé metody s vysokým rozlišením nám již poskytly důkazy o tom, že pohybující se látka vytváří v aktivních jádrech diskovité útvary.[83] Zmíníme se o projevech akrečního procesu jak v galaktických, tak i v extragalaktických objektech. Extragalaktické zdroje jsou probádány méně, a tak se na ně zaměříme podrobněji.

# 3 Astrophysical fluids/Astrofyzikální tekutiny

## 3.1 General considerations/Obecné úvahy

The following section is devoted to basic principles and results of non-relativistic

Následující kapitola se věnuje základním principům a výsledkům nerelativistické

[82] Shlosman, I., Begelman, M. C., & Frank, J. 1990, «The fuelling of active galactic nuclei», Nature 345, 679.
[83] Miyoshi, M., Moran, J., Herrnstein, J., et al. 1995, «Evidence for a black hole from high rotation velocities in a sub-parsec region of NGC 4258», Nature 373, 127.

fluid dynamics in astrophysics. Relativistic treatment will be mentioned later (see p. 140).

A trivial order-of-magnitude estimate of the gravitational potential energy which can in principle be released in the course of accretion of a test mass $m$ onto a spherical body with mass $M$ and radius $R_*$ gives

dynamiky tekutin v astrofyzice. O relativistickém zpracování tohoto problému se zmíníme později (viz str. 140).

Jednoduchý řádový odhad gravitační potenciální energie, jež se v principu může uvolnit v průběhu akrece testovací hmotnosti $m$ na sférické těleso s hmotností $M$ a poloměrem $R_*$ dává

$$\Delta E_{\mathrm{acc}} = \frac{GMm}{R_*} \begin{cases} \stackrel{\dagger}{\approx} & 10^{20}\, \frac{M}{M_\odot} \frac{m}{1\,\mathrm{g}} \frac{10\,\mathrm{km}}{\mathrm{R}_*} \quad [\mathrm{erg}], \\ \stackrel{\ddagger}{\approx} & 10^{53}\, \frac{M}{10^8\, M_\odot} \frac{m}{M_\odot} \frac{10^{-4}\,\mathrm{pc}}{\mathrm{R}_*} \quad [\mathrm{erg}]. \end{cases} \tag{3.1}$$

Typical values for a neutron star (†) and for a super-massive black hole (‡) have been used in numerical estimates. Let us compare $\Delta E_{\mathrm{acc}}$ with the energy which could be extracted from the same mass $m$ by nuclear fusion reactions. Hydrogen-to-helium burning, the most important case from the astrophysical viewpoint, gives

V číselných vyjádřeních jsme použili hodnoty typické pro neutronovou hvězdu (†) a pro velmi hmotnou černou díru (‡). Porovnejme $\Delta E_{\mathrm{acc}}$ s energií, která by se mohla uvolnit z téže hmotnosti $m$ reakcemi jaderného slučování. Spalování vodíku na hélium, což je z astrofyzikálního hlediska nejdůležitější případ, poskytuje

$$\Delta E_{\mathrm{nuc}} = \Delta m\, c^2 \begin{cases} \approx\ 5 \times 10^{18}\, \frac{m}{1\,\mathrm{g}} \quad [\mathrm{erg}] & \stackrel{\dagger}{\approx}\ 0.1\, \Delta E_{\mathrm{acc}}, \\ \approx\ 10^{52}\, \frac{m}{M_\odot} \quad [\mathrm{erg}] & \stackrel{\ddagger}{\approx}\ 0.1\, \Delta E_{\mathrm{acc}}. \end{cases} \tag{3.2}$$

Energy potentially releasable by accretion is very sensitive to a dimension-less *compactness parameter*,

Energie, potenciálně uvolnitelná akrecí, závisí velmi citlivě na bezrozměrném *parametru kompaktnosti*,

$$\varepsilon \equiv \frac{2GM}{R_* c^2}. \tag{3.3}$$

Order-of-magnitude estimates of parameter $\varepsilon$:

Řádové odhady parametru $\varepsilon$:

• Neutron stars — $R_* \approx 10$ km, $\varepsilon \approx 0.1$

• Neutronové hvězdy — $R_* \approx 10$ km, $\varepsilon \approx 0,1$

• White dwarfs — $R_* \approx 10^4$ km, $\varepsilon \approx 10^{-4}$. As an example we mention binary systems consisting of a white dwarf which

• Bílí trpaslíci — $R_* \approx 10^4$ km, $\varepsilon \approx 10^{-4}$. Jako příklad uveďme dvojhvězdné soustavy tvořené bílým trpaslíkem, který zachyaccretes matter from a close, usually main sequence companion. These are called cataclysmic variables.[84]

• Solar-type stars — $R_* \approx 10^6$ km, $\varepsilon \approx 10^{-6}$. For example standard main-sequence stars in a binary system (symbiotic stars) belong to this category.

• Black holes — $R_* \approx R_\mathrm{g} \equiv 2GM/c^2 \approx 3(M/M_\odot)$ km, $\varepsilon \gtrsim 0.1$. Black holes have no rigid surface. Under suitable conditions which will be discusssed later, $R_*$ coincides with the last, innermost stable orbit below which material falls freely into the black hole. In the case of a non-rotating, Schwarzschild black hole, $R_* = 3\,R_\mathrm{g}$, $\varepsilon = 1/3$.

cuje hmotu blízké hvězdy, obvykle z hlavní posloupnosti; tyto systémy se nazývají kataklyzmatické proměnné hvězdy.[84]

• Hvězdy slunečního typu — $R_* \approx 10^6$ km, $\varepsilon \approx 10^{-6}$. Do této kategorie náleží např. běžné hvězdy hlavní posloupnosti (symbiotické hvězdy).

• Černé díry — $R_* \approx R_\mathrm{g} \equiv 2GM/c^2 \approx 3(M/M_\odot)$ km, $\varepsilon \gtrsim 0,1$. Černé díry nemají žádný pevný povrch. Za vhodných podmínek, o nichž bude řeč později, je $R_*$ totožné s poslední, vnitřní stabilní dráhou, pod níž už látka pouze volně padá k černé díře. V případě nerotující, Schwarzschildovy černé díry je $R_* = 3\,R_\mathrm{g}$, $\varepsilon = 1/3$.

Another dimensionless quantity is also designated as the compactness parameter in the theory of accretion onto compact objects.[85] It takes into account the radiation luminosity $L$ of the object:

Pod parametrem kompaktnosti se v teorii akrece na kompaktní objekty někdy rozumí jiná, rovněž bezrozměrná veličina.[85] Ta bere v úvahu též luminozitu daného objektu:

$$\tilde{\varepsilon} \equiv \frac{L\,\Xi_\mathrm{T}}{R_* m_\mathrm{e} c^3}. \tag{3.4}$$

(The Thomson cross-section for electrons is $\Xi_\mathrm{T} = 6.65\,246 \times 10^{-25}$ cm$^2$.)[86]

(Thomsonův účinný průřez elektronů činí $\Xi_\mathrm{T} = 6,65\,246 \times 10^{-25}$ cm$^2$.)[87]

---

[84] King, A. R. 1983, «Cataclysmic variables and related systems», in *Proceedings of the IAU Colloquium No. 72* (D. Reidel Publishing Company, Dordrecht), p. 181;
Lewin, W. H. G., & van den Heuvel, E. P. J. (eds.) 1983, *Accretion-Driven Stellar X-ray Sources*, (Cambridge University Press, Cambridge);
Mauche, C. W. (ed.) 1990, *Accretion-Powered Compact Binaries*, (Cambridge University Press, Cambridge);
Livio, M. 1994, «Topics in the theory of cataclysmic variables and X-ray binaries», in *Interacting Binaries*, Nussbaumer, H., & Orr, A. (eds.) (Springer-Verlag, Berlin), p. 135;
Sahade, J., McCluskey, G. E. Jr., & Kondo, Y. (eds.) 1993, *The Realm of Interacting Binary Stars*, (Kluwer Academic Plushers, Dordrecht).

[85] Cavaliere, A., & Morrison, P. 1980, «Extreme nonthermal radiation from active galactic nuclei», ApJ 238, L64.

[86] For an authoritative list of various physical constants, cf. an updated *Review of Particle Properties*; Phys.Rev.D (1994) 50, No. 3.

[87] Směrodatný přehled různých fyzikálních konstant je možno nalézt v nejnovějším *Review of Particle Properties*; Phys.Rev.D (1994) 50, No. 3.

Equation (3.1) poses only an upper limit for the energy liberated in the accretion process. The actual value depends on the details of the physical situation. There are several factors that determine the efficiency of the accretion process.

Rovnice (3.1) poskytuje pouze horní mez energie uvolněné v akrečním procesu. Skutečná hodnota záleží na podrobnostech dané fyzikální situace. Účinnost procesu akrece určuje několik činitelů.

For a fixed value of the compactness parameter $\varepsilon$ the energy release depends on the accretion rate, $\dot{M}$. This is a crucial parameter which controls the accretion process and, under certain circumstances, determines maximum possible luminosity of the object. Consider steady, spherically symmetric accretion. Assume that material is accreted under the influence of (i) the gravity of the accreting body which attracts material inwards, and (ii) the radiation field in the outward direction (radiation outpours from the center presumably due to accretion). Assume further that the accreted matter consists exclusively of fully ionized hydrogen and the radiation acts on electrons through Thomson scattering. (The Thomson cross-section for protons is negligible because its value is reduced by factor $(m_{\rm e}/m_{\rm p})^2 \approx 10^{-9}$ with respect to that for electrons — for more details see p. 146.) This approximation turns out to be adequate for most cases of plasma in cosmic environments. Electrostatic forces bind electrons to protons. The resulting inward force on electron-proton pairs is

Při pevné hodnotě parametru kompaktnosti $\varepsilon$ záleží uvolňování energie na míře akrece, $\dot{M}$. Je to určující parametr, který řídí akreční proces a určuje, za jistých podmínek, největší možnou luminozitu objektu. Uvažme ustálenou, sféricky symetrickou akreci. Předpokládejme, že se látka akreuje za působení (i) gravitace akreujícího tělesa, která přitahuje materiál směrem dovnitř, a (ii) pole záření směřujícího ven (záření vychází podle předpokladu z centra právě v důsledku akrece). Předpokládejme dále, že akreovaný materiál sestává výlučně z ionizovaného vodíku a že záření působí na elektrony prostřednictvím Thomsonova rozptylu. (Thomsonův účinný průřez protonů je zanedbatelný, protože jeho velikost je snížena činitelem $(m_{\rm e}/m_{\rm p})^2 \approx 10^{-9}$ vzhledem k hodnotě platné pro elektrony — o tom podrobněji viz str. 146.) Toto přiblížení je pro plazma v kosmických podmínkách většinou dostatečně dobré. Elektrostatické síly vážou elektrony k protonům. Výsledná síla, která působí směrem dovnitř na dvojice elektron-proton, je tudíž rovna

$$\left(GMm_{\rm p} - \frac{L\,\Xi_{\rm T}}{4\pi c}\right)\frac{1}{r^2}. \tag{3.5}$$

The expression (3.5) vanishes for a limiting value of the luminosity $L \equiv L_{\rm Edd}$ which is called the *Eddington luminosity*:

Výraz (3.5) vymizí při mezní hodnotě luminozity $L \equiv L_{\rm Edd}$, jež se nazývá *Eddingtonovou luminozitou*:

$$L_{\rm Edd} = \frac{4\pi G M m_{\rm p} c}{\Xi_{\rm T}} \approx 10^{38}\,\frac{M}{M_{\odot}} \quad [\mathrm{erg/s}]. \tag{3.6}$$

The value of $L_{\rm Edd}$ does not depend on radius. The Eddington luminosity imposes an upper limit on the steady accretion rate.

Hodnota $L_{\rm Edd}$ nezávisí na poloměru. Eddingtonova luminozita určuje horní mez míry ustálené akrece.

Now we introduce accretion luminosity. It will denote the value of luminosity which is presumably due to accretion process:

Nyní zavedeme akreční luminozitu. Ta bude označovat hodnotu zářivosti za předpokladu, že je vyvolána pouze procesem akrece:

$$L_{\rm acc} = \frac{GM\dot{M}}{R_*} \approx 10^{36}\dot{M}_{16}\,\frac{M}{M_{\odot}}\frac{10\ \mathrm{km}}{R_*} \quad [\mathrm{erg/s}], \tag{3.7}$$

where

kde

$$\dot{M}_{16} \equiv \frac{\dot{M}}{10^{16}\,\mathrm{g\,s^{-1}}}$$

is a characteristic accretion rate for close binary systems involving neutron stars. Comparing equations (3.6) and (3.7) one concludes that the Eddington luminosity restricts the accretion rate on neutron stars to the value $\lesssim 10^{18}$ g/s.

je charakteristická míra akrece v těsných dvojhvězdných soustavách obsahujících neutronové hvězdy. Porovnáním rovnic (3.6) a (3.7) lze uzavřít, že Eddingtonova luminozita omezuje míru akrece na neutronové hvězdy hodnotou $\lesssim 10^{18}$ g/s.

Let us emphasize, however, that the Eddington luminosity provides only a very crude estimate when the geometry of the system is not strictly spherical or effects of general relativity are taken into account.[88] Also, a small abundance of heavy elements or the presence of shocks invalidates assumptions under which $L_{\rm Edd}$ restricts the maximum radiative power output of a steady source.[89] Uncertainties in approximations that we have adopted are often parametrized by introducing the dimensionless *efficiency coefficient*, $\zeta$:

Zdůrazněme však, že Eddingtonova luminozita poskytuje pouze velmi hrubý odhad v případech, kdy geometrie soustavy není přesně sférická nebo se přiberou v úvahu vlivy obecné teorie relativity.[88] Také malá příměs těžkých prvků nebo přítomnost rázových vln mohou být příčinou, že $L_{\rm Edd}$ již nadále neurčuje největší zářivý výkon zdroje v ustáleném stavu.[89] Nejistoty v zavedených aproximacích se často parametrizují pomocí bezrozměrného *koeficientu účinnosti*, $\zeta$:

$$L_{\rm acc} = 2\zeta\,\frac{GM\dot{M}}{R_*} \;\stackrel{\star}{\approx}\; \zeta\dot{M}c^2; \tag{3.8}$$

The last relation ($\star$) holds for black holes; $\zeta$ measures how efficiently gravitational binding energy gets converted into radiation.[90] Typically, one sets $\zeta \approx 0.1$.[91]

Poslední vztah ($\star$) platí pro černé díry; $\zeta$ poměřuje, s jakou účinností se gravitační vazebná energie přeměňuje na záření.[92] Obvykle se klade $\zeta \approx 0,1$.[91]

In active galactic nuclei we often meet very large luminosities, $L_{\rm acc} \gtrsim 10^{47}$ erg/s. With $\zeta \approx 0.1$ the accretion rate from the last equation reaches $\approx 20\,M_\odot\ {\rm yr}^{-1}$ and, considering the Eddington limit, masses of the order $\approx 10^9 M_\odot$ are required for the central body.

U aktivních galaktických jader často potkáváme velmi vysoké luminozity, $L_{\rm acc} \gtrsim 10^{47}$ erg/s. Při $\zeta \approx 0,1$ dosahuje míra akrece z poslední rovnice $\approx 20\,M_\odot$ ročně a s uvážením Eddingtonovy meze jsou u ústředního tělesa potřeba hmotnosti řádu $\approx 10^9 M_\odot$.

Now let us define several characteristic temperatures which describe conditions in the source. These are, in usual notation:

Zaveďme nyní několik charakteristických teplot, které popisují podmínky ve zdroji. V obvyklém značení to jsou:

• Radiation temperature

• Zářivá teplota

$$T_{\rm rad} = h\overline{\nu}/k.$$

• Black-body temperature of the Planck radiation,

• Teplota černého tělesa vydávajícího Planckovo záření,

$$T_{\rm b} = \left(\frac{L_{\rm acc}}{4\pi R_*^2 \varsigma}\right)^{1/4}.$$

• For each accreted proton-electron pair,

• Uvolněná potenciální energie na jednu

[88] Abramowicz, M., Jaroszyński, M., & Sikora, M. 1978, «Relativistic accreting disks», A&A 63, 221.
[89] Spruit, H. C. 1987, «Stationary shocks in accretion disks», A&A 184, 173.
[90] Gravitational binding energy of a test particle at a given location near a gravitating object is the minimum energy which is necessary to transfer that particle to infinite distance from the object. It is determined directly by potential energy in the Newtonian theory of gravity.
[91] McCray, R. 1979, «Spherical accretion onto supermassive black holes», in *Active Galactic Nuclei*, Hazard, C., & Mitton, S. (eds.) (Cambridge University Press, Cambridge).
[92] Gravitační vazebná energie testovací částice, nacházející se na daném místě poblíž gravitujícího objektu, je rovna nejmenší energii, kterou je nutno vynaložit k přemístění této částice do nekonečné vzdálenosti od objektu. V newtonovské teorii gravitace je dána přímo potenciální energií.

the potential energy release is $GM(m_\mathrm{p}+m_\mathrm{e})/R_* \approx GMm_\mathrm{p}/R_*$. If this energy gets completely converted to thermal energy, $2\times\frac{3}{2}kT_\mathrm{th}$, the corresponding temperature is

akreovanou dvojici proton-elektron představuje $GM(m_\mathrm{p}+m_\mathrm{e})/R_* \approx GMm_\mathrm{p}/R_*$. Pokud se tato energie zcela přemění na termální energii, $2\times\frac{3}{2}kT_\mathrm{th}$, bude odpovídající teplota

$$T_\mathrm{th} = \frac{GMm_\mathrm{p}}{3kR_*}.$$

The opacity of material (i.e. absorption property with respect to radiation)[93] depends on its physical conditions. (i) Optically thick flows in thermal equilibrium satisfy $T_\mathrm{rad}\approx T_\mathrm{b}$. (ii) Optically thin flows (when radiation escapes from the source with no further interaction with the intervening material) correspond to $T_\mathrm{rad}\approx T_\mathrm{th}$. In a general case, one can expect

Opacita látky (t.j. vlastnosti při pohlcování záření)[93] závisí na jejím fyzikálním stavu. (i) Opticky tlusté toky v termální rovnováze splňují $T_\mathrm{rad}\approx T_\mathrm{b}$. (ii) Opticky tenké toky (u nichž záření uniká od zdroje bez další interakce s okolním prostředím) odpovídají $T_\mathrm{rad}\approx T_\mathrm{th}$. V obecném případě je možno očekávat

$$T_\mathrm{b} \lesssim T_\mathrm{rad} \lesssim T_\mathrm{th}. \tag{3.9}$$

Naturally, a non-Maxwellian distributions of radiating particles, e.g. electrons in a magnetic field, cannot be characterized by a single value of temperature.

Nemaxwellovské rozdělení vyzařujících částic, např. elektronů v magnetickém poli, nelze přirozeně popsat jedinou hodnotou teploty.

Let us now consider accretion onto a compact object. Choosing a solar-mass neutron star as a typical example we obtain

Uvažme nyní akreci na kompaktní objekt. Jako typický příklad vybereme neutronovou hvězdu a obdržíme

$$T_\mathrm{th} \approx 5.5\times10^{11}\ \mathrm{K}, \qquad kT_\mathrm{th}\approx 50\ \mathrm{MeV};$$

$$T_\mathrm{b} = \left(\frac{L_\mathrm{Edd}}{4\pi R_*^2\varsigma}\right)^{1/4} \approx 10^7\ \mathrm{K}, \qquad kT_\mathrm{b}\approx 1\ \mathrm{keV}.$$

It follows that compact objects could be identified as X-ray and $\gamma$-ray sources with expected energies of emitted photons in the range

Odtud plyne, že kompaktní objekty by mohly být ztotožněny se zdroji záření rentgenového a $\gamma$ při očekávaných hodnotách energie vyzářených fotonů v rozsahu

[93] Mihalas, D. 1978, *Stellar Atmospheres* (W. H. Freeman and Company, San Francisco).

$$1\ \mathrm{keV} \lesssim h\overline{\nu} \lesssim 50\ \mathrm{MeV}.$$

For analogous reasons, accreting white dwarfs can be optical, UV, and X-ray sources[94] with

Z obdobných důvodů mohou být akreující bílí trpaslíci zdroji záření optického, UV a rentgenového,[94] přičemž

$$6\ \mathrm{eV} \lesssim h\overline{\nu} \lesssim 100\ \mathrm{keV}.$$

Extensive astronomical literature is devoted to the two regimes of stationary accretion — spherical accretion and disk accretion, and we will touch both subjects later (p. 50). One should bear in mind, however, that the dynamics of the flow affects all characteristics of accretion significantly. Not less important is the influence of magnetic fields (p. 115).

Rozsáhlá astronomická literatura se věnuje dvěma způsobům ustálené akrece — sférické akreci a diskové akreci, a my se v pozdějším výkladu dotkneme obou těchto témat (str. 50). Je ovšem třeba mít na paměti, že dynamika toku všechny akreční charakteristiky významně ovlivňuje. Neméně důležitý je vliv magnetických polí (str. 115).

## 3.2 Basic equations of fluid dynamics/Základní rovnice dynamiky tekutin

We will now describe the medium as a continuous fluid with velocity $\boldsymbol{v}$, temperature $T$ and density $\rho$. We assume that the characteristic length-scales are much greater than the mean free path, $\mathcal{L}$. Otherwise, the hydrodynamic approximation is not valid and one has to describe the medium by methods of the kinetic theory. First, we summarize the basic equations of fluid dynamics in standard notation.[95]

Budeme nyní prostředí popisovat jakožto spojitou tekutinu, popsanou pomocí rychlosti $\boldsymbol{v}$, teploty $T$ a hustoty $\rho$. Předpokládáme, že charakteristické délkové škály jsou mnohem větší než střední volná dráha, $\mathcal{L}$. V opačném případě hydrodynamické přiblížení neplatí a prostředí je třeba popisovat metodami kinetické teorie. Nejprve shrneme základní rovnice dynamiky tekutin v obvyklém značení.[95]

• Continuity equation (mass conservation):

• Rovnice kontinuity (zachování hmotnosti):

[94] Lewin, W., & van den Heuvel, E. P. J. (eds.) 1983, *Accretion-Driven Stellar X-ray Sources* (Cambridge University Press, Cambridge).
[95] Spitzer, L. 1962, *The Physics of Fully Ionized Gases* (Wiley-Interscience, New York);
Zahn, J.-P., & Zinn-Justin, J. (eds.) 1993, *Astrophysical Fluid Dynamics* (North-Holland, Amsterdam).

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{.}(\rho\boldsymbol{v}) = 0. \tag{3.10}$$

• The first law of thermodynamics and the equation of state:

• První termodynamický zákon a stavová rovnice:

$$dQ = T\,dS - P\,d\left(\frac{1}{n}\right), \qquad P \equiv P(\rho, S) \tag{3.11}$$

($P$ is pressure, $S$ is entropy density, $n = \rho/m$ is the particle number density).

• We will often assume, for the sake of simplicity, that hydrogen described by the ideal equation of state is involved in the process:

($P$ je tlak, $S$ hustota entropie, $n = \rho/m$ je číselná hustota částic).

• Často budeme z důvodu jednoduchosti předpokládat, že se procesu účastní vodík popsaný ideální stavovou rovnicí:

$$P = \frac{\rho k T}{\mu m_{\rm H}}. \tag{3.12}$$

Here, $m_{\rm H} \approx m_{\rm p}$ is the mass of the hydrogen atom, $\mu$ is the mean-molecular-weight of hydrogen in units of $m_{\rm H}$ ($\mu = 1$ for neutral hydrogen, $\mu = 1/2$ for fully ionized hydrogen).

• The Euler equation (conservation of momentum):

Zde $m_{\rm H} \approx m_{\rm p}$ značí hmotnost vodíkového atomu, $\mu$ je střední molekulová váha vodíku v jednotkách $m_{\rm H}$ ($\mu = 1$ v případě neutrálního vodíku, $\mu = 1/2$ v případě plně ionizovaného vodíku).

• Eulerova rovnice (zachování hybnosti):

$$\rho\frac{\partial\boldsymbol{v}}{\partial t} + \rho\boldsymbol{v}\boldsymbol{.}\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{\nabla}P + \boldsymbol{f}; \tag{3.13}$$

$\boldsymbol{f}$ denotes external force density. For example $\boldsymbol{f} = -\rho\boldsymbol{g}$ in the case of gravity. (Other important possibilities are viscosity forces or the Lorentz force due to magnetic fields acting on long length-scales.)

$\boldsymbol{f}$ označuje hustotu vnější síly. Například $\boldsymbol{f} = -\rho\boldsymbol{g}$ v případě gravitační síly. (Jinou důležitou možností jsou viskozní síly nebo Lorentzova síla od magnetického pole, jež působí na velkých délkových škálách.)

• The energy equation:

• Rovnice pro energii:

$$\frac{\partial}{\partial t}\underbrace{\left(\tfrac{1}{2}\rho v^2+\rho w\right)}_{\text{Internal energy}}+\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{.}\left[\left(\tfrac{1}{2}\rho v^2+\rho w+\underbrace{P\ )\ \boldsymbol{v}}_{\substack{\text{Pressure}\\ \text{work}}}\right]=\boldsymbol{f}\boldsymbol{.}\boldsymbol{v}-\underbrace{\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{.}\boldsymbol{F}_{\rm rad}-\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{.}\boldsymbol{q}}_{\substack{\text{Radiation and heat}\\ \text{transport}}};\qquad(3.14)$$

$\rho w$ has a meaning of thermal energy per unit volume, e.g.

$\rho w$ má význam termální energie v jednotce objemu, např.

$$w=\frac{3}{2}\frac{kT}{\mu m_{\rm H}}$$

for a monoatomic gas. The radiation flux vector is defined by intensity,

u jednoatomárního plynu. Vektor zářivého toku je definován intenzitou,

$$\boldsymbol{F}_{\rm rad}=\int d\nu\int d\varpi\,\boldsymbol{n}\,I(\nu,\boldsymbol{n},\boldsymbol{r}),$$

where $I$ is determined by the balance of radiative losses. A simplified textbook example which illustrates how $\boldsymbol{F}_{\rm rad}$ can be determined:[96] $\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{.}\boldsymbol{F}_{\rm rad}=4\pi\int\eta(\nu)d\nu$ for an optically thin gas with $\eta(\nu)$ being given by the thermal brehmstrahlung ($\propto\rho^2T^{1/2}$), or the blackbody flux $\boldsymbol{F}_{\rm rad}=-({}^{16}\!/_{3\overline{\varkappa}\rho})T^3\boldsymbol{\nabla}T$ for the Rosseland approximation of an optically thick medium ($\overline{\varkappa}$ is the Rosseland opacity, i.e. frequency-independent mean value of opacity). Finally, $\boldsymbol{q}$ is the conductive flux of heat which measures the transport of thermal energy (the kinetic theory suggests relation $\boldsymbol{q}\propto T^{5/2}\boldsymbol{\nabla}T$ for $\mathcal{L}\ll T/\ |\boldsymbol{\nabla}T\ |$).

kde $I$ je určeno rovnováhou zářivých ztrát. Zjednodušený učebnicový příklad, který ilustruje možný postup při stanovení $\boldsymbol{F}_{\rm rad}$:[96] $\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{.}\boldsymbol{F}_{\rm rad}=4\pi\int\eta(\nu)d\nu$ pro opticky tenký plyn, v němž je $\eta(\nu)$ dáno termálním brzdným zářením ($\propto\rho^2T^{1/2}$), nebo tok od černého tělesa $\boldsymbol{F}_{\rm rad}=-({}^{16}\!/_{3\overline{\varkappa}\rho})T^3\boldsymbol{\nabla}T$ v Rosselandově přiblížení opticky tlustého prostředí ($\overline{\varkappa}$ je Rosselandova opacita, t.j. střední, na frekvenci nezávislá hodnota opacity). Konečně $\boldsymbol{q}$ je vodivostní tok tepla, jenž poměřuje přenos termální energie (kinetická teorie nám poskytuje vztah $\boldsymbol{q}\propto T^{5/2}\boldsymbol{\nabla}T$ za podmínky $\mathcal{L}\ll T/\ |\boldsymbol{\nabla}T\ |$).

Let us now comment on the terminology of special solutions to the set of equations (3.10)–(3.14).

Uveďme nyní poznámku k názvosloví speciálních řešení soustavy rovnic (3.10)–(3.14).

• *Steady flow*: The temporal derivatives in equations (3.10)–(3.14) are set equal to zero, i.e. $\partial/\partial t=0$. No change of the sta-

• *Ustálený tok*: Časové derivace v rovnicích (3.10)–(3.14) se pokládají rovny nule, t.j. $\partial/\partial t=0$. Stav tekutiny se s časem

[96] Mihalas, D. 1978, *Stellar Atmospheres* (W. H. Freeman and Company, San Francisco).

tus of the fluid with time.

nikterak nemění.

• *Adiabatic flow*: If there are no losses due to radiation and no thermal conduction then steady equations accompanied by the perfect gas law (3.12) have a solution

• *Adiabatický tok*: Nejsou-li žádné ztráty zářením ani vedením tepla, pak ustálené rovnice doplněné stavovou rovnicí ideálního plynu (3.12) mají řešení

$$\rho^{-1}T^{3/2} = const, \qquad P\rho^{-5/3} = const, \tag{3.15}$$

and the entropy is conserved along the flow-line,

a entropie se zachovává podél proudočáry,

$$\boldsymbol{v}.\boldsymbol{\nabla} S = 0. \tag{3.16}$$

If the gas were not monoatomic we would obtain

Kdyby plyn nebyl jednoatomární, obdrželi bychom

$$P\rho^{-\gamma} = const, \tag{3.17}$$

where $\gamma$ ($\neq 5/3$) is the polytropic index. Equation (3.17) also remains unchanged in the framework of general relativity.

kde $\gamma$ ($\neq 5/3$) je polytropický index. Rovnice (3.17) platí v nezměněném tvaru též v rámci obecné teorie relativity.

• *Isentropic flow*: If the above constant is the same for all flow lines — i.e. the entropy is constant throughout the medium, $dS = 0$ in (3.11).

• *Izentropický tok*: Je-li výše uvedená konstanta pro všechny proudočáry stejná — tzn. entropie prostředí je všude konstantní, $dS = 0$ v (3.11).

• *Isothermal flow*: Some physical process which keeps the gas temperature constant and substitutes $T = const$ in equation (3.14) is assumed. This case can be formally considered as an isentropic flow with $\gamma = 1$.

• *Izotermální tok*: Předpokládá se působnost nějakého fyzikálního procesu, který udržuje stálou teplotu plynu, a dosadí se $T = const$ do rovnice (3.14). Tento případ lze brát formálně jako izentropický tok s $\gamma = 1$.

• *Hydrostatic equilibrium*: A static case with $\boldsymbol{v} = 0$ and equation (3.13) in the form

• *Hydrostatická rovnováha*: Statický stav s $\boldsymbol{v} = 0$ a rovnicí (3.13) ve tvaru tvaru

$$\boldsymbol{\nabla} P = \boldsymbol{f}. \tag{3.18}$$

This approximation can describe stellar

Tímto přiblížením se mohou popisovat

and planetary atmospheres in radiative equilibrium.

• *Sound waves*: Perturbations of the hydrostatic equilibrium which are described by

$$P = \overline{P} + \delta P, \qquad \rho = \overline{\rho} + \delta\rho, \qquad \boldsymbol{v} = \delta\boldsymbol{v},$$

with $\boldsymbol{\nabla}\overline{P} = \boldsymbol{f}$. The bar denotes background equilibrium values of the relevant quantities. Hydrodynamic equations are linearised by neglecting all quantities of the second order in perturbations [e.g. $(\delta P)^2 \to 0$]. Linearised equations (3.10)–(3.14) yield the wave equations for perturbations.[97] For example, the density satisfies

$$\frac{\partial^2\delta\rho}{\partial t^2} = c_\mathrm{s}^2\nabla^2(\delta\rho), \tag{3.19}$$

where the sound speed is

$$c_\mathrm{s} = \sqrt{\frac{d\overline{P}}{d\overline{\rho}}}\,. \tag{3.20}$$

In particular

$$c_\mathrm{s}^\mathrm{adiabatic} = \sqrt{\frac{5\overline{P}}{3\overline{\rho}}}\,, \qquad c_\mathrm{s}^\mathrm{isothermal} = \sqrt{\frac{\overline{P}}{\overline{\rho}}}\,.$$

• *Supersonic flow/subsonic flow*: In a supersonic flow, $|v| > c_\mathrm{s}$ and the fluid cannot respond against the stream. Pressure gradients have very little effect on the flow. In subsonic flow, $|v| < c_\mathrm{s}$, as a first approximation the fluid adjusts itself to the hydrostatic equilibrium.

hvězdné nebo planetární atmosféry v zářivé rovnováze.

• *Zvukové vlny*: Poruchy hydrostatické rovnováhy, které jsou popsány

s $\boldsymbol{\nabla}\overline{P} = \boldsymbol{f}$. Pruh označuje pozaďové rovnovážné hodnoty příslušných veličin. Hydrodynamické rovnice se linearizují tím, že se zanedbají všechny veličiny druhého řádu v poruchách [například $(\delta P)^2 \to 0$]. Linearizované rovnice (3.10)–(3.14) vedou na vlnové rovnice pro poruchy.[97] Kupříkladu hustota splňuje

kde rychlost zvuku je

Speciálně

• *Nadzvukový tok/podzvukový tok*: V nadzvukových tocích je $|v| > c_\mathrm{s}$ a tekutina není schopna reagovat proti proudu. Gradienty tlaku mají na tok nepatrný vliv. Při podzvukovém proudění je $|v| < c_\mathrm{s}$ a tekutina sama působí k ustavení hydrostatické rovnováhy v prvním přiblížení.

[97] Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. 1959, *Fluid Mechanics* (Pergamon Press, Oxford).

# 4 Steady accretion/Ustálená akrece

Any astronomical object attracts and, under certain circumstancies, accretes material from its neighbourhood. Relevant time-scales of the accretion process (e.g. orbital period around the central mass, characteristic interval for radiation energy losses, or evolution of boundary conditions) are often much shorter than the interval of time during which the the system is observed. One can thus adopt the stationary (steady state)[98] approximation. We will assume that this approximation is valid in the following chapter.

Galactic nuclei are surrounded by a gas which originates from stars in the galaxy or which is captured from intergalactic clouds. The material can also be generated near the nucleus by tidal disruptions, collisions and intense irradiation of stars near the nucleus. Alternatively, processes of pair creation in strong electromagnetic and gravitational fields appear particularly important near compact objects. In stellar binary systems it is a companion star which provides the material for accretion.

The type of accretion flow can be characterized by the angular momentum of accreted matter. First, we describe a spherically symmetric mode of accretion which is adequate only in the case of negligible angular momentum. Then we come to the axisymmetric mode: (i) The Bondi accretion onto an object moving through an

Každý astronomický objekt přitahuje a za určitých podmínek i zachycuje (akreuje) látku, která se nachází v jeho blízkosti. Časové škály akrečního procesu (například perioda keplerovského oběžného pohybu a typická doba pro ztráty energie zářením nebo vývoj okrajových podmínek) bývají mnohdy mnohem kratší než časový interval, po který systém sledujeme. Lze tudíž přijmout přiblížení stacionárního (ustáleného)[99] stavu. V následující kapitole budeme předpokládat platnost tohoto přiblížení.

Jádra galaxií bývají mnohdy obklopena plynem, který pochází z hvězd galaxie nebo je zachycován z mezigalaktických oblaků. Materiál se také může uvolňovat slapovým rozrušováním hvězd, jejich srážkami a intenzivním zářením hvězd v blízkosti jádra. Alternativní možností, která se jeví zvláště důležitá v blízkosti kompaktních objektů, je vznik párů částic v silných elektromagnetických a gravitačních polích. V dvojhvězdných soustavách pochází akreovaný materiál z doprovodné složky.

Druh akrečního toku lze charakterizovat hodnotou momentu hybnosti zachycované hmoty. Nejprve popíšeme sfericky symetrický mód, který je adekvátní v případě zanedbatelně malého momentu hybnosti. Poté se věnujeme osově symetrickému módu: (i) Bondiho akreci na těleso pohybující se mezihvězdným oblakem a (ii)

[98] The term 'steady state' has a second, special meaning in cosmology where the *steady-state universe* denotes a particular cosmological model developed by H. Bondi, T. Gold and F. Hoyle in 1948.
[99] V kosmologii má termín 'stacionární' ještě druhý, zvláštní význam. Pojem *stacionární vesmír* totiž označuje určitý kosmologický model vytvořený H. Bondim, T. Goldem a F. Hoylem v roce 1948.

interstellar cloud, and (ii) the disk accretion which assumes that matter, before being captured by a central object, forms a disk or a torus. The non-axisymmetric, quasi-stationary case is briefly mentioned in the paragraph on twisted disks. Time-dependent flows have been treated only recently (mostly by numerical modelling) and this subject is not included in our present text.

diskové akreci, při níž akreovaná hmota vytváří disk či torus, ještě před tím než je zachycena ústředním objektem. Případ kvazistacionární akrece postrádající osovou symetrii je krátce zmíněn v odstavci o zkroucených discích. Časově závislé akreční toky jsou předmětem výzkumu z poměrně nedávné doby (většinou se jedná o numerické modelování), a do našeho textu jsme je proto nezahrnuli.

## 4.1 Spherically symmetric accretion/Sféricky symetrická akrece

Let us assume that the angular momentum of accreted matter is negligible and that the particle velocity has a non-vanishing component only in the radial direction, $v_r = v < 0$ ($v > 0$ corresponds to an analogous problem of the stellar wind). We consider the problem within the framework of the Newtonian theory of gravity. Spherically symmetric Newtonian accretion is the simplest, physically interesting case of accretion.

Předpokládejme, že moment hybnosti zachycované hmoty je zanedbatelný a že rychlost částic má nenulovou složku pouze v radiálním směru, $v_r = v < 0$ ($v > 0$ odpovídá obdobnému problému s tzv. hvězdným větrem.) Problém budeme uvažovat v rámci newtonovské teorie gravitace. Sféricky symetrická newtonovská akrece představuje nejjednodušší, fyzikálně zajímavý případ akrece.

The continuity equation (3.10) is now

Rovnice kontinuity (3.10) nabývá nyní tvaru

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\rho v\right) = 0. \tag{4.1}$$

Thus

Tudíž

$$r^2\rho v = const, \qquad 4\pi r^2\rho v = -\dot{M}, \tag{4.2}$$

where $\dot{M}$ has an obvious interpretation as a change in the mass of the central object with time. In the Euler equation, density of the external force $\boldsymbol{f}$ has only the radial component

kde $\dot{M}$ má zřejmý význam časové změny hmotnosti ústředního objektu. V Eulerově rovnici má hustota vnější síly $\boldsymbol{f}$ pouze radiální složku

$$\frac{GM\rho}{r^2} = -f_r\,, \tag{4.3}$$

and equation (3.13) acquires the form

a rovnice (3.13) nabývá tvaru

$$v\,\frac{dv}{dr} + \frac{1}{\rho}\frac{dP}{dr} + \frac{GM}{r^2} = 0. \tag{4.4}$$

Assuming a polytropic equation of state (3.17) with $1 < \gamma < 5/3$ and the perfect gas relation (3.12), the temperature as a function of $P(r)$ and $\rho(r)$ reads

Za předpokladu polytropické stavové rovnice (3.17) s $1 < \gamma < 5/3$ a vztahu pro ideální plyn (3.12), je teplota v závisloti na $P(r)$ and $\rho(r)$ dána

$$T = \frac{\mu m_{\mathrm{H}} P}{k\rho}. \tag{4.5}$$

Now we will manipulate the Euler equation (4.4). We substitute

Nyní upravíme Eulerovu rovnici (4.4). Z definice rychlosti zvuku

$$\frac{dP}{dr} = c_{\mathrm{s}}^2\,\frac{d\rho}{dr}$$

from the definition of the sound speed, and

a z rovnice kontinuity (4.1)

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dr} = -\frac{1}{vr^2}\frac{d}{dr}\left(vr^2\right)$$

from the continuity equation (4.1) to the Euler equation. We thus obtain

dosadíme do Eulerovy rovnice. Obdržíme tedy

$$v\,\frac{dv}{dr} - \frac{c_{\mathrm{s}}^2}{vr^2}\frac{d}{dr}\left(vr^2\right) + \frac{GM}{r^2} = 0,$$

or in another form

neboli v jiném tvaru

$$\frac{1}{2}\left(1 - \frac{c_{\mathrm{s}}^2}{v^2}\right)\frac{d\,v^2}{dr} = -\frac{GM}{r^2}\left[1 - \frac{2c_{\mathrm{s}}^2 r}{GM}\right]. \tag{4.6}$$

The solutions of this equation can be qualitatively classified according to their behaviour at the *sonic point* at which the medium flows with the speed of sound. Radial coordinate of the sonic point is

Řešení této rovnice lze kvalitativně charakterizovat v závislosti na jejich chování ve *zvukovém bodu*, kde prostředí proudí rychlostí zvuku. Radiální souřadnice zvukového bodu je

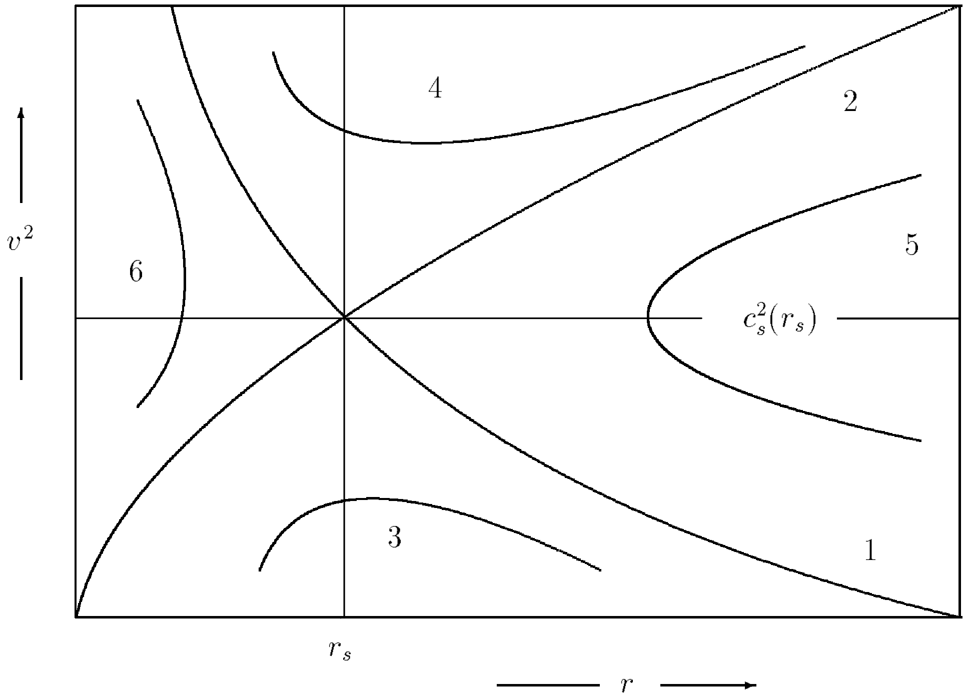


Figure 4: *Six modes of spherical adiabatic flow.*

Obrázek 4: *Šest módů sférického adiabatického toku.*

$$r_{\rm s} = \frac{GM}{2c_{\rm s}^2(r_{\rm s})}\,. \tag{4.7}$$

At $r = r_{\rm s}$, equation (4.6) requires either $v^2 = c_{\rm s}^2$ or $dv^2/dr = 0$. The Euler equation can be integrated in the form

Při $r = r_{\rm s}$ vyžaduje rovnice (4.6) buď $v^2 = c_{\rm s}^2$ nebo $dv^2/dr = 0$. Eulerovu rovnici lze integrovat ve tvaru

$$\tfrac{1}{2}\,v^2 + \int \frac{dP}{\rho} - \frac{GM}{r} = const. \tag{4.8}$$

Inserting the polytropic relation, definition of the sound speed, and carrying out integration explicitly, we obtain the *Bernoulli integral* in the form

Po dosazení vztahu pro polytropu a definice rychlosti zvuku obdržíme přímou integrací *Bernoulliův integrál* ve tvaru

$$\tfrac{1}{2}\,v^2 + \frac{c_{\rm s}^2}{\gamma-1} - \frac{GM}{r} = const. \tag{4.9}$$

(We assumed $\gamma \neq 1$; the case of $\gamma = 1$ can be treated analogously.) For spherical adiabatic accretion one can find six

(Předpokládali jsme $\gamma \neq 1$; případ s $\gamma = 1$ lze prozkoumat obdobným postupem.) V případě sférické adiabatické akrece lze different solutions to the above equations. Figure 4 shows all these modes of the flow in the $(v^2, r)$-plane. Inflows (i.e. accretion flows) and outflows (ejection or a stellar wind) are both represented in this graph. Which mode is realized in a particular situation depends on boundary conditions.

nalézt šest různých řešení výše uvedených rovnic. Obrázek 4 znázorňuje všech šest těchto módů toku v rovině $(v^2, r)$. Graf představuje řešení s charakterem vtoku (t.j. akrece) i výtoku (výronu či hvězdného větru). Záleží na okrajových podmínkách, který z módů se v dané situaci realizuje.

In this Figure, curves denoted by numbers 1 and 2 correspond to transonic inflow and transonic outflow, respectively. The curve 3 corresponds to subsonic accretion (the inflow velocity decreases at small radii due to increasing pressure of the medium) while the curve 4 corresponds to the supersonic outflow. The solutions designated 5 and 6 are double-valued with respect to $v$ at given $r$; in a realistic situation they can represent parts of the global solution which is matched to another particular solution at some discontinuity, e.g. a shock front. For the Type 1 solution in the above scheme ($\lim_{r\to\infty} v^2 = 0$) the constant in the Bernoulli integral is $c_\infty^2/(\gamma - 1)$, where $c_\infty \equiv \lim_{r\to\infty} c_\mathrm{s}(r)$. (Transonic type 1 inflow is the most important one with respect to the accretion process around black holes.) The main difference between the two types of accretion (curves 1 and 3) is related to the behaviour of inflow velocity at small radii.

Křivky označené v tomto obrázku čísly 1 a 2 odpovídají transonickému vtoku a transonickému výtoku (slovní spojení ‚trans' + ‚sonický' znamená ‚procházející rychlostí zvuku'). Křivka 3 odpovídá podzvukové akreci (rychlost vtoku na malých vzdálenostech klesá v důsledku vzrůstajícího tlaku v prostředí), zatímco křivka 4 odpovídá nadzvukovému výtoku. Řešení označená 5 a 6 mají na daném $r$ dvě hodnoty $v$; v realistické situaci mohou reprezentovat části globálního řešení napojené na další částečná řešení v místě nějaké nespojitosti, např. rázového čela. V tomto schématu mají řešení 1. typu ($\lim_{r\to\infty} v^2 = 0$) konstantu v Bernoulliho integrálu rovnu $c_\infty^2/(\gamma - 1)$, kde $c_\infty \equiv \lim_{r\to\infty} c_\mathrm{s}(r)$. (Transonický vtok popisovaný řešením typu 1 je nejdůležitější z hlediska akrečního procesu kolem černých děr.) Hlavní rozdíl mezi oběma typy akrece (křivky 1 a 3) souvisí s chováním rychlosti vtoku při malých vzdálenostech.

At the sonic point there is

Ve zvukovém bodu je

$$v^2(r_\mathrm{s}) = c_\mathrm{s}^2(r_\mathrm{s}), \qquad \frac{GM}{r_\mathrm{s}} = 2c_\mathrm{s}^2(r_\mathrm{s}).$$

The Bernoulli integral relates $c_\mathrm{s}(r_\mathrm{s})$ to $c_\infty$:

Bernoulliho integrál dává $c_\mathrm{s}(r_\mathrm{s})$ do vztahu k $c_\infty$:

$$c_\mathrm{s}^2(r_\mathrm{s})\,[5 - 3\gamma] = 2c_\infty^2. \tag{4.10}$$

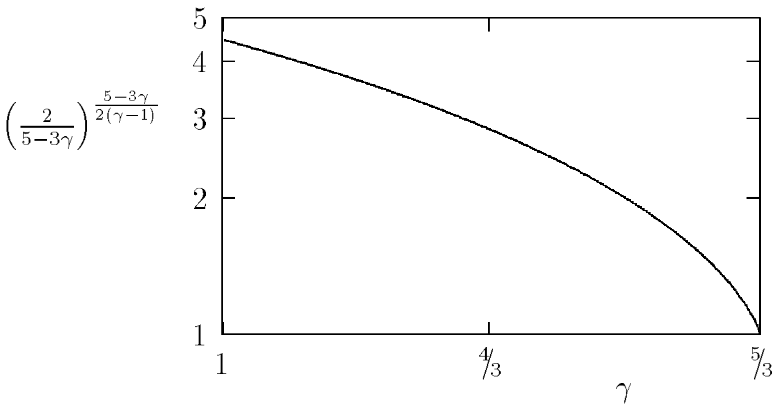


Figure 5: *This graph illustrates dependence of accretion rate $\dot{M}$ on the polytropic index $\gamma$ [see equation (4.12)].*

Obrázek 5: *Tento graf ilustruje závislost míry akrece $\dot{M}$ na polytropickém indexu $\gamma$ [viz rovnice (4.12)].*

The accretion rate follows from the continuity equation

Míra akrece vyplývá z rovnice kontinuity

$$\dot{M} = -4\pi r^2 \rho v = 4\pi r_{\rm s}^2 \rho(r_{\rm s}) c_{\rm s}(r_{\rm s}). \tag{4.11}$$

Proportionality $c_{\rm s}^2 \propto \rho^{\gamma-1}$ can be now written explicitly:

Úměru $c_{\rm s}^2 \propto \rho^{\gamma-1}$ lze nyní zapsat explicite:

$$\rho(r_{\rm s}) = \rho_\infty \left[\frac{c_{\rm s}(r_{\rm s})}{c_\infty}\right]^{\frac{2}{\gamma-1}}, \qquad \rho_\infty \equiv \lim_{r\to\infty} \rho(r).$$

We thus obtain

Dostáváme tedy

$$\dot{M} = \pi G^2 M^2 \frac{\rho_\infty}{c_\infty^3} \left(\frac{2}{5-3\gamma}\right)^{\frac{5-3\gamma}{2(\gamma-1)}}, \qquad (1 < \gamma < \tfrac{5}{3}). \tag{4.12}$$

The dependence of $\dot{M}$ on $\gamma$ is weak (Figure 5). For a representative value of $\gamma \approx 1.4$ we obtain

Závislost $\dot{M}$ na $\gamma$ je nevýrazná (obrázek 5). Pro reprezentativní hodnotu $\gamma \approx 1,4$ obdržíme

$$\dot{M} \approx 10^{11} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2 \left(\frac{\rho_\infty}{10^{-24}\,{\rm g/cm^3}}\right) \left(\frac{c_\infty}{10\ {\rm km/s}}\right)^{-3} \quad [{\rm g/s}]. \tag{4.13}$$

This is a rather low value which for a neu-

Tato hodnota je poměrně malá a v přípatron star yields

dě neutronové hvězdy dává

$$L_{\rm acc} \approx 2 \times 10^{31} \quad [\mathrm{erg/s}].$$

The energy constraints which follow from observations present no major problem for accretion models. However, the mechanism which transforms the energy content of accreted matter into radiation must be efficient enough. Viscous forces are often assumed to provide such a mechanism (they will be discussed later; see p. 61). The model of spherically symmetric accretion is considered as a possible mechanism providing energy for some objects,[100] although non-spherical accretion seems more adequate in most cases. In particular accretion disks and tori are often mentioned (see below). Numerous extragalactic sources and also some Galactic objects show stable linear structures with axial symmetry (jets), the existence of which cannot be directly explained within spherical approximation.

Energetická omezení, která vyplývají z pozorování, nepředstavují pro akreční modely žádnou principiální těžkost. Mechanismus přeměny energie akreované hmoty na záření však musí být dostatečně účinný. Velmi často se předpokládá, že tuto přeměnu zprostředkují viskozní síly (budou diskutovány později; viz str. 61). U některých objektů je model sféricky symetrické akrece považován za možný zdroj energie,[100] i když nesférická akrece se ve většině případů jeví pravděpodobnější. Často se v tomto směru zmiňují akreční disky a tory (viz dále). Četné extragalaktické zdroje a rovněž některé objekty v Galaxii vykazují stabilní lineární struktury s osovou symetrií (výtrysky), jejichž existenci nelze v rámci sférické aproximace žádným přímočatým způsobem vysvětlit.

To conclude this section, let us emphasize the important role of boundary conditions on the surface of the accreting object. In particular, there is a profound difference between accretion on a star and a black hole. If a solid inner surface $R_*$ is present in the system (e.g. a neutron star surface), it is also important to know what is the orbital velocity of the material located close to $R_*$ in comparison to the rotational velocity of the central object. This relation affects the direction of the angular momentum transport in the disk-type solutions which is crucial for the disk stability.

V závěru této kapitoly ještě zdůrazněme důležitou úlohu okrajových podmínek na povrchu akreujícího objektu. Jde zejména o značný rozdíl mezi akrecí na hvězdu a na černou díru. Pokud je uvnitř systému přítomen nějaký pevný povrch $R_*$ (např. povrch neutronové hvězdy), je důležité znát též poměr oběžné rychlosti materiálu nacházejícího se těsně nad $R_*$ k rotační rychlosti ústředního tělesa. Tento poměr ovlivňuje směr přenosu momentu hybnosti v řešeních s charakterem disku, a to je určující pro stabilitu disku.

[100] Shapiro, S. A. 1974, «Accretion onto black holes: The emergent radiation spectrum. III. Rotating (Kerr) blak holes», ApJ 189, 343.

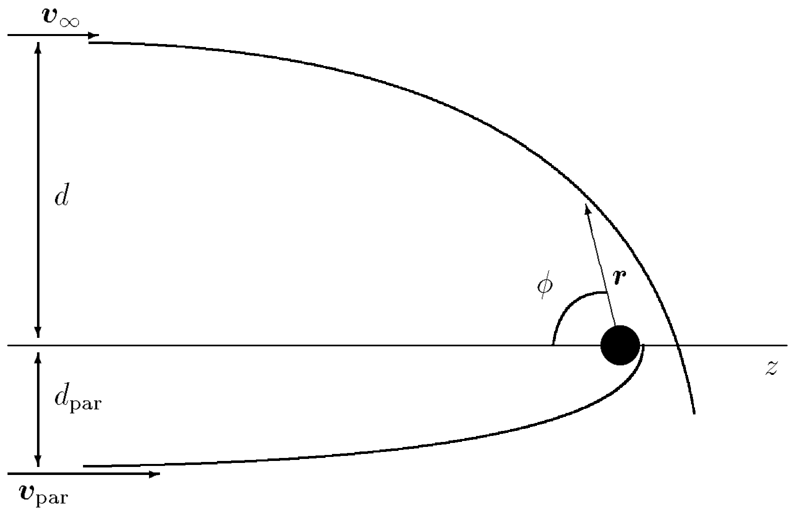


Figure 6: *Definition of coordinates. The impact parameter $d = d_{\rm par}$ corresponds to a trajectory with parabolic velocity.*

Obrázek 6: *Definice souřadnic. Srážkový parametr $d = d_{\rm par}$ odpovídá dráze s parabolickou rychlostí.*

## 4.2 Accretion onto a moving object/Akrece na pohybující se objekt

In many situations, the accreted matter has apparently a non-negligible value of angular momentum which invalidates the basic assumption of the spherical approximation. Non-spherical accretion was originally investigated in the case of an interstellar medium captured by a moving object, e.g. a star in a nebula.[101] Note that the *total* angular momentum of accreted material is zero in this process. We will discuss accretion on a moving object in the present chapter, while another astrophysically important type of non-spherical accretion, the disk accretion, is the subject of subsequent chapters.

V řadě situací je moment hybnosti akreované hmoty zcela zřejmě nezanedbatelný, takže není splněn základní předpoklad sférické akrece. Poprvé byl problém nesférické akrece studován pro případ mezihvězdného prostředí zachytávaného pohybujícím se objektem, například hvězdou uvnitř mlhoviny.[101] Poznamenejme, že při tomto procesu zůstává *celkový* moment hybnosti akreované látky nulový. Akreci na pohybující se objekt budeme diskutovat v této kapitole, zatímco jiný astrofyzikálně důležitý druh nesférické akrece, akrece v disku, je námětem následujících kapitol.

[101] Bondi, H., & Hoyle, F. 1944, «On the mechanism of accretion by stars», MNRAS 104, 273; Hoyle, F., &, Lyttleton, R. A. 1939, «The evolution of stars», Proc.Camb.Phil.Soc. 35, 592.

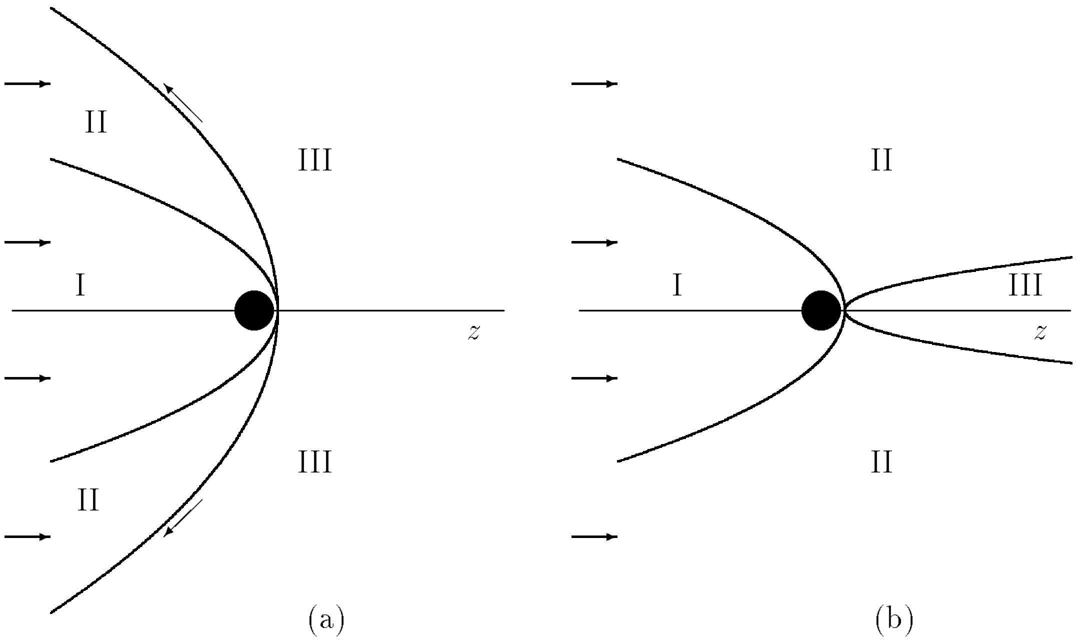


Figure 7: (a) *Capture of non-interacting particles. The asymptopic direction of velocity of particles $v_\infty$ — before approaching the object — is along $z$-axis (shown by arrows). The region I corresponds to particles that hit the surface of the body directly (small impact parameter); this region contains a single stream of particles. The region II also contains a single stream but its particles escape accretion to the distant region again. The region III contains two streams which, by assumption, do not interact with each other.* (b) *The two regions II and III become very distorted when collisional interaction is considered. Particles in the region III dissipate their velocity component perpendicular to the symmetry axis. Inside this region, the stream is directed along the axis. (For details see [101].)*

Obrázek 7: (a) *Záchyt vzájemně neinteragujících částic. Asymptotický směr rychlosti částic $v_\infty$ — předtím, než se přibližíí k tělesu — míří podél osy $z$ (vyznačeno šipkami). Oblast I odpovídá částicím, které dopadnou přímo na povrch tělesa (mají malý srážkový parametr); tato oblast obsahuje jediný proud částic. Rovněž oblast II obsahuje jeden proud, avšak částice tohoto proudu záchytu uniknou a opět se vzdálí. V části III jsou obsaženy dva proudy částic, které ale na sebe podle předpokladu nikterak nepůsobí.* (b) *Oblasti II a III se velmi změní, uvážíme-li vzájemnou interakci částic při srážkách. V důsledku srážek ztrácejí částice při vstupu do oblasti III složku rychlosti kolmou k ose symetrie. Proud uvnitř této oblasti tedy nakonec míří opět podél osy. (Podrobněji viz [101].)*

The medium is assumed to consist of a thin and cold gas so that the approximation of non-interacting particles is adequate far from the accreting object. This approximation is substantiated by radiative losses that efficiently decrease the temperature of the molecular gas — and the influence of the interactions decreases with decreasing temperature (particle collision will be included later). We denote velocity and density of the material in the distant region by $v_\infty$ and $\rho_\infty$, respectively. Next, we assume that $v_\infty$ is nonzero but much less than the parabolic velocity, $0 < v_\infty \ll v_{\rm par} = \sqrt{(2GMR_*^{-1})}$ — which is usually correct for subsonic motion in cosmic environments.

O prostředí předpokládáme, že ho tvoří řídký a chladný plyn, takže daleko od akreujícího tělesa je přijatelné přiblížení neinteragujících částic. Toto přiblížení je odůvodněno působením radiačních ztrát, jež účinně snižují teplotu molekulárního plynu — a vliv srážek se snižuje s klesající teplotou (vliv srážek mezi částicemi uvážíme později). Označíme $v_\infty$ a $\rho_\infty$ rychlost a hustotu látky ve vzdálené oblasti. Dále předpokládáme, že hodnota $v_\infty$ je nenulová, ale mnohem menší než hodnota parabolické rychlosti, $0 < v_\infty \ll v_{\rm par} = \sqrt{(2GMR_*^{-1})}$ — což obvykle bývá správný předpoklad pro podzvukový pohyb v kosmickém prostředí.

In Newtonian gravity, a test particle can only be accreted if its trajectory intersects the surface of accreting body. As a consequence of angular-momentum conservation we find the relation for the characteristic crossection $d_{\rm par}$ of the accretion process, i.e. the maximum impact-parameter (see Fig. 6): $v_\infty d_{\rm par} = v_{\rm par} R_*$. The accretion rate is therefore equal to

V newtonovské gravitaci se může testovací částice zachytit pouze tehdy, pokud její dráha protíná povrch akreujícího tělesa. Jako důsledek zákona zachování momentu hybnosti nalezneme vztah pro charakteristický průřez $d_{\rm par}$ akrečního procesu, t.j. největší srážkový parametr (viz obr. 6): $v_\infty d_{\rm par} = v_{\rm par} R_*$. Míra akrece je tudíž rovna

$$\dot{M} = \rho_\infty v_\infty \underbrace{\frac{\pi R_*^2 v_{\rm par}^2}{v_\infty^2}}_{=\pi d_{\rm par}^2} = 2\pi G M \rho_\infty v_\infty^{-1} R_*. \tag{4.14}$$

For the sake of easier comparison with equation (4.13), we rewrite equation (4.14) in more appropriate units:

Rovnici (4.14) přepíšeme za účelem snadnějšího srovnání s rovnicí (4.13) ve vhodnějších jednotkách:

$$\dot{M} \approx 10^3 \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2 \left(\frac{\rho_\infty}{10^{-24}\,\mathrm{g/cm^3}}\right) \left(\frac{v_\infty}{10\ \mathrm{km/s}}\right)^{-1} \quad [\mathrm{g/s}]. \tag{4.15}$$

We have assumed here that the material is cold and made of non-interacting particles. The mass crossing the axis per unit length per unit time is

Předpokládali jsme zde přiblížení chladné látky, tvořené neinteragujícími částicemi. Hmotnost, která prochází jednotkou délky osy za jednotku času, činí

$$\mathcal{A} = 2\pi GM\rho_\infty v_\infty^{-1}, \tag{4.16}$$

independently of the radius $r$. This fact can easily be seen from the equation of trajectory in polar coordinates (Fig. 6):

nezávisle na poloměru $r$. Tuto skutečnost lze snadno nahlédnout z rovnice dráhy v polárních souřadnicích (obr. 6):

$$\frac{1}{r} = \frac{GM}{d^2 v_\infty^2}(1 - \cos\phi) + \frac{1}{d}\sin\phi\,. \tag{4.17}$$

Setting $\phi = \pi$ for the $z$-axis downstream of the body, one finds $r = d^2 v_\infty^2/(2GM)$. In the end, relation $\mathcal{A} \equiv 2\pi\rho_\infty v_\infty d\,\delta d$ gives us formula (4.16).

Když položíme $\phi = \pi$ na ose $z$ za tělesem, zjistíme, že $r = d^2 v_\infty^2/(2GM)$. Konečně vztah $\mathcal{A} \equiv 2\pi\rho_\infty v_\infty d\,\delta d$ nám dává vzorec (4.16).

The above approximation of non-interacting particles is valid in regions I and II according to Fig. 7 but it becomes violated near the symmetry axis in the trace of the body where density and pressure increase and the region III develops. One estimates that the mass entering this region is approximately equal to $\mathcal{A}$.

Výše uvedené přiblížení neinteragujících částic platí v oblastech I a II podle obr. 7, avšak je porušeno poblíž osy souměrnosti ve stopě za tělesem, kde se hustota a tlak zvyšují a vytváří se oblast III. Lze odhadnout, že hmotnost vstupující do této oblasti je přibližně rovna $\mathcal{A}$.

Denoting mass of the material that enters into the region III between $r$ and $r + dr$ by $m$ and assuming that the material dissipates the velocity component perpendicular to the symmetry axis there ($v \equiv v_{\text{inside III}} \approx v_z = v_\infty$), one can write the mass conservation equation

Jestliže označíme $m$ hmotnost materiálu, který vstupuje do oblasti III mezi $r$ a $r + dr$ a předpokládáme, že se uvnitř této oblasti rozptýlí složka rychlosti kolmá k ose souměrnosti ($v \equiv v_{\text{inside III}} \approx v_z = v_\infty$), můžeme zapsat rovnici zachování hmotnosti

$$\frac{d}{dr}(mv) = \mathcal{A}, \qquad mv = \mathcal{A}\,(r - r_0), \qquad r_0 = const. \tag{4.18}$$

Inside the region III, sign of $v$ depends on the value of the impact parameter; the sign is positive for impact parameters that are much greater than the impact parameter corresponding to parabolic velocity, and negative for those that are much smaller. One can thus estimate value of the constant $r_0$ in equation (4.18) from

Znaménko $v$ v oblasti III závisí na velikosti srážkového parametru; znaménko je kladné pro srážkové parametry, které jsou mnohem větší než srážkový parametr odpovídající parabolické rychlosti, a je záporné v případě hodnot srážkového parametru mnohem menších. Hodnotu konstanty $r_0$, vystupující v rovnici (4.18), lze the approximate relation

$$0 \approx \mathcal{A} \left( \frac{2GM}{v_\infty^2} - r_0 \right).$$

Accretion rate is obtained by integrating $\mathcal{A}$ from $R_*$ to $r_0 \gg R_*$:

$$\dot{M} \approx \mathcal{A} r_0 = 4\pi \rho_\infty \frac{G^2 M^2}{v_\infty^3}, \tag{4.19}$$

expression which is remarkably similar to formula (4.12). The above mentioned calculations have been generalized by a number of authors who investigated gravitational (dynamical) friction acting on a moving star, considered non-zero temperature and inhomogeneities of gaseous medium, supersonic motion, and relativistic corrections.[102]

odhadnout na základě přibližného vztahu

Míra akrece je dána integrací $\mathcal{A}$ od $R_*$ do $r_0 \gg R_*$:

což je výraz pozoruhodně podobný vztahu (4.12). Výše uvedené výpočty byly postupně zobecňovány řadou autorů, kteří zkoumali gravitační (dynamické) tření působící na letící hvězdu, uvažovali nenulovou teplotu plynného prostředí a jeho nehomogenity, nadzvukový pohyb a relativistické opravy.[102]

## 4.3 Disk accretion/Disková akrece

Under certain conditions, material of a star in a binary system can be transferred to another component. Such a situation arises when one of the two stars expands and fills up its Roche lobe or when a star loses material due to a strong stellar wind.[103] In this case, neither the approximation of spherical accretion ($v_\phi = v_\theta = 0$, $v_r \neq 0$) nor the approximation of accretion onto a moving object ($v_\phi = 0$, $v_z \neq 0$) is appropriate. In the Newtonian framework (which we also adopt through-

V dvojhvězdných soustavách dochází za určitých podmínek k přenosu látky z jedné složky na druhou. Taková situace nastává například tehdy, jestliže se jedna z obou hvězd zvětší a vyplní svůj Rocheův lalok, nebo když hvězda ztrácí hmotu silným hvězdným větrem.[103] V tom případě není vhodné ani přiblížení sférické akrece ($v_\phi = v_\theta = 0$, $v_r \neq 0$), ani přiblížení akrece na pohybující se objekt ($v_\phi = 0$, $v_z \neq 0$). V rámci newtonovského popisu (který v tomto odstavci předpokládáme)

[102] Danby, J. M. A., & Camm, G. L. 1957, «Statistical dynamics and accretion», MNRAS 117, 50;
Dodd, K. N., & McCrea, W. H. 1952, «On the effect of interstellar matter on the motion of a star», MNRAS 112, 205;
Hadrava, P., & Karas, V. 1984, «Dynamical friction due to cosmological background», BAC 35, 343;
Petrich, L. I., Shapiro, S. L., Stark, R. F., & Teukolsky, S. A. 1989, «Accretion onto a moving black hole: a fully relativistic treatment», ApJ , 336, 313;
Salpeter, E. E. 1964, «Accretion of interstellar matter by massive objects», ApJ , 140, 796.

out this paragraph) the orbiting material cannot immediately settle onto the accreting object. It is deposited in a toroidal configuration, an accretion disk or a torus, until it loses most of its angular momentum. Disk-like accretion appears as the most relevant type of accretion of material with nonvanishing angular momentum in astrophysics. It also presents a difficult problem, however. Stability of the configuration and angular momentum transport are of crucial importance in the accretion theory.

se kroužící materiál nemůže dostat okamžitě až na akreující objekt. Zůstává tedy v toroidální konfiguraci, akrečním disku či toru, dokud neztratí větší část svého momentu hybnosti. Disková akrece se jeví jako astrofyzikálně nejvýznamnější druh akrece látky s nenulovým momentem hybnosti. Avšak současně před nás staví problém značně složitý. Otázky stability takového uspořádání a přenosu momentu hybnosti mají pro akreční teorii zásadní důležitost.

The basic assumption of accretion disks is therefore $v_r = v_\theta = 0$. To be more precise, this is an assumption of simplified models and it will have to be checked later for consistency of the solution. In more realistic models of the disk-type accretion the condition on $v_r$, $v_\theta$ is relaxed to $v_r^2 + v_\theta^2 \ll v_\phi^2$. Models with significant advection of material in radial direction and with latitudinal motion can only be studied by numerical techniques.[104]

Základním předpokladem akrečních disků je tedy $v_r = v_\theta = 0$. Přesněji řečeno, jde o předpoklad zjednodušených modelů, jenž bude třeba ověřit, aby se potvrdil vnitřní soulad nalezeného řešení. Podmínka na $v_r$, $v_\theta$ se v realističtějších modelech upravuje na $v_r^2 + v_\theta^2 \ll v_\phi^2$. Modely, uvažující významnější přenos hmoty v radiálním směru a latitudinální pohyb, lze studovat jenom numerickými metodami.[104]

Straightforward comparisons with observations (photometry, spectroscopy, high-resolution interferometry) provide us with convincing evidence of the presence of accretion disks in some binary stars[105] and protostellar objects.[106] It is widely believed that accretion disks also play an important role also in active galactic nuclei but observational evidence is not unambiguous at present.[107]

Přímá srovnání s pozorováním (fotometrická měření, spektroskopie, interferometrie s vysokým rozlišením) podávají přesvědčivé důkazy o přítomnosti akrečních disků u některých dvojhvězd[105] a protostelárních objektů.[106] Všeobecně se věří, že akreční disky hrají důležitou úlohu také v aktivních jádrech galaxií, i když pozorovací materiál není v současnosti jednoznačný.[107]

[103] Holzer, T. E., & Axford, W. I. 1970, «Theory of stellar winds and related flows», ARA&A 8, 31;
Klare, G. (ed.) 1990, *Accretion and Winds*, Reviews in Modern Astronomy 3 (Springer-Verlag, Berlin);
Verbunt, F. 1982, «Accretion disks in stellar X-ray sources. A review of the basic theory of accretion disks and its problems», Space Science Reviews 32, 379;
Treves, A., Maraschi, L., & Abramowicz, A. 1988, «Basic elements of the theory of accretion», PASP 100, 427.
[104] Kato, S. (ed.) 1995, *Basic Physics of Accretion Disks*, (Gordon and Breach, Science Publishers, New York).

The model of accretion disks can be qualitatively described in the following manner. We assume that material is continuously deposited in an orbit around the central object and that the motion of the material is completely determined by the gravitational field of this object. We ignore other external forces and the self-gravity of the medium. Naturally, a free test particle would move in a Keplerian orbit, but a large number of particles forms a dissipative ring which loses energy (e.g. by radiation losses) and, consequently, tends to circularize. With its energy decreasing, the material sinks deeper towards the central object — as much as it is allowed for the given value of angular momentum. Simultaneously, angular momentum is transferred *outwards* by torque forces in the disk. Viscosity plays a crucial role in this transfer. The total disk luminosity due to radiation losses during accretion can be estimated by evaluating the binding energy of the innermost orbit. Assuming Keplerian motion $[v_r \ll v_\phi \approx \Omega_{\rm K}(R)\, R]$ we obtain

Model akrečních disků je možné popsat následujícím kvalitativním způsobem. Předpokládáme, že se látka soustavně ukládá na dráhu kolem ústředního tělesa, a přitom jeho gravitační pole pohyb látky plně určuje. Zanedbáváme ostatní vnější síly i vlastní gravitaci prostředí. Volná testovací částice by se přirozeně pohybovala po keplerovské dráze, ale množství částic vytvoří disipativní prstenec, který ztrácí energii (např. zářivými ztrátami), a v důsledku toho se jeho tvar postupně zakulacuje. Se snížením energie klesá materiál v gravitačním potenciálu níže — jak jen mu to dovolí daná hodnota momentu hybnosti. Zároveň se působením torzních sil přenáší moment hybnosti *směrem ven*. Při přenosu momentu hybnosti hraje hlavní roli viskozita. Celkovou luminozitu disku, vyvolanou zářivými ztrátami během procesu akrece, lze stanovit na základě vazbové energie nejvnitřnější dráhy. Za předpokladu keplerovského pohybu $[v_r \ll v_\phi \approx \Omega_{\rm K}(R)\, R]$ dostáváme

$$L_{\rm disc} = \frac{GM\dot{M}}{2R_*} = \tfrac{1}{2}\, L_{\rm acc}. \tag{4.20}$$

Luminosity of the inner boundary layer may be very important in total balance. It follows from the last relation that in principle the boundary layer can contribute up to the value of $\frac{1}{2}L_{\rm acc}$ to the total luminosity. The form of the layer depends on boundary conditions at the inner edge of the disk. On the other hand,

Luminozita vnitřní okrajové vrstvy může být v celkové bilanci velmi důležitá. Z posledního vztahu je zřejmé, že v principu může okrajová vrstva k výsledné luminozitě příspívat až hodnotou $\frac{1}{2}L_{\rm acc}$. Stav této vrstvy záleží na okrajových podmínkách u vnitřního kraje disku. Naopak na vnějším okraji musí nějaký proces odná-

[105] Nussbaumer, H., & Orr, A. (eds.) 1994, *Interacting Binaries* (Springer-Verlag, Berlin).
[106] Levy, E. H., & Lunine, J. I. (eds.) 1993, Protostars and Planets III, Space Science Series (University of Arizona Press, Tucson).
[107] Miyoshi, M., Moran, J., Herrnstein, J., et al. 1995, «Evidence for a black hole from high rotation velocities in a sub-parsec region in NGC 4258», Nature 373, 127.

angular momentum must be removed by some process away from the system at the outer edge.

šet moment hybnosti ze systému pryč.

Early results of the accretion-disk theory were derived in the late 1960s and early 1970s.[108] It should be stressed that all aspects of the above-mentioned scenario (radiation losses, angular momentum transport, processes of circularization, effects of various perturbations, disk self-gravity, etc.) need to be quantified by detailed calculations. Numerous review articles on this subject are available.[109]

Rané výsledky o akrečních discích byly odvozeny koncem šedesátých a začátkem sedmdesátých let.[108] Je třeba zdůraznit, že veškeré aspekty zde nastíněného přístupu (zářivé ztráty, přenos momentu hybnosti, procesy cirkularizace, vlivy různých poruch, vlastní gravitace disku atd.) musí být kvantitativně prozkoumány pomocí podrobných výpočtů. Na toto téma je k dispozici řada přehledových článků.[109]

The theory of accretion disks is more complicated than the theory of stars, even in a crude approximation. This is mainly for two reasons: (i) Macrophysics — stars are nearly spherical and evolve slowly on long time-scales while accretion disks are only axially symmetric and their evolution can be fast; (ii) Microphysics — processes of energy generation and transport in stars are much better understood than poorly-known viscous processes which are essential for disks. Fortunately, it turns out that some important properties of accretion disks are independent of unknown details of their microphysics. They are determined by basic laws of conservation of energy, momentum and mass.

Teorie akrečních disků je i v hrubém přiblížení složitější než teorie hvězd. Je tomu tak především ze dvou důvodů: (i) Makrofyzika — hvězdy jsou téměř sférické a vyvíjejí se pomalu v dlouhých časových škálách, zatímco akreční disky jsou jenom osově souměrné a jejich vývoj může být rychlý; (ii) Mikrofyzika — pochodům, které uvolňují a přenášejí energii ve hvězdách, rozumíme mnohem lépe, než nedostatečně pochopeným viskozním procesům, jež hrají základní úlohu v případě disků. Naštěstí se ukáže, že některé důležité vlastnosti akrečních disků nezávisí na neznámých podrobnostech jejich mikrofyziky. Jsou určeny základními zákony zachování energie, momentu hybnosti a hmotnosti.

Dissipation of energy in accreted material is an essential ingredient of the ac-

Základní myšlenkou akrečního procesu je disipace energie akreované látky.

108 Lynden-Bell, D. 1969, «Galactic nuclei as collapsed old quasars», Nature 223, 690;
Pringle, J. E., & Rees, M. J. 1972, «Accretion disc models for compact X-ray sources», A&A 21, 1.

109 Kato, S. (ed.) 1995, *Basic Physics of Accretion Disks*, (Gordon and Breach, Science Publishers, New York);
Lightman, A. P., Shapiro, S. L., & Rees, M. J. 1978, «Accretion onto Compact objects», in *Physics and Astrophysics of Neutron Stars and Black Holes*, Giaconni, R., & Ruffini, R. (eds.) (North-Holland Publishing Company, Amsterdam), p. 786.

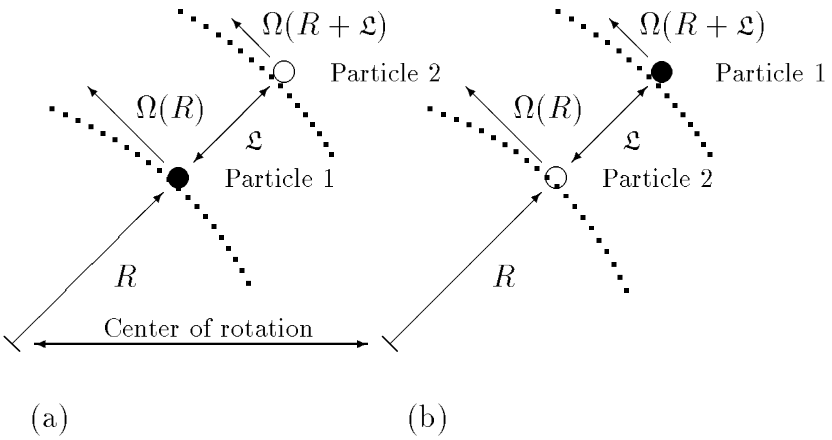


Figure 8: *Principle of angular momentum transport due to viscosity in accretion disks. Although no mass is transported by iterchanging positions of two nearby particles located on circular orbits with different radii, angular momentum is transported outwards.*

Obrázek 8: *Princip přenosu momentu hybnosti v důsledku viskozity v akrečních discích. Vzájemnou výměnou polohy dvou sousedních částic, nacházejících se na kruhových drahách s různými poloměry, nedochází k přenosu hmotnosti, avšak moment hybnosti je přenášen směrem ven.*

cretion process. *Viscous forces* can arise from disordered motions of gas particles about streamlines. In accretion disks viscous forces arise due to the shear between adjacent differentially rotating gas streams. From the macroscopic viewpoint, viscous processes do not transport any mass, nevertheless, they do transport other physical quantities, e.g. angular momentum or energy. Let us consider material streaming in two neighbour rings of a small radial extent $\mathfrak{L}$ which is equal to a characteristic range of turbulent motions. If the rings are part of an axially symmetric and rather thin accretion disk, the viscous torque exerted by the outer stream on the inner stream is (Fig. 8)

*Viskozní síly* mohou vznikat v důsledku neuspořádaného pohybu částic plynu kolem proudnic. V akrečních discích vznikají viskozní síly jako důsledek střihu mezi sousedními diferenciálně rotujícími proudy plynu. Viskozní pochody nepřenášejí hmotnost z makroskopického hlediska, nicméně přenášejí jiné fyzikální veličiny, jako je moment hybnosti nebo energie. Představme si látku, proudící ve dvou sousedících prstencích o malé radiální šířce $\mathfrak{L}$, rovné charakteristickému dosahu turbulentních pohybů. V případě osově symetrických a poměrně tenkých akrečních disků činí viskozní točivý moment vyvolaný vnějším prstencem na vnitřní prstenec (obr. 8)

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(R) &\approx 2\pi R \underbrace{H\rho}_{\approx\Sigma} \tilde{v} R(R+\mathfrak{L}) \underbrace{[\Omega(R+\mathfrak{L})-\Omega(R)]}_{\approx\Omega'(R)\mathfrak{L}} \\ &\overset{\mathfrak{L}\to 0}{\approx} 2\pi R^3 \nu \Sigma \Omega'. \end{aligned} \tag{4.21}$$

Here, we have introduced the disk surface density $\Sigma$, typical speed of turbulent motions $\tilde{v}$, kinematic viscosity $\nu \approx \mathfrak{L}\tilde{v}$, and $\Omega' \equiv d\Omega/dR$. Accretion rate is $\dot{M} = 2\pi R\Sigma v_R = const$. It appears that microscopic magnetic fields and turbulent motions play an important role, so that the picture is certainly more complex then our illustrative sketch.

Zde jsme zavedli povrchovou hustotu disku $\Sigma$, typickou rychlost turbulentních pohybů $\tilde{v}$, kinematickou viskozitu $\nu \approx \mathfrak{L}\tilde{v}$ a $\Omega' \equiv d\Omega/dR$. Míra akrece $\dot{M} = 2\pi R\Sigma v_R = const$. Mikroskopické magnetické pole a turbulentní pohyby hrají přitom patrně důležitou roli, takže výsledný obraz je nepochybně složitější, než to ukazuje náš náčrtek.

The net torque acting on a ring of radial width $dR$ is given by the difference

Zbytkový moment působící na prstenec s radiálním poloměrem $dR$ je dán rozdílem

$$\mathcal{G}(R+dR) - \mathcal{G}(R) \approx \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial R}\, dR.$$

The corresponding rate of work is

Odpovídající výkon činí

$$\Omega \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial R}\, dR = \left[\frac{\partial}{\partial R}(\mathcal{G}\Omega) - \mathcal{G}\Omega'\right]\, dR.$$

Integrating the last expression over the whole disk we obtain the total change of the mechanical energy of the disk material. Notice that the integral of the first term in brackets is given by the value of $\mathcal{G}\Omega$ at the disk boundaries. To characterize the second term, one introduces a measure of local dissipation per unit disk area:

Integrací posledního výrazu přes celý disk dostaneme celkovou změnu mechanické energie jeho látky. Na tomto místě si povšimněme, že integrál z prvního členu v hranatých závorkách je dán hodnotou $\mathcal{G}\Omega$ na okrajích disku. K popisu druhého členu se zavádí míra místní disipace v jednotce povrchu disku:

$$\mathcal{D}(R) \equiv \frac{1}{2}\frac{\mathcal{G}\Omega'}{2\pi R} = \tfrac{1}{2}\,\nu\Sigma\,(R\Omega')^2\,. \tag{4.22}$$

We will encounter $\mathcal{D}(R)$ in subsequent formulae. It is an evidently positive quantity which vanishes only in the case of rigid rotation, $\Omega' = 0$.

S $\mathcal{D}(R)$ se budeme setkávat v následujících vzorcích. Je to zjevně kladná veličina, která vymizí jenom v případě tuhé rotace, $\Omega' = 0$.

In this exposition we have illustrated a phenomenological approach to the accretion disk idea. We have not mentioned relevant physical processes which

V tomto přehledu jsme naznačili fenomenologický přístup k myšlence akrečních disků. Nezmínili jsme se však o fyzikálních procesech, které přispívají k viskozitě contribute to the viscosity of the disk material. In this respect, one usually considers

• Turbulent viscosity (as a consequence of turbulent motions, e.g. eddies);[110]

• Viscosity associated with chaotic magnetic fields and magnetohydrodynamic instabilities in the disk;[111]

• Global waves can travel from the outer boundary inwards, dissipate in the inner disk regions and thus effectively transport angular momentum;

• Vertical convection in the disk;

• Molecular viscosity which appears to be too low in astrophysical plasmas, however. Characteristic accretion time-scale associated with the molecular viscosity is unreasonably long:

$$t_{\rm visc} \equiv \frac{R^2}{\nu} = \frac{R^2}{\mathcal{L} v_{\rm th}} \approx \frac{(10^{14}\,{\rm cm})^2}{(10\,{\rm cm}) \times (10^5\,{\rm cm/s})} \approx 10^{14}\,{\rm yr}$$

(numerical values for a stellar disk are given);

• Angular momentum transport can be drastically modified by long-range forces. An important example is radiation viscosity (due to the radiation field of a central body or an accretion disk)[112] or action of an ordered magnetic field (due to a magnetized neutron star or a magnetized

látky v disku. V tomto směru se obvykle uvažuje

• Turbulentní viskozita (jako důsledek turbulentních pohybů, např. vírů);[110]

• Viskozita vyvolaná chaotickými magnetickými poli a magnetohydrodynamickými nestabilitami v disku;[111]

• Globální vlny, které mohou postupovat od vnějšího okraje směrem dovnitř, disipovat ve vnitřních částech disku, a tak efektivně přenášet moment hybnosti;

• Konvekce ve svislém směru uvnitř disku;

• Molekulární viskozita, jež je však v astrofyzikálním plazmatu příliš malá. Charakteristický čas akrece, daný hodnotou molekulární viskozity, je totiž neúměrně dlouhý:

(uvedené číselné hodnoty jsou pro disk kolem hvězd);

• Přenos momentu hybnosti probíhá značně odlišně, pokud při něm spolupůsobí síly dlouhého dosahu. Důležitým příkladem je viskozita záření (vyvolaná zářivým polem ústředního tělesa či akrečního disku),[112] nebo vliv uspořádaného magnetického pole (například od magne-

[110] Stewart, J. M. 1975, «The hydrodynamics of accretion discs I: Stability», A&A 42, 95.

[111] Balbus, S. A., & Hawley, J. F. 1991, «A powerful local shear in weakly magnetized disks. I. Linear analysis», ApJ 376, 214;
Balbus, S. A. 1995, «General local stability for stratified, weakly magnetized rotating systems», ApJ 453, 380;
Eardley, D. M., & Lightman, A. P. 1975, «Magnetic viscosity in relativistic accretion disks», ApJ 200, 187;
Matsumoto, R., & Tajima, T. 1995, «Magnetic viscosity by localized shear flow instability in magnetized accretion disks», ApJ 445, 767.

disk, for example).[113] In the subsequent discussion we will assume accretion onto a non-rotating or a slowly rotating non-magnetized object. The situation with an electromagnetic field will be mentioned separately in Part III later on.

tizované neutronové hvězdy či magnetizovaného disku).[113] V následující diskuzi budeme předpokládat akreci na nerotující nebo pomalu rotující nemagnetizované těleso. O situaci s elektromagnetickým polem se zmíníme později v samostatné Části III.

Here we adopt, for definiteness, the local phenomenological description in the framework of the *α-parametrization*:[114]

Zde pro určitost přijmeme lokální, fenomenologický popis v rámci *α-parametrizace*:[114]

$$\nu \approx \alpha H c_{\mathrm{s}} \tag{4.23}$$

with $\alpha \ll 1$. Physical justification of this assumption is as follows. In accordance with equation (4.21), kinematic viscosity of turbulent eddies can be expressed in the form $\nu \approx \mathfrak{L}\tilde{v}$, where $\mathfrak{L}$ and $\tilde{v}$ characterize the size of and the flow speed in eddies. Relation (4.23) therefore corresponds to a natural assumption about viscosity: $\mathfrak{L}\tilde{v} \ll Hc_{\mathrm{s}}$. For more details on interpretation of this relation see below (p. 75).

s $\alpha \ll 1$. Fyzikální odůvodnění tohoto předpokladu je následující. V souhlase s rovnicí (4.21) lze kinematickou viskozitu turbulentních vírů vyjádřit ve tvaru $\nu \approx \mathfrak{L}\tilde{v}$, kde $\mathfrak{L}$ a $\tilde{v}$ charakterizují rozměr vírů a rychlost proudění v nich. Vztah (4.23) tedy odpovídá přirozenému předpokladu o viskozitě: $\mathfrak{L}\tilde{v} \ll Hc_{\mathrm{s}}$. Podrobněji je interpretace tohoto vztahu rozebrána níže (str. 75).

## 4.4 The thin disk model/Model tenkého disku

The problem of accretion disks is too complicated in its full generality and it has thus been investigated assuming various approximations. The approximation of thin disks has been found very useful and

Problém akrečních disků je v plné obecnosti příliš složitý, a proto byl dosud studován v rámci různých aproximací. Přiblížení tenkého disku se ukázalo velmi užitečné a poměrně jednoduché. Předpovídá

112 Blandford, R. D. 1985, «Accretion onto massive black holes in active galactic nuclei», in *Numerical Astrophysics*, Centrella, J. M., Leblanc, J. M., & Bowers, R. L. (eds.) (Jones and Barlett, Boston), p. ???; Cunningham, C. 1976, «Returning radiation in accretion disks around black holes», ApJ 208, 534; Walker, M. A. 1990, «Radiation shear-stress heating in accretion flows», ApJ 348, 668.

113 Belvedere, G. (ed.) 1989, *Accretion Disks and Magnetic Fields in Astrophysics* (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht).

114 Shakura, N. I., & Sunyaev, R. A. 1973, «Black holes in binary systems. Observational appearance», A&A 24, 337.

relatively simple. It predicts model spectra which can be compared with observations. The description in terms of thin disks is valid when accretion rates are not too high and energy which is liberated within the disk material due to viscous forces can be efficiently radiated away (no advection of heat; cf. below). In addition to this, we assume that relativistic effects are not too strong. Parameters $\varepsilon$ and $\tilde{\varepsilon}$ from equations (3.3)–(3.4) roughly estimate the importance of gravity and radiation pressure near accreting compact objects.

modelová spektra, která lze porovnávat s pozorovacími výsledky. Popis v řeči tenkých disků je platný, pokud míra akrece není příliš velká a pokud energie uvolněná silami viskozity z látky disku je účinně odnášena zářením pryč (žádný přenos tepla prouděním; viz dále). Navíc v této části předpokládáme, že relativistické efekty nejsou příliš silné. Parametry $\varepsilon$ a $\tilde{\varepsilon}$ z rovnic (3.3)–(3.4) poskytují hrubý odhad významnosti gravitace a tlaku záření v blízkosti akreujících kompaktních objektů.

First we derive equations of the disk radial structure. We assume that matter moves along nearly circular orbits with radius $R$ in the disk plane around an object with mass $M$. We further assume a small inward drift, $v_R(R) \ll v_\phi(R)$. In the thin-disk approximation physical quantities are integrated in the vertical direction (perpendicularly across the disk thickness). For example, we define the *surface density* $\Sigma \approx \rho H$ which we have already introduced in the previous chapter [see equation (4.21) above]. In general, all the quantities are functions of radius and time.

Nejprve odvodíme rovnice popisující radiální strukturu disku. Předpokládáme, že se jeho hmota pohybuje po téměř kruhových drahách s poloměrem $R$ v rovině disku kolem tělesa o hmotnosti $M$. Dále předpokládáme pomalý snos směrem dovnitř, $v_R(R) \ll v_\phi(R)$. V přiblížení tenkého disku se fyzikální veličiny integrují ve svislém směru (kolmo přes tloušťku disku). Tak definujeme například *povrchovou hustotu* $\Sigma \approx \rho H$, kterou jsme zavedli již v předchozí kapitole [viz rovnice (4.21) uvedená dříve]. V obecnosti jsou všechny veličiny funkcemi poloměru a času.

Let us consider an annulus of the disk material lying between $R$, $R + \Delta R$ and having the mass $m = 2\pi R\ \Delta R\ \Sigma$ and angular momentum $mR^2\Omega$. We can write the mass-conservation equation in the form (for clarity we keep terms with time derivates in the formulae although we will restrict ourselves to steady-state solutions later)

Uvažme prstenec látky disku, který se nachází mezi $R$, $R + \Delta R$ a má hmotnost $m = 2\pi R\ \Delta R\ \Sigma$ a moment hybnosti $mR^2\Omega$. Zákon zachování hmotnosti můžeme zapsat ve tvaru (ve vzorcích ponecháváme pro názornost členy s časovými derivacemi, i když později se omezíme na řešení pro ustálený stav)

$$R\frac{\partial\Sigma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial R}(R\Sigma v_R) = 0. \qquad (4.24)$$

Analogously, for angular momentum we derive the relation

Obdobně odvodíme pro moment hybnosti vztah

$$R\frac{\partial}{\partial t}(R\Sigma v_\phi) + \frac{\partial}{\partial R}(R^2\Sigma v_R v_\phi) = \underbrace{\frac{1}{2\pi}\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial R}}_{\text{viscous torque}}. \tag{4.25}$$

Inserting (4.24) in (4.25) we obtain

Dosazením (4.24) do (4.25) dostaneme

$$R\Sigma v_R (R^2\Omega)' = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial R}. \tag{4.26}$$

Now we employ this relation and eliminate $v_R$ from equation (4.24):

Tento vztah nyní užijeme a vyloučíme $v_R$ z rovnice (4.24):

$$R\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial R}\left[\frac{1}{2\pi(R^2\Omega)'}\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial R}\right]. \tag{4.27}$$

The last equation together with definition (4.21), $\mathcal{G} \equiv 2\pi R^3 \nu \Sigma \Omega'$, from the previous section determine the radial structure of the disk.

Naposledy uvedená rovnice společně s definicí (4.21), $\mathcal{G} \equiv 2\pi R^3 \nu \Sigma \Omega'$, z předchozí kapitoly určují radiální strukturu disku.

In the first approximation, the motion of the material is Keplerian,

V prvním přiblížení je pohyb materiálu keplerovský,

$$\Omega \equiv \Omega_{\mathrm{K}}(R) = \left(\frac{GM}{R^3}\right)^{1/2}. \tag{4.28}$$

Temporal evolution of the surface density is given by the non-linear diffusion equation

Časový vývoj povrchové hustoty je daný nelineární rovnicí difuze

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left[R^{1/2}\frac{\partial}{\partial R}\left(\nu\Sigma R^{1/2}\right)\right]. \tag{4.29}$$

The typical time-scale for changes in the radial structure is $t_{\text{visc}} \approx R^2/\nu$. If the boundary conditions change on much longer time-scales (which is often the case) we can expect a steady-state solution. Equations (4.24)–(4.25) then yield

Typická časová škála změn v radiální struktuře je $t_{\text{visc}} \approx R^2/\nu$. Mění-li se okrajové podmínky mnohem pomaleji (což bývá mnohdy splněno), můžeme očekávat časově ustálené řešení. Rovnice (4.24)–(4.25) pak dávají

$$R\Sigma v_R = const, \qquad \dot{M} = -2\pi R\Sigma v_R, \tag{4.30}$$

$$R^2\Sigma v_R v_\phi = \frac{\mathcal{G}}{2\pi} + const, \qquad \Sigma v_R \Omega = \nu\Sigma\Omega' + \frac{\mathcal{C}}{2\pi R^3}. \tag{4.31}$$

The integration constant $\mathcal{C}$ is determined by the boundary condition on the surface of the accreting object (radius $R_*$) where angular velocity of the material must necessarily decrease below the Keplerian value. (At this point the situation may be different for accretion onto a black hole with no rigid surface.) In a realistic situation $\Omega(R_*) < \Omega_{\mathrm{K}}(R_*)$ and thus there exists a value of radius $R = R_* + b$ where $\Omega' = 0$. The value of $b$ characterizes the boundary layer thickness. Assuming a thin layer, $b \ll R_*$, one obtains

Integrační konstanta $\mathcal{C}$ je určena okrajovými podmínkami na povrchu akreujícího objektu (o poloměru $R_*$), kde musí úhlová rychlost látky nutně poklesnout pod keplerovskou hodnotu. (V tomto bodě se situace s akrecí na černou díru může odlišovat, neboť u ní neexistuje pevný povrch.) V realistické situaci máme $\Omega(R_*) < \Omega_{\mathrm{K}}(R_*)$, takže existuje nějaký poloměr $R = R_* + b$, na němž $\Omega' = 0$. Hodnota $b$ charakterizuje tloušťku okrajové vrstvy. Předpokládajíce tenkou vrstvu, $b \ll R_*$, obdržíme

$$\mathcal{C} = 2\pi R^3 \Sigma v_R \Omega_{R=R_*+b} = -\dot{M}\sqrt{GMR_*} + \mathcal{O}(b/R_*). \tag{4.32}$$

Substituting $\mathcal{C}$ into equation (4.31) we obtain the expression for the surface density

Po dosazení $\mathcal{C}$ do rovnice (4.31) obdržíme výraz pro povrchovou hustotu

$$\nu\Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi}\left(1 - \sqrt{\frac{R_*}{R}}\right). \tag{4.33}$$

The assumption about $b \ll R_*$ may be incorrect in some cases, in particular when large-scale magnetic fields are present in the system; however, we do not consider this otherwise important possibility in the present paragraph.

Předpoklad o $b \ll R_*$ může být v některých případech nesprávný, zejména tehdy, působí-li v systému velkorozměrová magnetická pole; tuto jinak důležitou možnost zde ale neuvažujeme.

The viscous dissipation of energy per unit disk area is (Fig. 9)

Viskozní disipace energie na jednotku plochy disku činí (obr. 9)

$$\mathcal{D}(R) = \mathcal{D}_0 \left(\frac{R}{R_*}\right)^{-3}\left(1 - \sqrt{\frac{R_*}{R}}\right), \qquad \mathcal{D}_0 \equiv \frac{3GM\dot{M}}{8\pi R_*^3}, \tag{4.34}$$

*independently of viscosity* ($\dot{M}$ is assumed to be a fixed parameter). The disk luminosity is

*nezávisle na viskozitě* (o $\dot{M}$ zde předpokládáme, že je to daný parametr). Luminozita disku je

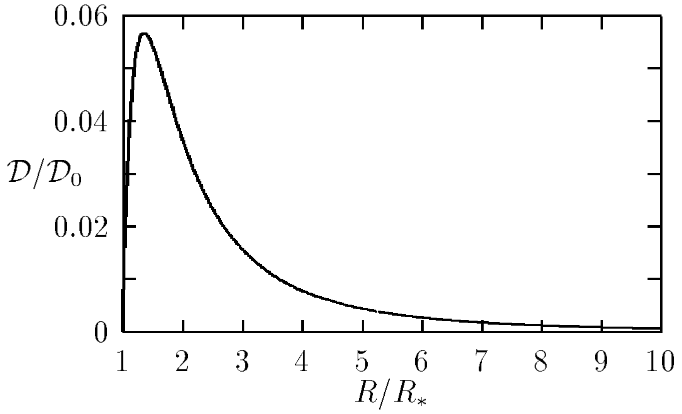


Figure 9: *Dimesionless dissipation rate $\mathcal{D}/\mathcal{D}_0$ due to viscous forces.*

Obrázek 9: *Bezrozměrná míra disipace $\mathcal{D}/\mathcal{D}_0$, vyvolaná viskozními silami.*

$$L_{\rm disk} = 2\int_{R_*}^{\infty} 2\pi R\,\mathcal{D}(R)\;dR = \frac{GM\dot{M}}{2R_*} = \tfrac{1}{2}\,L_{\rm acc}\,, \tag{4.35}$$

as expected from (4.20). We should emphasize once again that half of $L_{\rm acc}$ still remains to be potentially radiated by the boundary layer.

jak jsme očekávali na základě (4.20). Měli bychom znovu zdůraznit, že polovina $L_{\rm acc}$ může ještě být potenciálně vyzářena v okrajové vrstvě.

There is no vertical flow of material in this model, and the Euler equation is reduced to

Ve svislém směru žádná hmota neproudí, a Eulerova rovnice se redukuje na

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{GMz}{(R^2+z^2)^{3/2}} \approx -\frac{GMz}{R^3}. \tag{4.36}$$

The disk thickness $H$ can very roughly be estimated from expression $\partial P/\partial z \approx P/H$ with $P \propto \rho c_{\rm s}^2$:

Tloušťku disku $H$ lze velmi hrubě odhadnout ze vztahu $\partial P/\partial z \approx P/H$ s $P \propto \rho c_{\rm s}^2$:

$$H(R) \approx c_{\rm s} R\sqrt{\frac{R}{GM}}. \tag{4.37}$$

At this point we are able to write down the relation for the viscosity parameter $\alpha$ in terms of the stress tensor component $t_{R\phi}$ (its only non-zero component):

V tomto bodě jsme schopni zapsat vztah pro parametr viskozity $\alpha$ vyjádřený pomocí složky tenzoru napětí $t_{R\phi}$ (jeho jediná nenulová složka):

$$
\begin{aligned}
t_{R\phi} &= \varrho\left(\frac{1}{R}\frac{\partial v_R}{\partial \phi}+\frac{\partial v_\phi}{\partial R}-\frac{v_\phi}{R}\right)\\
&\approx -\frac{3}{2}\varrho\Omega \;\propto\; \nu\rho\Omega \;\propto\; \alpha c_{\rm s} H\rho\Omega \;\propto\; \alpha c_{\rm s}^2\rho\\
&\propto \alpha P
\end{aligned}
\tag{4.38}
$$

($\varrho$ is dynamic viscosity). Now we employ the equation of state in order to determine the density. For instance, in the isothermal approximation (which is indeed illustrative rather than realistic) we obtain

($\varrho$ je dynamická viskozita). Nyní použijeme stavovou rovnici k určení hustoty. Kupříkladu v izotermálním přiblížení (jež se uvádí pro ilustraci a nelze ho považovat za realistické) máme

$$\rho(R,z)=\rho_c(R)\exp(-z^2/2H^2). \tag{4.39}$$

In the first approximation, the central pressure can be determined as a sum of the gas and radiation pressures:

Tlak ve středu může být v prvním přiblížení určen jako součet tlaku plynu a tlaku záření:

$$P\approx\frac{\rho k T_c}{\mu m_{\rm p}}+\frac{4\varsigma}{3c}T_c^4, \tag{4.40}$$

with temperature $T_c \approx T(R,0)$. To complete this set of equations, we need the energy equation which relates $T_c$ to $\mathcal{D}(R)$. As a simple example one can consider the plane-parallel thin-disk approximation in which case $F(R,H)-F(R,0)\approx\mathcal{D}(R)$. The temperature distribution is obtained by solving the radiation transfer equation.[115] Finally, we need a prescription for viscosity — the $\alpha$-parametrisation, for example.

s teplotou $T_c \approx T(R,0)$. Abychom uzavřeli tuto soustavu rovnic, potřebujeme vztah pro energii, který dá $T_c$ do vztahu s $\mathcal{D}(R)$. Jako jednoduchý příklad lze vzít přiblížení rovinného tenkého disku, při němž je $F(R,H)-F(R,0)\approx\mathcal{D}(R)$. Teplotní rozložení se získá řešením rovnice přenosu záření.[116] Nakonec potřebujeme předpis pro viskozitu — například $\alpha$-parametrizaci.

[115] Assuming the local thermodynamic equilibrium, a general thermodynamic relation *Flux = − Diffusion coefficient × Gradient of the relevant quantity* implies $F\propto-\partial B/\partial\chi\propto-(\partial B/\partial T)(\partial T/\partial z)\propto-(\varsigma T^3/\overline{\varkappa}\rho)(\partial T/\partial z)\propto(\varsigma/\chi)T_c^4$ ($B$ is the Planck function, $\overline{\varkappa}$ is the Rosseland opacity.) In optically thick disks, $\chi\gg1$ and $\mathcal{D}(R)=\varsigma T_c^4$.

[116] Z obecného termodynamického vztahu *Tok = − Difuzní koeficient × Gradient příslušné veličiny* plyne za předpokladu lokální termodynamické rovnováhy $F\propto-\partial B/\partial\chi\propto-(\partial B/\partial T)(\partial T/\partial z)\propto-(\varsigma T^3/\overline{\varkappa}\rho)(\partial T/\partial z)\propto(\varsigma/\chi)T_c^4$ ($B$ je Planckova funkce, $\overline{\varkappa}$ je Rosselandova opacita.) V opticky tlustých discích máme $\chi\gg1$ a $\mathcal{D}(R)=\varsigma T_c^4$.

It is probably appropriate to consider the above described thin disk scheme as a rather simplified and rough model with many limitations which, however, shows several important and attractive features of the disk-accretion model in general.

Patrně je rozumné chápat výše popsaný obraz tenkého disku jako dosti zjednodušený a hrubý model s řadou omezení, který je však přesto schopen obsáhnout několik důležitých a přitažlivých vlastností obecného modelu diskové akrece.

We can summarize the equations describing the structure of thin disks:

Můžeme nyní shrnout rovnice popisující strukturu tenkých disků:

-
$$\Sigma = \int_{-\infty}^{\infty} \rho \, dz \approx H\rho,$$

definition of the surface (vertically averaged) density.

definice povrchové (ve svislém směru zprůměrované) hustoty.

-
$$H = c_{\mathrm{s}} R \sqrt{\frac{R}{GM}}\,,$$

relation for the typical disk-thickness $H$. It follows that the thin-disk approximation requires

vztah pro typickou tloušťku disku $H$. Přiblížení tenkého disku dále vyžaduje

$$c_{\mathrm{s}} \ll \sqrt{\frac{GM}{R}}\,,$$

which imposes a condition on the disk temperature. In other words, the thin-disk approximation requires $c_{\mathrm{s}}$ small everywhere, in accordance with the formula above. Therefore, the radial-pressure gradient must be small compared to gravitational and centrifugal forces. This implies Keplerian rotation of the disk.

což představuje podmínku na teplotu disku. Jinými slovy, aproximace tenkého disku vyžaduje, aby v souhlase s výše uvedeným vztahem bylo $c_{\mathrm{s}}$ všude malé. V důsledku toho musí být radiální gradient tlaku malý ve srovnání se silami gravitačními a odstředivými. Odtud vyplývá, že rotace disku je keplerovská.

-
$$c_{\mathrm{s}}^2 = P/\rho,$$

the speed of sound.

rychlost zvuku.

-
$$P = \frac{\rho k T_c}{\mu m_{\mathrm{p}}} + \frac{4\varsigma}{3c} T_c^4,$$

i.e. *total pressure = gas pressure + radia-*

t.j. *celkový tlak = tlak plynu + tlak záření.*

*tion pressure.*

•

$$\chi = \rho H \overline{\varkappa}(\rho, T) = \Sigma \overline{\varkappa}(\rho, T) \equiv \chi(\Sigma, \rho, T),$$

prescription for the optical depth of the disk material (assumed to be optically thick in this example, $\chi \gg 1$).

předpis pro optickou tloušťku látky tvořící disk (v tomto příkladu se předpokládá, že je opticky tlustý, $\chi \gg 1$).

•

$$\mathcal{D}(R) = \frac{3GM\dot{M}}{8\pi R^3}\left(1 - \sqrt{\frac{R_*}{R}}\right);$$

this is the energy equation $F(R, H/2) - F(R, 0) = \mathcal{D}(R)$ for a plane parallel thin disk which, through the relation for $\mathcal{D}(R)$, determines the disk temperature as a function of the accretion rate.

toto je podoba rovnice energie $F(R, H/2) - F(R, 0) = \mathcal{D}(R)$ v rovinném tenkém disku, která pomocí vztahu pro $\mathcal{D}(R)$ určuje jeho teplotu jakožto funkci míry akrece.

•

$$\nu\Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi}\left(1 - \sqrt{\frac{R_*}{R}}\right),$$

which is the relation (4.33) for the surface density under the assumption of a thin boundary layer, $b \ll R_*$.

což představuje vztah (4.33) pro povrchovou hustotu za předpokladu o tenké povrchové vrstvě, $b \ll R_*$.

•

$$\nu = \nu(\rho, T, \Sigma, \alpha, \ldots),$$

i.e. the relation for viscosity. The $\alpha$-parametrisation with $\nu = \alpha c_s H$ is a particular, historically very important example which leads to the *standard model* of a thin disk.[117]

tedy vztah pro viskozitu. Parametrizace $\alpha$ s $\nu = \alpha c_s H$ je jedním z historického hlediska velmi důležitým příkladem, který vede ke *standardnímu modelu* tenkého disku.[117]

One thus has eight *algebraic* equations for eight quantities $\rho, \Sigma, H, c_s, P, T_c, \varkappa$, and $\nu$ as functions of four parameters $\dot{M}, M, R$ and $\alpha$. One can still reduce the

Máme tedy osm *algebraických* rovnic pro osm veličin $\rho, \Sigma, H, c_s, P, T_c, \varkappa$, a $\nu$ jako funkcí parametrů $\dot{M}, M, R$ a $\alpha$. Počet parametrů lze ještě snížit na tři za-

[117] Lightman, A. P., Shapiro, S. L., & Rees, M. J. 1978, «Accretion onto Compact objects», in *Physics and Astrophysics of Neutron Stars and Black Holes*, Giaconni, R., & Ruffini, R. (eds.) (North-Holland Publishing Company, Amsterdam), p. 786;
Pringle, J. E. 1981, «Accretion discs in astrophysics», ARA&A 19, 137;
Shakura, N. I., & Sunyaev, R. A. 1973, «Black holes in binary systems. Observational appearance», A&A 24, 337.

number of parameters to three by introducing non-dimensional parameters $\dot{M} \to \dot{M}/\dot{M}_{\rm Edd}$ ($\dot{M}_{\rm Edd} \equiv L_{\rm Edd}/c^2$), and $R \to R/R_{\rm g}$ ($R_{\rm g} \equiv 2GM/c^2$). Masses of black holes in galactic nuclei can be higher than, e.g., neutron stars masses by more than eight orders of magnitude, nevertheless, the structure of related disks is identical when expressed in terms of the above given non-dimensional parameters.

We conclude this section by recalling the main features of the thin $\alpha$-disk model: the radial disk structure is described by algebraic instead of differential equations, and some important quantities are independent of viscosity which we do not know sufficiently well. Naturally, one has to pay for this simplification by restrictive assumptions, and in some situation the price may be unacceptable.

vedením bezrozměrných parametrů $\dot{M} \to \dot{M}/\dot{M}_{\rm Edd}$ ($\dot{M}_{\rm Edd} \equiv L_{\rm Edd}/c^2$) a $R \to R/R_{\rm g}$ ($R_{\rm g} \equiv 2GM/c^2$). Hmotnosti černých děr v jádrech galaxií sice mohou být o více než osm řádů větší než například hmotnosti neutronových hvězd, nicméně struktura s nimi spojených disků je totožná, pokud ji vyjadřujeme pomocí uvedených bezrozměrných parametrů.

Ukončíme tuto část připomínkou hlavních rysů modelu tenkého $\alpha$-disku: radiální struktura disku je popsána algebraickými rovnicemi namísto rovnic diferenciálních a některé důležité veličiny nezávisí na viskozitě, již neznáme dostatečně dobře. Za toto zjednodušení je pochopitelně nutno zaplatit zjednodušujícími aproximacemi, jejichž cena může být v některých situacích nepřijatelná.

## 4.5 The boundary layer/Okrajová vrstva

We have seen that a half of $L_{\rm acc}$ remains available and it can be released in the boundary layer. Character of the accretion in a close vicinity of accreting objects depends strongly on the boundary conditions.[118] The angular velocity of accreted material decreases from $\Omega(R_* + b) \approx \Omega_{\rm K}(R_* + b)$ to $\Omega(R_*) \approx \Omega_* < \Omega_{\rm K}(R_*)$ ($\Omega_*$ is the angular velocity of rotation of the compact object). In deriving the boundary condition (4.32) we assumed that rotation of the central object nearly vanishes and $b \ll R_*$.

Viděli jsme, že polovina $L_{\rm acc}$ zbývá dostupná a může se uvolnit v okrajové vrstvě. Charakter akrece v těsném sousedství akreujících těles velmi závisí na okrajových podmínkách.[118] Úhlová rychlost zde klesá z hodnoty $\Omega(R_* + b) \approx \Omega_{\rm K}(R_* + b)$ na $\Omega(R_*) \approx \Omega_* < \Omega_{\rm K}(R_*)$ (($\Omega_*$ je úhlová rychlost rotace kompaktního objektu). Při odvozování okrajové podmínky (4.32) jsme předpokládali, že centrální objekt téměř nerotuje a $b \ll R_*$.

[118] Kley, W. 1989, «Radiation hydrodynamics of the boundary layer in accretion disks», A&A 208, 98; Pringle, J. E. 1977, «Soft X-ray emission from dwarf novae», MNRAS 178, 195.

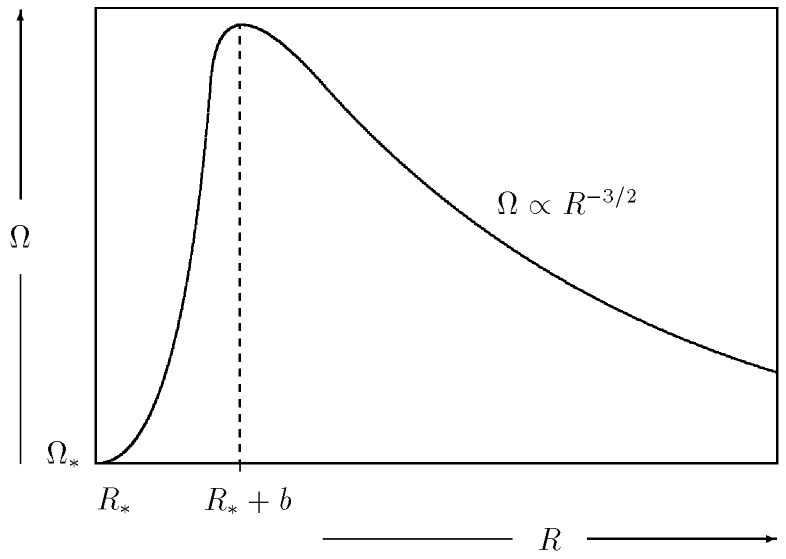


Figure 10: *The angular velocity of a thin-disk material near a slowly-rotating star.*

Obrázek 10: *Úhlová rychlost látky tenkého disku kolem pomalu rotující hvězdy*

The radial component of the Euler equation (3.13) is

Radiální složka Eulerovy rovnice (3.13) zní

$$v_R \frac{\partial v_R}{\partial R} - \frac{v_\phi^2}{R} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{GM}{R^2} = 0. \tag{4.41}$$

Considering the boundary layer condition ($v_\phi \ll v_{\mathrm{K}} = \sqrt{GM/R}$), we see that the gravity term, $GM/R^2$, must be, balanced by

Uvážíme-li okrajovou podmínku ($v_\phi \ll v_{\mathrm{K}} = \sqrt{GM/R}$), vidíme, že člen pocházející od gravitace, $GM/R^2$, musí být vyvážen

$$v_R \frac{\partial v_R}{\partial R} \approx \frac{v_R^2}{b}$$

or

nebo

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial R} \approx \frac{c_{\mathrm{s}}^2}{b}$$

(or by both terms, if they happen to be of

(nebo oběma členy, pokud jsou shodou

the same order). Assuming further $v_R^2 < c_s^2$ (subsonic inflow),

okolností stejného řádu). Jestliže dále předpokládáme $v_R^2 < c_s^2$ (podzvukový vtok),

$$\frac{c_s^2}{b} \approx \frac{GM}{R_*^2}.$$

The last relation, together with equation (4.37)

Poslední vztah, společně s rovnicí (4.37)

$$H \approx c_s R_* \sqrt{\frac{R_*}{GM}},$$

gives an estimate of the boundary layer size:

poskytují odhad rozměru okrajové vrstvy:

$$b \approx \frac{R_*^2}{GM} c_s^2 \approx \frac{H^2}{R_*} \ll H \ll R_*. \tag{4.42}$$

If the boundary layer emits thermal radiation we can determine its temperature from

Pokud okrajová vrstva vydává termální záření, můžeme jeho teplotu určit ze vztahu

$$\begin{aligned} \varsigma T_{\mathrm{BL}}^4 &\approx L_{\mathrm{acc}} \times \frac{1}{\mathcal{S}} \\ &\approx \frac{GM\dot{M}}{2R_*} \times \frac{1}{4\pi R_* H}, \end{aligned} \tag{4.43}$$

where $\mathcal{S}$ is the surface of the boundary layer. On the other hand, for the disk temperature (under the same black body assumption) we have

kde $\mathcal{S}$ je povrch okrajové vrstvy. Na druhé straně pro teplotu disku (za stejného předpokladu o záření černého tělesa) máme

$$\varsigma T^4(R) = \mathcal{D}(R).$$

Using equation (4.34) we obtain

S použitím rovnice (4.34) obdržíme

$$T(R) = \left[\frac{3GM\dot{M}}{8\pi R^3 \varsigma}\left(1 - \sqrt{\frac{R_*}{R}}\right)\right]^{1/4}. \tag{4.44}$$

Evidently, for $R \gg R_*$,

Zjevně pro $R \gg R_*$ je

$$T \approx T_* \left(\frac{R_*}{R}\right)^{3/4}$$

where

kde

$$T_* \equiv \left(\frac{3GM\dot{M}}{8\pi R_*^3 \varsigma}\right)^{1/4} \approx 10^7 \left(\frac{\dot{M}}{10^{17}\mathrm{g/s}}\right)^{1/4} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/4} \left(\frac{10^6\,\mathrm{cm}}{R_*}\right)^{3/4} \mathrm{K}. \qquad (4.45)$$

Comparing (4.43) and (4.45) we derive the estimate of the boundary layer temperature

Porovnáním (4.43) a (4.45) odvodíme odhad teploty okrajové vrstvy

$$T_{\mathrm{BL}} \approx T_* \left(\frac{R_*}{H}\right)^{1/4}. \qquad (4.46)$$

Substituting for $H = c_{\mathrm{s}} R\sqrt{R/GM}$ we can verify that $T_{\mathrm{BL}} > T_*$ which again confirms the importance of the contribution of the boundary layer to the resulting radiation of an accreting object.

Dosazením za $H = c_{\mathrm{s}} R\sqrt{R/GM}$ můžeme nyní ověřit, že $T_{\mathrm{BL}} > T_*$, což opětovně potvrzuje důležitost příspěvku okrajové vrstvy k výslednému záření akreujícího objektu.

One should note that the character of the boundary layer near a black hole[119] is rather different because (i) there is no well-defined surface (like a stellar surface) and (ii) the flow always becomes supersonic near the black hole horizon. There are no stable orbits below $R = 3R_{\mathrm{g}} = 6GM/c^2$, the matter reaches the horizon in the free-fall time-scale

Je třeba poznamenat, že charakter okrajové vrstvy u černé díry je značně odlišný,[119] poněvadž (i) zde není žádný dobře definovaný povrch (jako je okraj hvězdy) a (ii) tok se poblíž horizontu černé díry vždy stává nadzvukovým. Pod $R = 3R_{\mathrm{g}} = 6GM/c^2$ neexistují stabilní orbity a hmota dosahuje horizontu během volného pádu

$$\mathcal{T}_{\mathrm{ff}} \approx \sqrt{\frac{R_{\mathrm{g}}^3}{GM}} \approx 10^{-4}\ \mathrm{s}.$$

Therefore, very little radiation is liberated near the horizon and the maximum energy extractable by the accretion process is the binding energy of the last

Velice málo záření se tudíž uvolňuje v blízkosti horizontu a největší energie, která se může při akrečním procesu uvolnit, je vazbová energie poslední

[119] Paul, H. G. 1986, «Boundary behaviour of accretion disks determined by gravity induced cooling near the black hole», Astronomische Nachrichten 307, 41;
Stoeger, W. R. 1980, «Boundary-layer behavior of the flow at the inner edge of black hole accretion disks», ApJ 235, 216.

stable orbit, about $0.057\,c^2$ erg/g [which should be compared to the corresponding Newtonian analogue, $GM/(2 \times 3R_{\rm g}) \approx 0.083\,c^2$ erg/g]. Rotation of the central black hole strongly affects the motion of accreted matter near the horizon (last stable orbit is located below $3\,R_{\rm g}$). Efficiency of the accretion process near a rotating black hole then reaches, at maximum, $\approx 0.42\,c^2$ erg/g (see also discussion on p. 89).

stabilní dráhy, přibližně $0,057\,c^2$ erg/g. [Tu je třeba srovnávat s příslušnou newtonovskou obdobou, $GM/(2 \times 3R_{\rm g}) \approx 0,083\,c^2$ erg/g]. Rotace černé díry ovlivňuje do značné míry pohyb zachycované hmoty blízko horizontu (poslední stabilní dráha leží pod $3\,R_{\rm g}$). Účinnost akrečního procesu u rotující černé díry pak v maximu dosahuje až $\approx 0,42\,c^2$ erg/g (viz též diskuze na str. 89).

## 4.6 Emission spectra/Emisní spektra

Numerical and semi-analytical computations of emission continua and emission-line profiles are important tools for verifying models with accretion disks.[120] Here, we briefly outline the underlying ideas. Above all, the disk radiation is affected by the orbital motion of its elements. A spectral line with a single peak in the local rest frame of the disk material becomes broader or can be split into more components in the frame of the observer. This fact is a straightforward consequence of the Doppler effect.

Numerické a částečně analytické výpočty emise v kontinuu a profilů emisních čar jsou významným nástrojem při ověřování modelů s akrečními disky.[120] Zde stručně nastíníme fyziku, jež tvoří základ těchto výpočtů. Záření disku je ovlivněno především rotačním pohybem jeho částí. Spektrální čára s jediným vrcholem v klidové soustavě spojené s materiálem disku se v pozorovatelově soustavě stává širší nebo se může rozštěpit na více složek. Je to přímý důsledek Dopplerova jevu.

We assume that spectral lines are emitted along the whole surface of the disk, $R_{\rm in} < R < R_{\rm out}$. Because of the temperature profile (4.44), the main contribu-

Předpokládáme, že spektrální čáry jsou emitovány podél celého povrchu disku, $R_{\rm in} < R < R_{\rm out}$. Díky teplotnímu profilu (4.44) příspívá k objemové emisivi-

[120] Chen, K., & Halpern, J. P. 1989, «Structure of line-emitting accretion disks in active galactic nuclei», ApJ 344, 115;
Davidson, K., & Netzer, H. 1979, «The emission lines of quasars and similar objects», Rev.Mod.Phys. 51, 715;
Kojima, Y., & Fukue, J. 1992, «Line profiles emitted from an accretion torus», MNRAS 256, 679;
Laor, A. 1991, «Line profiles from a disk around a rotating black hole», ApJ 376, 90;
Matt, G., Perola, G. C., & Piro, L. 1991, «The iron line and high-energy bump as X-ray signatures of cold matter in Seyfert 1 galaxies», A&A 247, 25;
Ross, R. R., Fabian, A. C., & Mineshige, S. 1992, «The spectra of accretion discs in active galactic nuclei», in *X-ray Emission from Active Galactic Nuclei and the Cosmic X-Ray Background*, Brinkmann, W. & Trümper, J. (eds.) (Max-Planck-Institut für Extraterrestriche Physik, Garching), p. 117.

tion to the bulk emissivity of low ionization lines originates in the distant region of $\approx 10^4 R_\mathrm{g}$, i.e. near $R_\mathrm{out}$. In addition, there is Doppler-boosted radiation coming from $R \approx R_\mathrm{in}$. As a result, two peaks appear in the line profile. Assuming Keplerian rotation, the orbital velocity corresponding to these peaks satisfies the relation

tě nízko ionizovaných čar zejména oblast $\approx 10^4 R_\mathrm{g}$, tedy poblíž $R_\mathrm{out}$. K tomu přistupuje dopplerovsky zesílené záření, přicházející z $R \approx R_\mathrm{in}$. Výsledkem je profil čáry se dvěma vrcholy. Za předpokladu keplerovské rotace splňuje orbitální rychlost látky, odpovídající vrcholům v profilech čar, vztah

$$\frac{v_{\mathrm{K}|R=R_\mathrm{in}}}{v_{\mathrm{K}|R=R_\mathrm{out}}} = \sqrt{\frac{R_\mathrm{out}}{R_\mathrm{in}}},$$

which is independent of the disk inclination angle. This ratio gives the first estimate of the disk size. Typically for $M \approx M_\odot$ one obtains $R_\mathrm{out} \approx (10^4\text{–}10^5) R_\mathrm{g}$.[121]

jenž nezávisí na úhlu inklinace disku. Tento poměr poskytuje první odhad rozměru disku. Pro $M \approx M_\odot$ se typicky dostává $R_\mathrm{out} \approx (10^4\text{–}10^5) R_\mathrm{g}$.[122]

A direct consequence of the azimuthal motion of the radiating matter is the onset of a double-peaked line core, as in a self-absorbed line. However, double-peaked profiles are only rarely observed,[123] the lines are usually filled in. This is also the evidence for large $R_\mathrm{out}$. (At this point we do not consider general-relativistic light-bending and the frequency shift. These effects also contribute to line asymmetries.)[124] The Doppler effect transforms emitted radiatiation with wavelentgth $\lambda_\mathrm{em}$ to observed

Přímým důsledkem azimutálního pohybu zářící hmoty je vznik dvouhrbého jádra čáry, podobně jako tomu je u self-absorbovaných čar. Dvouhrbé profily se ovšem pozorují výjimečně,[123] obvykle čáry bývají vyplněné. To též svědčí o velkém $R_\mathrm{out}$. (Neuvažujeme na tomto místě zakřivení paprsků a změnu frekvence podle obecné teorie relativity. Rovněž tyto vlivy přispívají k nesymetrii čar.)[124] Dopplerův mění emitované záření o vlnové délce $\lambda_\mathrm{em}$ na pozorované[125]

[121] Naturally, the observed shape of lines does depend on the inclination which has to be determined independently.
[122] Pozorovaný tvar čar samozřejmě závisí na inklinaci, již je třeba určit nezávislým postupem.

$$\lambda_{\rm obs} = \lambda_{\rm em}\,\frac{(1-\beta y)}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx \lambda_{\rm em}\left(1+\tfrac{1}{2}\,\beta^2-\beta y\right), \tag{4.47}$$

where $\beta = v/c$, $y = \sin\phi\sin\theta_{\rm obs}$ ($\phi$ is the azimuthal coordinate in the disk plane and $\theta_{\rm obs}$ is the inclination of the observer). Analogously, the gravitational redshift is

kde $\beta = v/c$, $y = \sin\phi\sin\theta_{\rm obs}$ ($\phi$ je azimutální souřadnice v rovině disku a $\theta_{\rm obs}$ je inklinace pozorovatele). Obdobně gravitační červený posuv činí

$$\lambda_{\rm obs} = \frac{\lambda_{\rm em}}{1-\beta^2}. \tag{4.48}$$

Evidently, the position of the centroid of the line is independent of the disk inclination.[126] The radiation from the gaseous elements orbiting at the inner edge of the disk suffers a stronger gravitational and transverse Doppler redshift than the radiation from regions located further out. This results in a redward asymmetry of the line. In addition, the Doppler-boosted radiation from the approaching material contributes to an enhanced peak on a blue side of the line. Fig. 11 illustrates spectral line profiles from a narrow rotating ring. Elements of the ring emit radiation with frequency $\nu = \nu_0$ respresenting a narrow line with character of the Dirac $\delta$-function in the local rest frame. The line profile results from superposition of individual contributions affected by the Doppler effect and the gravitational redshift. The observed profile depends on the observer's inclination $\theta_{\rm obs}$. For the case of a disk, the line

Poloha středu čáry (tzv. centroidu) zjevně nezávisí na inklinaci disku.[127] Záření plynu, obíhajícího u vnitřního okraje disku, podléhá silnějšímu gravitačnímu a příčnému Dopplerovu jevu než záření z odlehlejších oblastí. Výsledkem je nesouměrnost čar, které jsou posunuty k červenému konci spektra. K tomu přistupuje dopplerovsky zesílené záření přibližujícího se materiálu, jež zvýrazňuje vrchol na modré straně čáry. Obr. 11 ilustruje spektrální profily pocházející od úzkého rotujícího prstence. Elementy prstence vydávají záření o frekvenci $\nu = \nu_0$, představující v lokální klidové soustavě úzkou spektrální čáru s charakterem Diracovy funkce $\delta$. Profil čáry se potom vytváří překrytím jednotlivých příspěvků, ovlivněných Dopplerovým jevem a gravitačním červeným posuvem. Pozorovaný profil závisí na pozorovatelově inklinaci $\theta_{\rm obs}$. V případě disku se profil čáry získá jeho rozdělením do jednotlivých prstenců, z nichž každý vy-

[123] Eracleous, M., & Halpern, J. P. 1994, «Double-peaked emission lines in active galactic nuclei», ApJS 90, 1.

[124] Gerbal, D., & Pelat, D. 1981, «Profile of a line emitted by an accretion disk. Influence of the geometry upon its shape parameters», A&A 95, 18;
Karas, V., Lanza, A., & Vokrouhlický, D. 1995, «Emission-line profiles from self-gravitating thin disks», ApJ 440, 108;
Kojima, Y. 1991, «The effects of black hole rotation on line profiles from accretion discs», MNRAS 250, 629;
Laor, A. 1991, «Line profiles from a disk around a rotating black hole», ApJ 376, 90.

[125] Indexem „obs“ — podle anglického „observer“ — označujeme veličiny, vztahující se k pozorovateli.

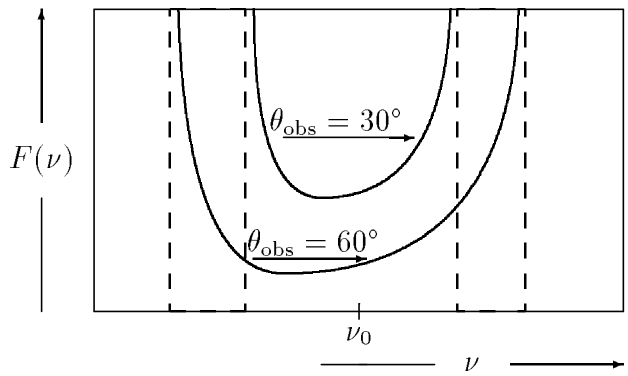


Figure 11: *Illustration of a spectral line profile which is emitted by a narrow rotating ring.*

Obrázek 11: *Ilustrace profilu spektrální čáry, vyzařované úzkým rotujícím prstencem.*

profile can be obtained by splitting the disk into a number of rings, each emitting with its own local frequency and intensity, and summing their total radiation together.

zařuje se svou vlastní lokální frekvencí a intenzitou, a následným složením výsledného záření.

Graphs of the relative frequency shift (the redshift factor)

Grafy poměrného posuvu frekvence (tzv. činitele zčervenání)

$$g \equiv \lambda_{\rm obs}/\lambda_{\rm em} \tag{4.49}$$

along the disk surface will be shown later in Figures 13–14 after discussing general relativistic effects on radiation in more detail.

na povrchu disku budou ještě znázorněny později na obrázcích 13–14, poté až probereme podrobněji obecně relativistické efekty ovlivňující záření.

[126] Naturally, one cannot separate Doppler and gravitational shifts in a complete, self-consistent relativistic treatment of the problem. The centroid wavelentgth depends on inclination, when the wavelentgh shift, anisotropic emisivity of the material depending on the emission angle, and gravitational focusation of light rays are properly taken into account. This complete treatment has been presented in the references cited above.

[127] Při úplném, selfkonzistentním relativistickém řešení tohoto problému není pochopitelně možné oddělovat gravitační posuv od Dopplerova. Vlnová délka centroidu bude na inklinaci záviset, uváží-li se korektně posuv vlnové délky, anizotropní emisivita prostředí, závislá na úhlu vyzařování, i gravitační fokusace světelných paprsků. Takto úplné zpracování uvedeného problému se uvádí ve výše citovaných pracech.

Calculation of the disk continuum spectrum is mathematically analogous.[128] An algorithm for this calculation has been implemented by a number of authors in various modifications. It can be outlined in a few steps:

Výpočet spektra disku v kontinuu je z matematického hlediska obdobný.[128] Jeho algoritmus, jenž v rozličných úpravách použila řada autorů, lze načrtnout v několika krocích:

- Define the disk surface, $z \equiv z(R)$, and determine the intensity of radiation $I^{\mathrm{R}}$ which is emitted from the surface as a function of radius, frequency of radiation and direction with respect to the disk surface in the frame corotating with the disk material. As we saw earlier, in the simplified formulation of the standard model one assumes thermal radiation with an isotropic distribution in directions, but the problem becomes much more complex if it is to be solved self-consistently with the equation of radiative transfer;
- Specify location of a distant observer with respect to the disk axis. In usual notation, inclination angle of $\theta_{\mathrm{obs}} = 90°$ means edge-on view while $\theta_{\mathrm{obs}} = 0°$ means pole-on view;
- Distant observer's plane is a plane perpendicular to the direction $\theta = \theta_{\mathrm{obs}}$ at an infinite distance from the source. The task is to integrate contributions to the total disk radiation over this plane so that one has to choose a convenient integration grid in the plane if the integration is to be carried out numerically;
- Assuming the approximation of geometrical optics, each grid point deter-

- Definuj povrch disku, $z \equiv z(R)$, a urči intenzitu záření $I^{\mathrm{R}}$, jež z něj vychází coby funkci poloměru, frekvence záření a směru vzhledem k povrchu disku v soustavě rotující společně s materiálem v disku. Jak jsme viděli již dříve, při zjednodušené formulaci standardního modelu se předpokládá termální záření s izotropním rozložením podle směrů, avšak úloha se stane mnohem složitější, pokud se má řešit self-konzistentně s rovnicí přenosu záření;
- Stanov umístění vzdáleného pozorovatele vzhledem k ose disku. V zaběhnutém značení znamená $\theta_{\mathrm{obs}} = 90°$ pohled se strany disku, zatímco $\theta_{\mathrm{obs}} = 0°$ znamená pohled podél osy;
- Rovinou vzdáleného pozorovatele se rozumí rovina kolmá ke směru $\theta = \theta_{\mathrm{obs}}$ v nekonečné vzdálenosti od zdroje. Úkolem je integrovat přes tuto rovinu příspěvky k celkovému záření disku, takže je třeba v ní vhodným způsobem zvolit integrační mřížku, má-li se integrace počítat numericky;
- Za předpokladu přiblížení geometrické optiky určuje každý z bodů mřížky jedno-

[128] Cunningham, C. T. 1975, «The effects of redshifts and focussing on the spectrum of an accretion disk around a Kerr black hole», ApJ 202, 788;
Eardley, D. M., Lightman, A. P., Payne, D. G., & Shapiro, S. L. 1978, «Accretion disks around massive black holes: persistent emission spectra», ApJ 224, 53;
Shapiro, S. L. 1974, «Accretion onto black holes: The emergent radiation spectrum. III. Rotating (Kerr) black holes», ApJ 189, 343.

mines unambiguously a photon ray which crosses the plane of the observer perpendicularly . Calculate intersections of these rays with the disk surface, $(R, z(R))$. Photon trajectories will not be straight lines when effects of the general theory of relativity are taken into account but this fact poses only a technical complication in calculating intersections rather than a principal difference;

• Transform radiation intensity from the local disk frame, $I^{\mathrm{R}}(R, z(R); \nu^{\mathrm{R}}, \mu^{\mathrm{R}})$, to the observer's laboratory frame, $I^{\mathrm{L}}(R, z(R); \nu^{\mathrm{L}}, \mu^{\mathrm{L}})$ [equations (A.3)–(A.5)];

• Propagate intensity to the observer's plane [using equation (A.8)];

• Calculate the total observed flux of radiation

značně paprsek, jenž protíná kolmo rovinu pozorovatele. Vypočti průsečíky těchto paprsků s povrchem disku, $(R, z(R))$. Dráhy jednotlivých fotonů nebudou přímkami, pokud se vezmou v úvahu efekty obecné teorie relativity, ale tato skutečnost znamená spíše technickou komplikaci při výpočtu průsečíků než nějaký principiální rozdíl;

• Transformuj intenzitu záření z lokální soustavy disku $I^{\mathrm{R}}(R, z(R); \nu^{\mathrm{R}}, \mu^{\mathrm{R}})$, do pozorovatelovy klidové soustavy, $I^{\mathrm{L}}(R, z(R); \nu^{\mathrm{L}}, \mu^{\mathrm{L}})$ [rovnice (A.3)–(A.5)];

• Přenes intenzitu do pozorovatelovy roviny [s využitím rovnice (A.8)];

• Vypočti celkový pozorovaný tok záření

$$F^{\mathrm{L}}(\nu^{\mathrm{L}})_{|\theta=\theta_{\mathrm{obs}}} = \int_{\text{(Over observer's plane)}} I^{\mathrm{L}}(\nu^{\mathrm{L}})_{|R\to\infty,\theta=\theta_{\mathrm{obs}}}\, d\mathcal{S}.$$

## 4.7 Accretion onto black holes/Akrece na černé díry

The gravitational field near an astronomical object of mass $M$ creates strong general relativistic effects if $GM/(Rc^2) \to 1$. Compact objects are those for which the last condition holds near their surface [these are neutron stars and black holes; cf. relation (3.3)]. First, we shall consider the simplest case of static, spherically symmetric objects and later we shall focus on a generalization to an axially symmetric stationary case. There are at least three astrophysically important properties of relativistic solutions which control the accretion process on compact objects. These are:[129]

Gravitační pole v blízkosti astronomického tělesa s hmotností $M$ dává vzniknout výrazným obecně relativistickým efektům, pokud $GM/(Rc^2) \to 1$. Kompaktními objekty nazýváme takové objekty, pro něž je poslední podmínka u jejich povrchu splněna [jde o neutronové hvězdy a černé díry; viz vztah (3.3)]. Zprvu uvážíme nejjednodušší případ statického, sféricky symetrického tělesa a později se věnujeme zobecnění na osově symetrický stacionární případ. Existují přinejmenším tři astrofyzikálně významné vlastnosti relativistických řešení, které řídí akreci na kompaktní objekty. Jsou to:[130]

• The existence of the minimum angular momentum of stable bound orbits. It results in direct accretion of the material, the angular momentum of which has been decreased below the critical limit by viscous processes.[131]

• The electromagnetic properties of black holes immersed in an external electromagnetic field where they can induce high voltages.[132]

• The Lense-Thirring precession which affects non-equatorial orbits around rotating compact objects.[133]

Current observational evidence for the existence of black holes in the cores of active galaxies is only indirect, however. It appears easier to explain observational facts by the presence of a deep potential well of gravitational field, mainly for the following reasons:

• The high rotational speed of gas near some nuclei. The speed indicates a very large mass concentrated in a relatively small volume.

• Rapid variability; variability on a timescale of a few minutes has been detected in some Seyfert galaxies. This scale corresponds to the gravitational radius of the

• Existence minimálního momentu hybnosti stabilních vázaných drah. Ta způsobuje přímou akreci látky disku, jejíž moment hybnosti v důsledku působení viskozních procesů poklesl pod kritickou mez.[131]

• Elektromagnetické vlastnosti černých děr vnořených do vnějšího elektromagnetického pole, kde mohou indukovat vysoká napětí.[132]

• Lensova-Thirringova precese ovlivňující dráhy, ležící mimo rovníkovou rovinu rotujícího kompaktního objektu.[133]

Soudobé pozorovací důkazy svědčící o přítomnosti černých děr v jádrech aktivních galaxií jsou ovšem pouze nepřímé. Pozorovací skutečnosti lze snáze vysvětlit přítomností hluboké potenciální jámy gravitačního pole, a to především z následujících důvodů:

• Vysoká rotační rychlost plynu v blízkosti některých jader. Tato rychlost svědčí o přítomnosti velké hmotnosti, která je koncentrována do poměrně malého objemu.

• Rychlá proměnnost; proměnnost na časové škále minut byla zaznamenána u některých Seyfertových galaxií. Taková škála odpovídá gravitačnímu poloměru jádra

[129] Processes connected with generation of gravitational waves are typical for highly non-stationary systems and their discussion thus goes beyond the scope of the present text.

[130] Procesy spojené se vznikem gravitačních vln jsou typické pro vysoce nestacionární soustavy a jejich diskuze jde proto mimo rámec tohoto textu.

[131] Abramowicz, M. A. 1987, «Accretion disks around black holes», in *General Relativity and Gravitation*, M. A. H. MacCallum (ed.) (Cambridge University Press, Cambridge).

[132] Damour, T. 1978, «Black hole eddy currents», Phys.Rev.D 18, 3598;
Thorne, K. S., Price, R. H., & Macdonald, D. A. (eds.) 1986, *Black Holes: The Membrane Paradigm* (Yale University Press, New Haven).

[133] Karas, V., & Vokrouhlický, D. 1994, «Relativistic precession of the orbit of a star near a supermassive black hole», ApJ 422, 208;
Wilkins, D. C. 1972, «Bound Geodesics in the Kerr Metric», ApJ 5, 814.

core equal approximately to $10^7\ M_\odot$.

• Potentially high efficiency of conversion of gravitational binding energy of the accreted material into radiation energy.

• "Superluminal speeds" of motion observed in some objects (especially radio sources of the blazar type) and broad emission lines generated in cores of many galaxies.

• Stability of some linear structures (jets) over $\gtrsim 10^6$ years.

• High velocity dispersions of stars in the nuclei of some galaxies.

Now we will briefly describe the shape of the potential well by constructing the curves of the effective potential which determines radial motion. Important characteristics of relativistic accretion can be understood by studying the effective potential for the radial motion in a way analogous to classical non-relativistic mechanics. Electromagnetic effects will be discussed in Part III. The Lense-Thirring precession affects the azimuthal motion and it may thus play an important role in aligning accretion disks (i.e. the dragging of disks into the equatorial plane of a rotating black hole); this subject is included in the section about twisted disks (p. 105).

In Newtonian theory, the radial part of motion of a test particle in a central gravity potential is governed by the effective potential $V_N(l,R)$. The potential is constructed from gravitational and centrifugal terms:

rovnému přibližně $10^7\ M_\odot$.

• Potenciálně vysoká účinnost přeměny gravitační vazbové energie akreované látky na zářivou energii.

• „Nadsvětelné rychlosti", které se pozorují u některých objektů (zejména rádiových zdrojů typu blazar) a široké emisní čáry vznikající v jádrech řady galaxií.

• Stabilita některých lineárních útvarů (výtrysků) přesahující $10^6$ years.

• Velká disperze rychlostí hvězd v jádrech některých galaxií.

Teď stručně popíšeme tvar potenciálové bariéry, a to tak, že sestrojíme křivky efektivního potenciálu, jenž určuje pohyb v radiálním směru. Důležité vlastnosti relativistické akrece lze pochopit studiem efektivního potenciálu pro radiální pohyb, podobně jako v klasické nerelativistické mechanice. Elektromagnetické jevy budou diskutovány v Části III. Lensova-Thirringova precese ovlivňuje azimutální pohyb a může proto sehrát důležitou úlohu při vyrovnávání akrečních disků (například při jejich stahování do rovníkové roviny rotující černé díry); toto téma je zahrnuto jako součást kapitoly o zkroucených discích (str. 105).

V newtonovské teorii je radiální část pohybu testovací částice v centrálním gravitačním potenciálu řízena efektivním potenciálem $V_N(l,R)$. Ten je sestaven z gravitačního a odstředivého členu:

$$V_N(l,R) = \frac{l^2}{2R^2} - \frac{GM}{R}, \tag{4.50}$$

where $l$ is the specific (per unit mass) angular momentum, i.e. a constant of motion. Function $V_N(l, R)$ satisfies the energy equation

kde $l$ je měrný (na jednotku hmotnosti) moment hybnosti, tedy konstanta pohybu. Funkce $V_N(l, R)$ splňuje rovnici pro energii

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = E - V_N(l, R), \tag{4.51}$$

in which the specific energy $E$ is another constant of motion. An analogous equation can also be obtained within the framework of the general theory of relativity.[134] If energy $\mathcal{E}$ includes the rest energy of a particle, i.e. $E \to \mathcal{E} \equiv \sqrt{2E + c^2}$, and time $t$ is interpreted as proper time $\tau$ along its trajectory, we obtain an analog of equations (4.50)–(4.51) in the form[135]

v níž specifická energie $E$ je další konstantou pohybu. Obdobnou rovnici lze získat i v rámci obecné teorie relativity.[134] Pokud se do energie $\mathcal{E}$ zahrne klidová energie částice, t.j. $E \to \mathcal{E} \equiv \sqrt{2E + c^2}$, a čas $t$ se interpretuje jako vlastní čas $\tau$ podél její dráhy, dostaneme analogii rovnic (4.50)–(4.51) ve tvaru[136]

$$V^2(l, R) = \left(1 - \frac{2GM}{Rc^2}\right)\left[1 + \left(\frac{l}{Rc}\right)^2\right], \tag{4.52}$$

$$\left(\frac{dR}{c\,d\tau}\right)^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{c^4} - V^2(l, R). \tag{4.53}$$

Curves of the effective potential are shown in Fig. 12. A test particle with a given value of energy $\mathcal{E}$ and angular momentum $l$ can reach only those regions of $R$ for which the line $V = \mathcal{E}$ lies above the corresponding effective potential curve. In other words, $V(l, R) = \mathcal{E}$ is a turning point of the radial motion. The Newtonian case (a) is illustrated by the curve $1 + \sqrt{V_N}/c$ with $l = 3.75$. Compare this curve with the relativistic effective potential $V$. All the curves of $V$ decrease at small radii, which may have important consequences for the stability of disks; (b)

Obr. 12 znázorňuje křivky efektivního potenciálu. Testovací částice s danou hodnotou energie $\mathcal{E}$ a momentu hybnosti $l$ může dosáhnout pouze těch oblastí $R$, pro něž je přímka $V = \mathcal{E}$ nad příslušnou křivkou efektivního potenciálu. Jinými slovy, $V(l, R) = \mathcal{E}$ je bodem obratu radiálního pohybu. Newtonovský případ (a) je ilustrován křivkou $1 + \sqrt{V_N}/c$ s $l = 3,75$. Porovnejme ji s relativistickým efektivním potenciálem $V$. Všechny křivky $V$ při malém poloměru klesají, což má vážné důsledky pro stabilitu disků; (b) $l = 4,0$, (c) $l = 3,75$, (d) $l = 2\sqrt{3} \doteq 3,47$ (kritická

[134] Misner, C. W., Thorne, K. S., & Wheeler, J. A. 1973, *Gravitation* (W. H. Freeman and Company, San Francisco).
[135] The effective potential is sometimes defined directly as $V^2$.
[136] Někdy se efektivní potenciál definuje přímo jako $V^2$.

$l = 4.0$, (c) $l = 3.75$, (d) $l = 2\sqrt{3} \doteq 3.47$ (a critical curve with inflection point). Stable orbits are only possible in a convex region of the potential curve (indicated by shading) and, therefore, in a restricted range of $R$, $l$ and $\mathcal{E}$.

křivka s inflexním bodem). Stabilní dráhy jsou možné pouze v konvexní oblasti potenciálové křivky (označeno šedou plochou), a tudíž v omezeném rozmezí $R$, $l$ a $\mathcal{E}$.

Both the Newtonian and relativistic equations of the test-particle radial motion acquire formally a similar appearance in the case of strictly radial motion ($l = 0$). It is easy to investigate the behaviour of these formulae at large distances, when $R \to \infty$, $\mathcal{E} \approx c^2 + \frac{1}{2}v_\infty^2$.

Newtonovská i relativistická rovnice pohybu testovací částice přejdou na formálně podobný tvar v případě přesně radiálního pohybu ($l = 0$). Snadno lze vyšetřit chování uvedených vzorců ve velkých vzdálenostech, kdy $R \to \infty$, $\mathcal{E} \approx c^2 + \frac{1}{2}v_\infty^2$.

For a description of photon orbits which correspond to the limit of vanishing particle rest mass, cf. Appendix, p. 201.

Popis drah fotonů, který odpovídá limitě nulové klidové hmotnosti částic, je uveden v Dodatku na str. 201.

Considering the shape of the effective potential, one can estimate the maximum efficiency of the accretion process. It is given by the maximum gravitational binding energy: $\epsilon_{\rm max} = $ (*maximum binding energy*)/(*rest mass energy*) $\approx 6\,\%$. An analogous, though a little more complicated expression holds for motion in the equatorial plane of a rotating black hole. In this case $\epsilon_{\rm max} \approx 42\,\%$.

Jestliže uvážíme tvar efektivního potenciálu, můžeme odhadnout největší účinnost akrečního procesu. Ta je dána maximální gravitační vazbovou energií: $\epsilon_{\rm max} = $ (*největší vazbová energie*)/(*klidová energie*) $\approx 6\,\%$. Podobný, i když poněkud komplikovanější výraz platí též pro pohyb v rovníkové rovině rotující černé díry. V tom případě je $\epsilon_{\rm max} \approx 42\,\%$.

General relativistic effects on particle motion in the Schwarzschild spacetime can be modelled nearly perfectly within the so-called pseudo-Newtonian theory[137] with an artificially chosen potential

Efekty obecné relativity na pohyb částic ve Schwarzschildově prostoročasu lze téměř dokonale modelovat v rámci tzv. pseudonewtonovské teorie[137] s uměle zvoleným potenciálem

$$\Phi_{\rm PW} = -\frac{GM}{R - R_{\rm g}}\,; \qquad R_{\rm g} \equiv \frac{2GM}{c^2}\,. \tag{4.54}$$

This potential approximates the specific

Tento potenciál aproximuje měrnou vaz-

[137] Paczyński, B., & Wiita, P. J. 1980, «Thick accretion disks and supercritical luminosities», A&A 88, 23.

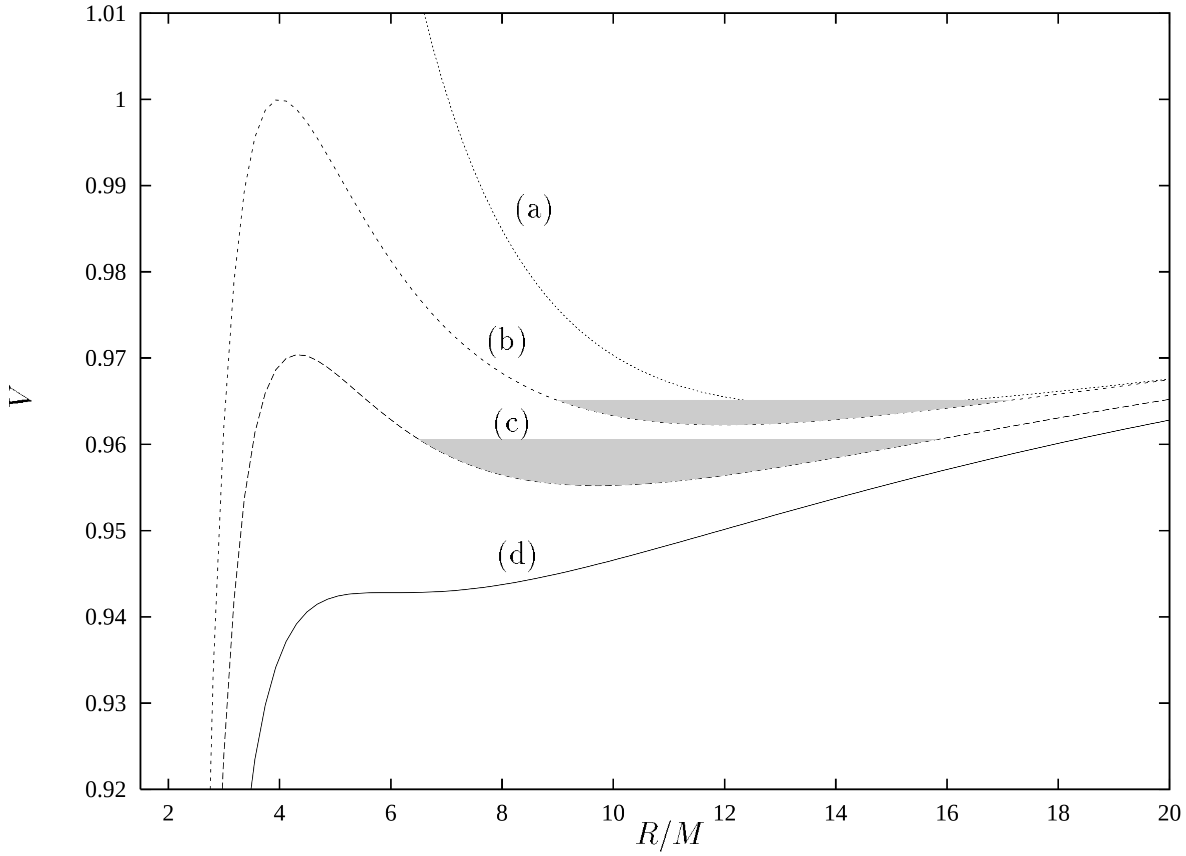


Figure 12: *A qualitative sketch of the effective potential* $V(l,R)$ *for different values of the angular momentum* (b–d) *and their Newtonian analogue* (a). *Radial coordinate in units of* $G/c^2$ *is on the horizontal axis. Shading indicates examples of regions where stable motion of particles with energy* $\mathcal{E}$ *is allowed:* (b) $\mathcal{E} \leq 0.965$; (c) $\mathcal{E} \leq 0.960$. *(For details see the text.)*

Obrázek 12: *Kvalitativní náčrt efektivního potenciálu* $V(l,R)$ *pro různé hodnoty momentu hybnosti* (b–d) *a jeho newtonovská obdoba* (a). *Na vodorovné ose je vynesena radiální souřadnice v jednotkách* $G/c^2$. *Šedá plocha vyznačuje příklady oblastí, v nichž je možný stabilní pohyb částic s energií* $\mathcal{E}$*:* (b) $\mathcal{E} \leq 0,965$; (c) $\mathcal{E} \leq 0,960$. *(Podrobnosti viz text.)*

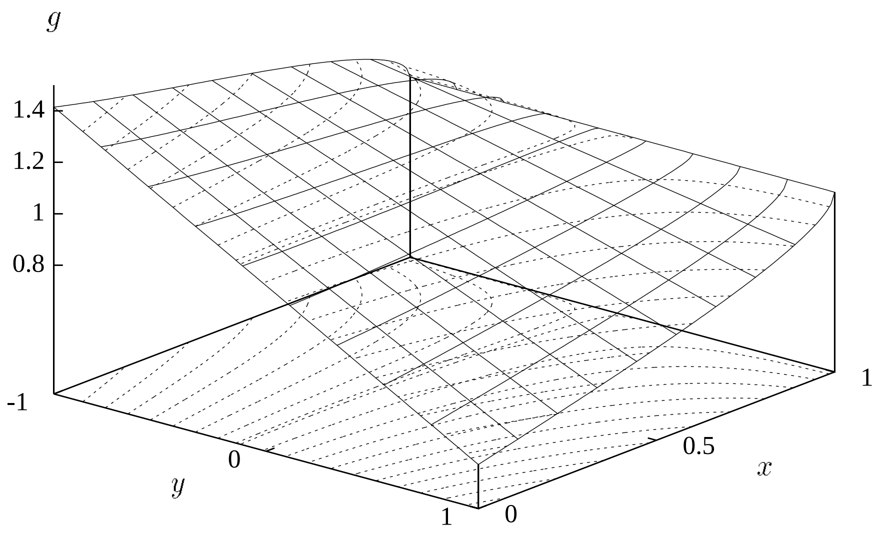


Figure 13: *Redshift function $g$ according to equation (4.55) in dependence on two dimensionless coordinates in the disk plane, $y = \sin\phi \sin\theta_{\rm obs}$ and $x = 1 - 3R_{\rm g}/R$.*

Obrázek 13: *Funkce červeného posuvu $g$ podle rovnice (4.55) v závislosti na dvou bezrozměrných souřadnicích v rovině disku, $y = \sin\phi \sin\theta_{\rm obs}$ a $x = 1 - 3R_{\rm g}/R$.*

energy and the specific angular momentum of accreted particles with a good precision. The regions with bound ($E < 0$) and stable ($dl/dR > 0$, $dE/dR > 0$) orbits are also well reproduced, as can be seen from the following quantities valid for test particles in a circular orbit:

bovou energii a měrný moment hybnosti zachycovaných částic s dobrou přesností. Napodobuje dobře i oblasti vázaných drah ($E < 0$) a stabilních drah ($dl/dR > 0$, $dE/dR > 0$), což je zřejmé z následujících veličin platných pro kruhový pohyb testovacích částic:

$$E = \tfrac{1}{2}\,GM\,\frac{R-2R_{\rm g}}{(R-R_{\rm g})^2}, \qquad l^2 = \frac{GMR^3}{(R-R_{\rm g})^2},$$

$$\frac{dE}{dR} = -\tfrac{1}{2}\,GM\,\frac{R-3R_{\rm g}}{(R-R_{\rm g})^3}, \qquad \frac{dl}{dR} = \tfrac{1}{2}\,\sqrt{GMR}\,\frac{R-3R_{\rm g}}{(R-R_{\rm g})^2}.$$

It is worth mentioning that equations of test-particle motion[138] and standard thin disks near a black hole[139] can be solved analytically, with no approximation, also within the framework of the general theory of relativity.

Stojí za zmínku, že i v rámci obecné teorie relativity lze rovnice pohybu testovacích částic[138] a standardních tenkých disků kolem černé díry[139] vyřešit analyticky bez jakékoli aproximace.

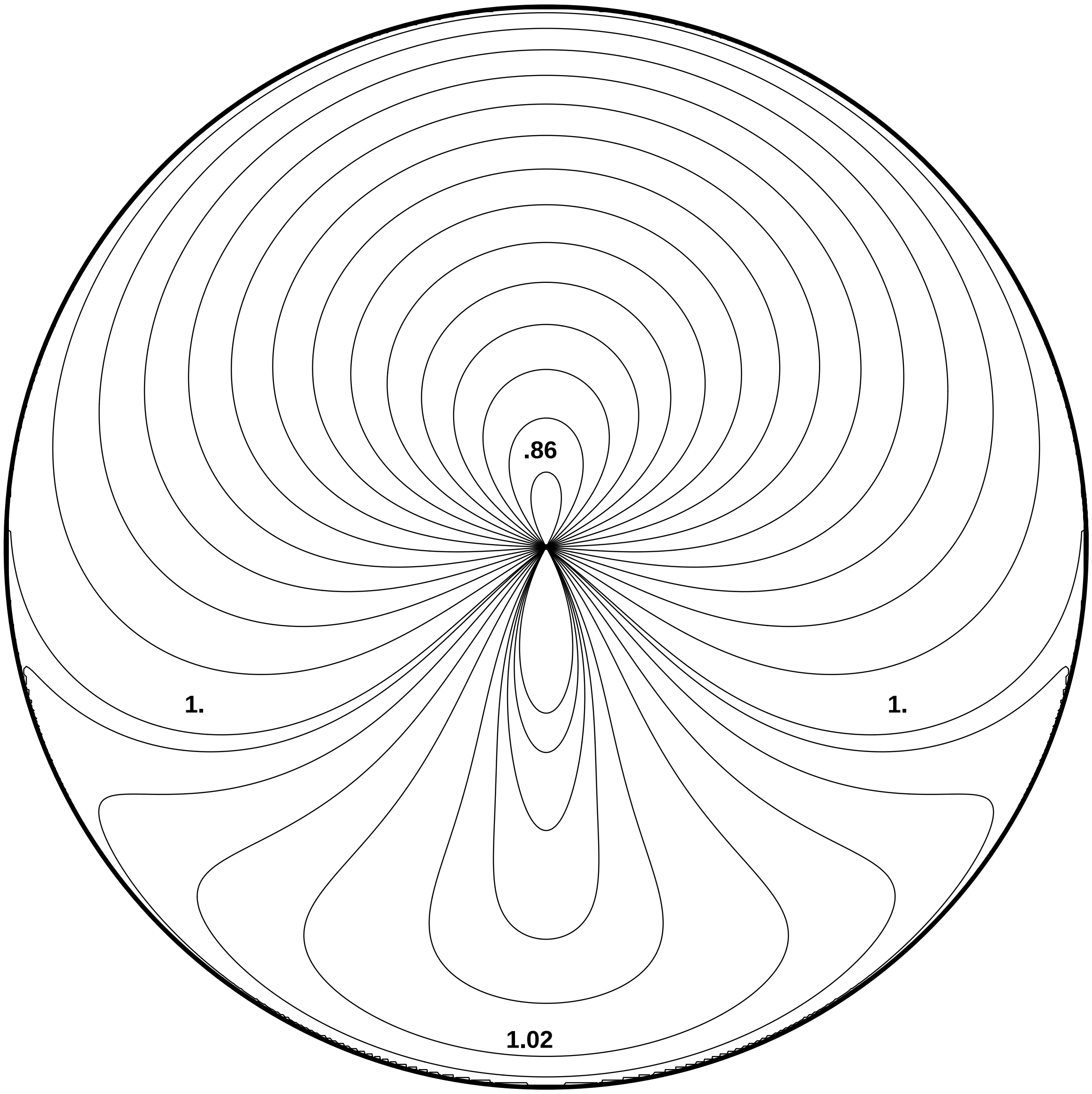


Figure 14: *Isocontours of $g$ in the disk surface — the view along the disk axis. Radial coordinate of the circle ($x$) is defined as in the previous Figure, the azimuthal coordinate is $\phi$ here. A distant observer is located on the right side of the disk with a fixed value of $\theta_{\rm obs} = 15°$. Values $g > 1$ and $g < 1$ correspond to redshifted and blueshifted radiation, respectively.*

Obrázek 14: *Izočáry $g$ na povrchu disku — pohled podél osy disku. Radiální souřadnice kruhu ($x$) je zavedena shodně s předchozím obrázkem, azimutální souřadnice je zde $\phi$. Vzdálený pozorovatel se nachází vpravo od disku s pevnou hodnotou $\theta_{\rm obs} = 15°$. Hodnoty $g > 1$ resp. $g < 1$ odpovídají červenému resp. modrému posuvu záření.*

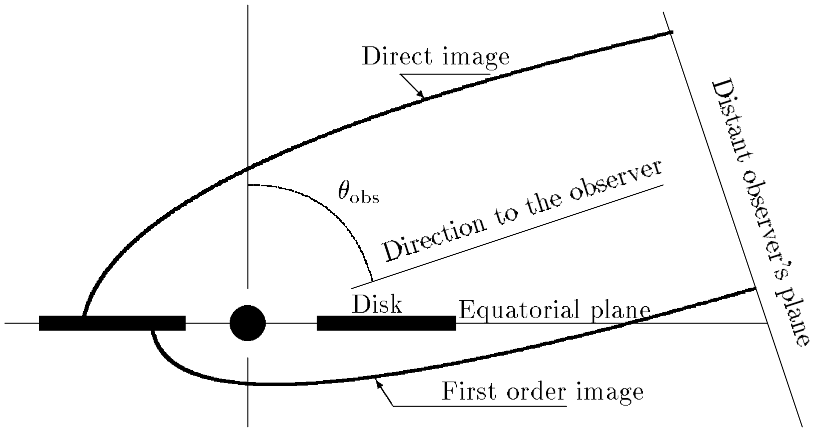


Figure 15: *Schematic illustration of the arrangement for the colour image of a disk (for details see the text).*

Obrázek 15: *Schematická ilustrace uspořádání barevného snímku disku (podrobnosti viz text).*

Figures 13–14 illustrate the redshift factor $g$ along the disk plane when the Doppler effect and gravitational shift are taken into account. The relevant formula has the form

Obrázky 13–14 znázorňují činitel červeného posuvu $g$ v rovině disku se započtením Dopplerova jevu i gravitačního posuvu. Příslušný vzorec má tvar

$$g = \sqrt{\frac{R - 2R_{\rm g}}{(R - 3R_{\rm g})\, R}} \left(\sqrt{R - 2R_{\rm g}} - y\right). \tag{4.55}$$

Now, equation (4.34) acquires the form

Rovnice (4.34) nabývá nyní tvaru

$$\mathcal{D}(R) = \frac{3GM\dot{M}}{8\pi R^3} \left[1 - \sqrt{\frac{R_*}{R}} \frac{1 - R_{\rm g}/R}{1 - R_{\rm g}/R_*}\right] \frac{1 - R_{\rm g}/(3R)}{(1 - R_{\rm g}/R)^3}.$$

Figures 15 and 16[140] illustrate a thin disk around a rotating black hole. Photon trajectories are clearly affected by gravity

Obrázky 15 a 16[141] znázorňují vzhled tenkého disku kolem rotující černé díry. Dráhy fotonů zjevně ovlivňuje gravitace

138 Chandrasekhar, S. 1983, *The Mathematical Theory of Black Holes* (Oxford University Press, New York).

139 Novikov, I. D., & Thorne, K. S. «Astrophysics of black holes», in *Black Holes*, DeWitt, C., & DeWitt, B. S. (eds.) (Gordon and Breach, Science Publishers, New York), p. 343;
Page, D. N., & Thorne, K. S. 1974, «Disk-accretion onto a black hole. I. Time-averaged structure of accretion disks», ApJ 191, 499.

of the compact object in the center of the disk. Part of the direct image from the region of the disk behind the central object with respect to the observer acquires a significant distortion. In addition, the observer can also see the first order (indirect) image which is formed by rays crossing the equatorial plane once. The contribution of the first and the higher order images to the total radiation flux depends on inclination of the distant observer, optical thickness of the disk, and a number of other parameters.

kompaktního tělesa ve středu disku. Značného pokřivení doznává část přímého obrazu, přicházející z té oblasti disku, jež se vzhledem k pozorovateli nachází za ústředním objektem. Navíc může pozorovatel zaznamenat i obraz prvního řádu (nepřímý obraz), tvořený paprsky, které přecházejí jedenkráte přes rovníkovou rovinu. Příspěvek prvního a vyšších obrazů k celkovému světelnému toku záleží na inklinaci vzdáleného pozorovatele, optické tloušťce disku a řadě dalších parametrů konkrétního modelu.

The disk emits thermal radiation at temperatures which decrease as a function of radius. Radiation which reaches the observer is further modified by the Doppler shift due to the disk Keplerian rotation, gravitational redshift, and bending of light rays, as described by the geodesic equation of general relativity. In Fig. 16, red colour corresponds to a decreased energy of incoming photons (with respect to energy in the local rest-frame attached to the disk), blue colour corresponds to an increased energy. Light bending distorts the shape of the disk image, in particular when the observer's inclination is large ($\theta_{\rm obs} = 85°$ here). Notice that the image of the inner edge of the disk is not axially symmetric due to rotation of the black hole (dimensionless angular momentum parameter $a = 0.99$.) Arrows indicate the direction in which the black hole and the disk rotate. The figure is a result of computer modelling.[142]

Disk vyzařuje termální záření, jehož teplota je klesající funkcí poloměru. Záření, které přichází k pozorovateli, je dále ovlivněno Dopplerovým posuvem v důsledku keplerovské rotace disku, gravitačním červeným posuvem a zakřivením paprsků, jak to popisuje rovnice geodetiky v obecné teorii relativity. Červená barva odpovídá na obrázku 16 snížené energii přicházejících fotonů (vzhledem k energii v místní klidové soustavě spojené s diskem), modrá barva odpovídá zvýšené energii. Ohnutí paprsků obraz disku pokřivuje, a to zejména tehdy, když je pozorovatelova inklinace veliká (zde $\theta_{\rm obs} = 85°$). Povšimněme si, že obraz vnitřního okraje disku není v důsledku rotace černé díry osově symetrický (bezrozměrný parametr momentu hybnosti $a = 0,99$.) Šipky vyznačují společný smysl rotace černé díry a s ní korotujícího disku. Obrázek je výsledkem počítačového modelování.[142]

[140] Colour-coded image of the disk is available on the *World-Wide-Web* server of the Astronomical Institute, Charles University Prague.
[141] Barevně kódovaný pohled na disk je dostupný na *World-Wide-Web* serveru Astronomického ústavu Univerzity Karlovy v Praze.
[142] Fukue, J., Yamanaka, K., & Furukubo, M. 1992, «The astrophysical torus: appearance and light curves», PASJ 44, 521;

In conclusion let us emphasize that we have completely neglected the problem of stability of discussed solutions, which is naturally of primary importance in their application.[143] This neglect was adopted exclusively for the sake of simplicity of arguments because stability of disks tends to be a complicated task, not yet fully worked out.

V závěru zdůrazněme, že jsme zcela opomněli problém stability probíraných řešení, jež má ovšem prvořadou důležitost pro jejich použití.[143] Toto zanedbání jsme přijali výlučně z důvodu zjednodušení výkladu, poněvadž stabilita disků je dosti složitá úloha, která dosud nebyla plně vyřešena.

## 4.8 High accretion rates/Vysoká míra akrece

The standard thin disk model is adequate when locally liberated energy is radiated away efficiently but there is no reason to assume that this condition is valid under any circumstances. Indeed, the basic assumption of the thin accretion-disk approximation, $H \ll R$, becomes violated at high accretion rates when cooling is insufficient and $L \gtrsim L_{\rm Edd}$ can be expected. The disk-like configuration tends to become geometrically thick due to inner pressure in the vertical direction. Thick accretion disks or tori with $H \gtrsim R$ may arise as a possible outcome from this situation.

Standardní model tenkého disku je adekvátní, pokud se lokálně uvolňovaná energie stihne účinně vyzařovat, avšak není důvodu předpokládat, že tato podmínka platí za všech okolností. Základní předpoklad přiblížení tenkého disku, $H \ll R$, je porušen při vysoké míře akrece, když je ochlazování nedostatečné a lze tedy očekávat $L \gtrsim L_{\rm Edd}$. Disková struktura začne v důsledku vnitřního tlaku ve vertikálním směru tloustnout. Jako výsledek tohoto stavu se může vytvořit tlustý akreční disk či torus s $H \gtrsim R$.

The main difference between thick disks and tori is given by their shape at large radii; there is no strict distinction between them, however, and we will

Hlavní rozdíl mezi tlustými disky a tory spočívá v jejich tvaru na velkých poloměrech; žádné přísné rozlišení mezi nimi však není, a do podrobností kolem vněj-

---

Fukue, J., & Yokoyama, T. 1988, «Color photographs of an accretion disk around a black hole», PASJ 40, 15;
Karas, V., Vokrouhlický, D., & Polnarev, A. G. 1992, «In the vicinity of a rotating black hole: a fast numerical code for computing observational effects», MNRAS 259, 569;
Luminet, J.-P. 1979, «Image of a spherical black hole with thin accretion disk», A&A 75, 228;
Viergutz, S. U. 1993, «Image generation in Kerr geometry», A&A 272, 355.
[143] Lightman, A. P., & Eardley, D. M. 1974, «Black holes in binary systems: Instability of disk accretion», ApJ 187, L1;
Piran, T. 1978, «The role of viscosity and cooling mechanisms in the stability of accretion disks», ApJ 221, 652;
Pringle, J. E. 1976, «Thermal instabilities in accretion disks», MNRAS 177, 65.

not go into the details of outer boundary conditions here. Radiation pressure is approximately equal to or even greater than the gas pressure in these objects and, therefore, we refer to them as being radiation supported.[144] If such configurations really existed in the cosmos, they could explain the highest, apparently super-Eddington luminosities of some sources.

ších okrajových podmínek zde nebudeme zacházet. Tlak záření je v těchto objektech srovnatelný s tlakem plynu, nebo může nad ním dokonce i převládnout, a proto říkáme, že jsou udržovány zářením.[144] Kdyby takové soustavy ve vesmíru opravdu existovaly, mohly by vysvětlit největší, zřejmě nadeddingtonovské luminozity některých zdrojů.

The interesting geometrical shape of accretion tori is another motivation for their investigation: relatively narrow region of low density — a funnel is formed along their symmetry axis where matter can be accelerated by radiation pressure. This is one idea of how jets can be formed.[145] However, the theory of tori is not as developed and well understood as the theory of thin disks, and problems with their stability require special attention.[146] The contents of this section should therefore be understood as a motivation to explore disk-like systems (with toroidal topology) at high accretion rates and with non-negligible radiation pressure more deeply.

Další motivací k výzkumu akrečních torů je jejich zajímavý geometrický tvar: podél osy symetrie, vně vlastního toru zůstává poměrně úzká řídká oblast — jakýsi komín, v němž se může látka urychlovat tlakem záření. To je jedna z myšlenek možného vzniku výtrysků.[145] Teorie torů však dosud nebyla tak dobře rozvinuta a pochopena jako teorie tenkých disků a potíže s jejich stabilitou vyžadují zvláštní pozornost.[146] Obsah této části je proto třeba chápat spíše jako motivaci k hlubšímu studiu diskovitých útvarů (s toroidální topologií) při vysoké míře akrece a s nezanedbatelným tlakem záření.

Models of tori can be further improved by taking into account a wind driven by

Modely torů mohou být dále zlepšovány tím, že se uváží vliv větru, udržova-

---

144 Jaroszyńsky, M., Abramowicz, M. A., & Paczyński, B. 1980, «Supercritical accretion disks around black holes», Acta Astronomica 30, 1.

145 Abramowicz, M. A., & Piran, T. 1980, «On collimation of relativistic jets from quasars», ApJ 241, L7;
Sikora, M., & Wilson, D. B. 1981, «The collimation of particle beams from thick accretion discs», MNRAS 197, 529;
Turolla, R., & Zaninetti, L. 1986, «Funnel stability and VLBI-jet luminosity», MNRAS 222, 37.

146 Blaes, O. M. 1986, *The Stability of Thick Accretion Disks*, Ph.D. Dissertation (International School for Advanced Studies, Trieste);
Blandford, R. D., Jaroszyński, M., & Kumar, S. 1985, «On the stability and evolution of relativistic radiation tori: equations and speculations», MNRAS 215, 667;
Jaroszyński, M. 1986, «Oscillations of thick accretion discs», MNRAS 220, 869;
Papaloizou, J. C. B., & Pringle, J. E. 1984, «The dynamical stability of differentially rotating discs with constant specific angular momentum», MNRAS 208, 721.

radiation pressure.[147] Even spherically symmetric models are acceptable for some sources.[148] We will study the first possibility, i.e. isolated tori with no wind, in subsequent paragraphs.

ného tlakem záření.[147] Dokonce i sféricky symetrické modely jsou pro některé zdroje přijatelné.[148] V následujících odstavcích budeme studovat první z uvedených možností, tj. izolovanými tory bez větru.

We will first examine the equilibrium of a fluid in axially symmetric rotational motion, at zero viscosity.[149] Adopting a cylindrical orthonormal frame $\{\boldsymbol{e}_R, \boldsymbol{e}_\phi, \boldsymbol{e}_z\}$ we can write the velocity field in the form

Nejdříve probereme rovnováhu tekutiny s nulovou viskozitou v osově symetrickém rotačním pohybu.[149] Ve válcové ortonormální soustavě $\{\boldsymbol{e}_R, \boldsymbol{e}_\phi, \boldsymbol{e}_z\}$ můžeme zapsat rychlostní pole ve tvaru

$$\boldsymbol{v} = v_\phi\, \boldsymbol{e}_\phi, \qquad v_\phi = \Omega(R, z)R.$$

We do not carry out vertical averaging, as we did with thin disks but again we neglect accretion and consider strictly azimuthal motion. The balance of forces acquires the form (for details we refer to discussion which can be found in standard textbooks)[150]

Neprovádíme průměrování ve vertikálním směru, jak jsme to dělali u tenkých disků, avšak akreci opět zanedbáváme a uvažujeme pohyb pouze v azimutálním směru. Rovnováha sil nabývá tvaru (s podrobnostmi odkazujeme na standardní učebnice)[150]

$$\frac{1}{\rho}\boldsymbol{\nabla} P = -\,\boldsymbol{\nabla}\Phi + \Omega^2(R, z)\boldsymbol{R} \;\equiv\; \boldsymbol{g}_{\rm eff}, \tag{4.56}$$

where $\Phi$ is gravitational potential and $\boldsymbol{g}_{\rm eff}$ denotes the effective gravity (orthogonal to the isobaric surfaces). These equations relate the shape of the the torus (the surface of which coincides with an isobaric surface) to the rotation velocity field on it.

kde $\Phi$ je gravitační potenciál a $\boldsymbol{g}_{\rm eff}$ označuje efektivní gravitaci (kolmou k izobarám). Tyto rovnice dávají do vzájemného vztahu tvar toru (jehož povrch se shoduje s jednou z izobarických ploch) a pole rotační rychlosti na něm.

In contrast to thin disks, inertial ef-

Na rozdíl od tenkých disků mohou

[147] Meier, D. L. 1982, «The structure and appearance of winds from supercritical accretion disks. IV. Analytic results with applications», ApJ 256, 706.

[148] Colpi, M., Maraschi, L., & Treves, A. 1984, «Two-temperature model of spherical accretion onto a black hole», ApJ 280, 319.

[149] Fishbone, L. G., & Moncrief, V. 1976, «Relativistic fluid disks in orbit around Kerr black hole», ApJ 207, 962;
Ostriker, J. 1964, «The equilibrium of self-gravitating rings», ApJ 140, 1067.

[150] Frank, J., King, A. R., & Raine, D. J. 1992, *Accretion Power in Astrophysics* (Cambridge University Press, Cambridge).

fects in toroidal systems can exceed gravity by a large factor. The shape of the disk is then determined mainly by the balance between rotation and pressure gradients. One is tempted to estimate the importance of radiation pressure by employing the Eddington luminozity. We recall, however, that interpretation of the Eddington luminosity is valid for spherical systems and it does not provide an acceptable estimate in the present case — luminosity can be much higher.

v soustavě s torem inerciální efekty gravitaci značně přesáhnout. Tvar disku je pak určen především rovnováhou mezi rotací a gradienty tlaku. Nabízí se tudíž možnost odhadu důležitosti zářivého tlaku pomocí Eddingtonovy luminozity. Připomínáme však, že interpretace Eddingtonovy luminozity platí ve sférických soustavách, zatímco v tomto případě neposkytuje žádný rozumný odhad — luminozita může být mnohem větší.

Let us assume, for simplicity, that only the radiation pressure contributes to equilibrium. The gradient of the radiation pressure is related to the flux in equilibrium by

Předpokládejme pro jednoduchost, že k rovnováze přispívá pouze tlak záření. Gradient zářivého tlaku je ve vztahu k rovnovážnému toku záření dán jako

$$\boldsymbol{F} = -\frac{c}{\varkappa\rho}\boldsymbol{\nabla} P_{\rm rad} \tag{4.57}$$

($\varkappa$ designates opacity). Thus from the balance of forces (4.56)

($\varkappa$ označuje opacitu). Z rovnováhy sil (4.56) tudíž

$$\boldsymbol{F}_{\rm max} = -\frac{c}{\varkappa}\boldsymbol{g}_{\rm eff} = \frac{c}{\varkappa}\left(\boldsymbol{\nabla}\Phi - \Omega^2\boldsymbol{R}\right). \tag{4.58}$$

The maximum equilibrium luminosity is obtained by integrating over the surface of the object. Assuming $\varkappa = const$ for simplicity,

Největší rovnovážná luminozita se získá integrací přes povrch objektu. Za zjednodušujícího předpokladu $\varkappa = const$ činí

$$\begin{aligned} L_{\rm max} &= \frac{c}{\varkappa}\int_{\mathcal{S}}\boldsymbol{\nabla}\Phi\cdot d\boldsymbol{\mathcal{S}} - \frac{c}{\varkappa}\int_{\mathcal{S}}\Omega^2\boldsymbol{R}\cdot d\boldsymbol{\mathcal{S}} \\ &= \frac{c}{\varkappa}\int_{\mathcal{V}}\underbrace{\nabla^2\Phi}_{4\pi G\rho}\,d\mathcal{V} - \frac{c}{\varkappa}\int_{\mathcal{V}}\boldsymbol{\nabla}\cdot(\Omega^2\boldsymbol{R})d\mathcal{V} \\ &= \underbrace{\frac{4\pi GMc}{\varkappa}}_{L_{\rm Edd}} + \underbrace{\frac{c}{2\varkappa}\int_{\mathcal{V}}\left(R\frac{\partial\Omega}{\partial R}\right)^2 d\mathcal{V}}_{\geq 0} - \underbrace{\frac{c}{2\varkappa}\int_{\mathcal{V}}\left[\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}(R^2\Omega)\right]^2 d\mathcal{V}}_{\geq 0}. \end{aligned} \tag{4.59}$$

$M$ denotes the mass enclosed by the surface $\mathcal{S}$, i.e. the mass of the disk. Evi-

$M$ označuje hmotnost obklopenou povrchem $\mathcal{S}$, tzn. hmotnost disku. Luminozidently the luminosity can exceed the Eddington limit. The last term on the right-hand side of equation (4.59) decreases total $L_{\rm max}$ but this term vanishes in the special case of $l = R^2\Omega = const$.

ta může zřejmě přesáhnout Eddingtonovu mez. Poslední člen na pravé straně rovnice (4.59) snižuje celkové $L_{\rm max}$, avšak ve speciální případě $l = R^2\Omega = const$ je tento člen nulový.

Now we have to make an assumption about the form of the equation of state of the disk material. Usually, the barotropic relation is appropriate and simple enough. The barotropic formula assumes that the pressure can be written in a form with no explicit temperature dependence:

Nyní musíme učinit předpoklad o tvaru stavové rovnice látky tvořící disk. Často je vhodný a současně i dostatečně jednoduchý barotropní vztah. Barotropní vzorec předpokládá, že lze tlak zapsat ve tvaru bez explicitní závislosti na teplotě:

$$P = P(\rho).$$

Combination of a perfect gas and radiation is a particular example of the barotropic fluid with

Konkrétním příkladem barotropní tekutiny je kombinace ideálního plynu a záření s

$$P \equiv P_{\rm gas} + P_{\rm rad} = const_1\, T + const_2\, T^4.$$

Assuming $P_{\rm gas}/P = const$, for the sake of simplification, one derives $P \propto \rho^{4/3}$. This is a polytropic equation.

Jestliže budeme za účelem zjednodušení předpokládat, že $P_{\rm gas}/P = const$, dostaneme pro celkový tlak $P \propto \rho^{4/3}$. To je rovnice polytropy.

The barotropic equation of state simplifies all the relations significantly. One can apply the Poincaré-Wavre Theorem which states that $\Omega \equiv \Omega(R)$ (no $z$-dependence) and that the effective gravity has a potential (see Appendix, p. 199),

Stavová rovnice polytropy všechny vztahy značně zjednodušuje. Lze totiž použít Poincarého-Wavrovu větu, jež říká, že $\Omega \equiv \Omega(R)$ (nezávisí na $z$) a že efektivní gravitace má potenciál (viz Dodatek, str. 199),

$$\boldsymbol{g}_{\rm eff} = -\boldsymbol{\nabla}\overline{\Phi}, \tag{4.60}$$

$$\overline{\Phi} = \Phi - \int^R \Omega^2 \tilde{R}\, d\tilde{R}. \tag{4.61}$$

The radial part of equation (4.56) reads

Radiální část rovnice (4.56) zní

$$\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dR} = -\frac{d\Phi}{dR} + \frac{l(R)^2}{R^3} = \frac{l(R)^2 - l_K(R)^2}{R^3} \tag{4.62}$$

[$l_K(R)$ is Keplerian angular momentum]. Introducing $W(P) \equiv \int dP/\rho$, one can rewrite equation (4.62) in the form

[$l_K(R)$ značí keplerovský moment hybnosti]. Po zavedení $W(P) \equiv \int dP/\rho$, lze rovnici (4.62) přepsat do tvaru

$$dW = \frac{l(R)^2 - l_K(R)^2}{R^3}\,dR \tag{4.63}$$

and integrate between the inner and the outer edges of the torus. Considering $P_{\text{inner}} = P_{\text{outer}} = 0$, we find

a integrovat ji od vnitřního k vnějšímu okraji toru. Uvážíme-li, že $P_{\text{vnitřní}} = P_{\text{vnější}} = 0$, nalezneme

$$W_{\text{outer}} - W_{\text{inner}} = \int_{R_{\text{inner}}}^{R_{\text{outer}}} \frac{l(R)^2 - l_K(R)^2}{R^3}\,dR = 0. \tag{4.64}$$

Several consequences are worth mentioning at this point:[151]

Zde je několik důsledků, které stojí za zmínku:[151]

- The level surfaces of functions $P$, $\rho$, and $W$ coincide.
- Assuming that the torus boundary, determined by $P = 0$, forms a closed surface, there must be a point inside the torus where $dP/dR = 0$. Its position defines a center of the torus and the pressure is maximum there.
- The shape of a torus can be found, for a general equation of state, by integrating the vertical component of the Euler equation

- Hladiny funkcí $P$, $\rho$ a $W$ spolu splývají.
- Za předpokladu, že povrch toru, daný $P = 0$, tvoří uzavřenou plochu, musí být uvnitř něj místo, kde $dP/dR = 0$. Jeho poloha určuje střed toru, přičemž tlak je zde největší.
- Tvar toru lze za obecné stavové rovnice nalézt integrací vertikální složky Eulerovy rovnice

$$\frac{dH}{dR} = \left[\frac{\partial P/\partial R}{\partial P/\partial z}\right]_{z=H} = \left[\frac{\partial\Phi/\partial R - l(R)^2 R^{-3}}{\partial\Phi/\partial z}\right]_{z=H}. \tag{4.65}$$

[151] Abramowicz, M. A., Calvani, M., & Nobili, L. 1980, «Thick accretion disks with super-Eddington luminosities», ApJ 242, 722;
Abramowicz, M., Jaroszyński, M., & Sikora, M. 1977, «Relativistic accretion disks», A&A 63, 221.

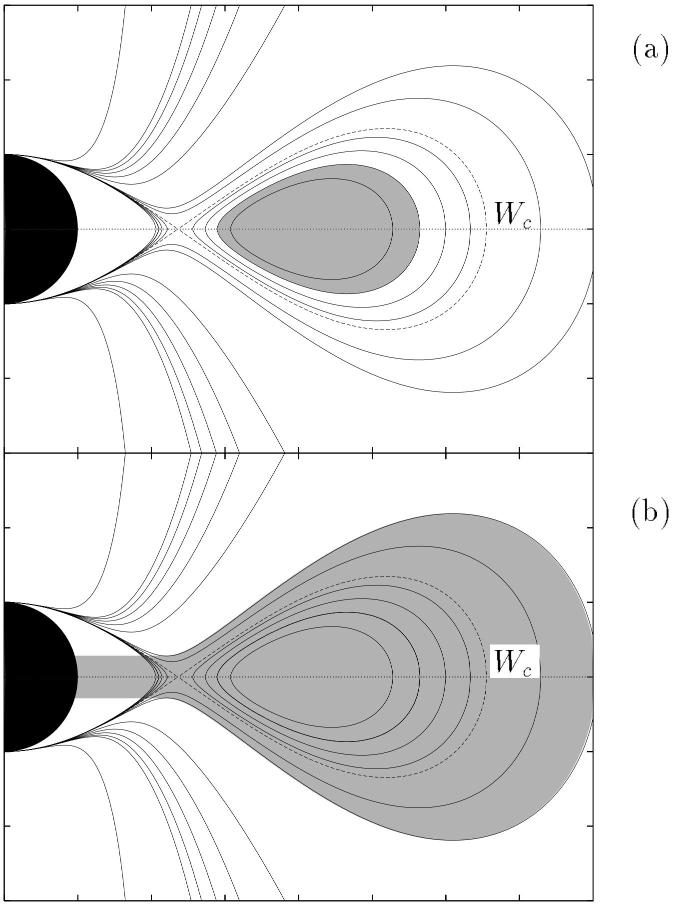


Figure 17: *Meridional sections through equipotential surfaces $W = const$ which determine possible shapes of barotropic tori ($P \propto \rho^{4/3}$, $l = const$) near a black hole (denoted by black circle) approximation. The critical, self-crossing surface $W = W_c$ (dashed) is the one which resembles the Roche lobe in a binary system and enables matter to overflow onto the central object. (Figure prepared by* Antonio Lanza.*)*

Obrázek 17: *Poledníkové řezy ekvipotenciálními plochami $W = const$, určujícími možné tvary barotropních torů ($P \propto \rho^{4/3}$, $l = const$) kolem černé díry (vyznačena černým kruhem). Kritický povrch $W = W_c$ (čárkovaně), protínající sám sebe, připomíná Rocheův lalok ve dvojhvězdné soustavě a umožňuje přetok hmoty na centrální objekt. (Tento obrázek připravil* Antonio Lanza.*)*

Barotropic Newtonian tori with constant angular momentum, $l = const$, have been extensively discussed in the literature (not only within the pseudo-Newtonian approximations but also with fully relativistic Schwarzschild or Kerr spacetimes). The assumption about constancy of $l$, though unrealistic, simplifies calculations while preserving the topology of tori.

V literatuře jsou rozsáhle diskutovány barotropní newtonovské tory s konstantním momentem hybnosti, $l = const$ (a to nejenom v rámci pseudonewtonovského přiblížení, ale též s plně relativistickým Schwarzschildovým nebo Kerrovým prostoročasem). Předpoklad o konstantnosti $l$, jakkoli nerealistický, zjednodušuje výpočty, a přitom při něm zůstává zachována topologie torů.

Meridional sections of the set of $W = const$ surfaces with different values of the constant are illustrated in Fig. 17. Above a critical value, $W > W_c$, material of the torus forms a stable configuration (cf. the shaded region in Fig. 17a), while for $W < W_c$ matter overflows onto the central object (Fig. 17b) — although we still assume zero viscosity. This effect resembles the Roche lobe overflow which occurs in binary systems.

Na obr. 17 jsou znázorněny poledníkové řezy souborem ploch $W = const$ pro různé hodnoty uvedené konstanty. Nad určitou kritickou hodnotou, $W > W_c$, tvoří látka toru stabilní konfiguraci (viz šedá oblast v obr. 17a), zatímco při $W < W_c$ hmota přetéká na centrální objekt (obr. 17b) — přestože stále předpokládáme nulovou viskozitu. Tento jev připomíná přetok přes Rocheův lalok, jenž nastává ve dvojhvězdných soustavách.

We have seen previously that the specific angular momentum of Keplerian orbits is a non-monotic function in general relativity. The shape of the torus near a compact object is affected by this fact, in particular, a cusp occurs on it (Fig. 17). It should be emphasized, however, that the results of the above paragraph hold fully only on assumption of the barotropic equation of state.

Dříve jsme viděli, že v obecné relativitě není moment hybnosti keplerovských drah monotónní funkcí. Tvar toru poblíž kompaktního objektu je touto skutečností ovlivněn, jmenovitě na něm vzniká vrchol (obr. 17). Je však třeba zdůraznit, že výsledky tohoto odstavce platí v plné šíři jenom za omezujícího předpokladu barotropní stavové rovnice.

Apart from the relativistic matter overflow accross the cusp, as we have just described, idealized non-viscous tori do not accrete any matter. Nevertheless they do rotate differentially and viscous friction can lead to accretion. In modelling realistic accretion tori one superimposes poloidal motion[152] on the azimuthal motion, $v_P \approx v_R \approx v_z \ll v_\phi$, and specifies

S výjimkou relativistického přetoku hmoty přes vrchol, jak jsme jej právě popsali, idealizované tory bez viskozity nemají žádnou akreci hmoty. Rotují ovšem diferenciální rotací, a viskozní tření tedy může vést k pomalé akreci. V modelech realistických akrečních torů se skládá poloidální pohyb[153] s pohybem azimutálním, $v_P \approx v_R \approx v_z \ll v_\phi$. Ještě je třeba the $l(R)$ distribution which has been kept free in previous discussion.

One cannot assume local balance of energy in these configurations. Heat can be advected from its source in any direction before it is radiated away from the surface. Compared to modelling thin accretion disks at a low accretion mode, tori — thick disks pose a much more difficult task.

zadat rozdělení $l(R)$, které zůstalo v předchozí diskuzi neurčené.

Při tomto uspořádání se nedá předpokládat lokální energetická rovnováha. Teplo se může odvádět od zdroje kterýmkoli směrem ještě předtím, než dojde k vyzáření z povrchu toru. Ve srovnání s modelováním tenkých disků v módu nízké akrece je modelování torů — tlustých disků úloha mnohem složitější.

# 5 * Further considerations/Další úvahy

So far we have discussed two extreme limits of the astrophysical disk theory: standard thin disks and radiation-pressure supported tori. We have also stressed the importance of adequate description of gravitation (Newtonian, pseudo-Newtonian, or general relativistic). Now we will mention other directions that can be followed in generalizing the models described above. The aim is to make them more realistic by considering additional physical processes and including in equations additional terms that have been neglected so far for simplification.

The vertical structure of disks has been considered to various degrees of sophistication by a number of authors.[154] One can solve the equation for vertical structure [hydrostatic equilibrium equation (4.36) in the most simple case] in a self-consistent manner only if it is supplemented by the radiative-transfer equation.[155]

Dosud jsme diskutovali dva mezní případy v teorii astrofyzikálních disků: standardní tenké disky a tory udržované tlakem záření. Zdůraznili jsme též důležitost odpovídajícího popisu gravitace (newtonovský, pseudo-newtonovský nebo obecně relativistický). Nyní se zmíníme o dalších směrech, které lze sledovat při zobecňování výše uvedených modelů. Cílem je učinit tyto modely realističtější tím, že se uváží další fyzikální procesy a zahrnou doplňkové členy, které byly v rovnicích standardních disků z důvodu jednoduchosti dosud zanedbávány.

Řada autorů se s různou mírou dokonalosti zabývala vertikální strukturou disků.[154] Rovnici vertikální struktury [v nejjednodušším případě to je rovnice hydrostatické rovnováhy (4.36)] lze řešit self-konzistentním způsobem pouze po doplnění o rovnici přenosu záření.[155]

[152] Motion in the radial and latitudinal direction, i.e. $v_R$, $v_\theta$; ‚poloidal' means ‚residing in the plane of poles'.
[153] Pohyb v radiálním a latitudinálním směru, t.j. $v_R$, $v_\theta$; ‚poloidální' znamená ‚ležící v rovině pólů'.

Until now we have completely neglected radial transfer of matter. Real accretion naturally requires inclusion of the radial component of velocity, radial advection of heat and of other physical quantities into the disk equations.[156] Spectral distortions due to a corona above the disk itself must also be considered.[157]

Dosud jsme zcela zanedbávali přenos hmoty v radiálním směru. Skutečná akrece samozřejmě vyžaduje zahrnout i radiální složky rychlosti, radiální přenos tepla a dalších fyzikálních veličin do rovnic disku.[156] Rovněž je třeba uvážit změny spektra, způsobené přítomností koróny nad vlastním diskem.[157]

The final goal of the disk theory is to construct fully three-dimensional and time-dependent models with proper boundary and initial conditions. Present-day research takes the first steps in this direction but they are beyond the scope of our text. Numerical computer solutions of magnetohydrodynamic equations will play a major role in this task.

Konečným cílem teorie disků je vytvoření plně třírozměrných a časově závislých modelů se správnými okrajovými a počátečními podmínkami. Soudobý výzkum činí v tomto směru první kroky, avšak to je již mimo rámec našeho textu. Numerická počítačová řešení magnetohydrodynamických rovnic budou hrát v této úloze hlavní roli.

However, we will illustrate here particular examples of simplified, semi-analytical generalizations to the standard model:

Nicméně zde ilustrujeme částečné příklady zjednodušených semianalytických zobecnění standardního modelu:

• Twisted disks which lack axial symme-

• Zkroucené disky, jež postrádají osovou

[154] Cannizzo, J. K., & Cameron, A. G. W. 1988, «On convection-induced viscosity in accretion disks in cataclysmic variables», ApJ 330, 327;
Hubený, I. 1990, «Vertical structure of accretion disks: a simplified analytical model», ApJ 351, 632;
Meyer, F., & Meyer-Hofmeister, E. 1982, «Vertical structure of accretion disks», A&A 106, 34;
—— 1983, «Accretion disks in cataclysmic variables. The influence of the frictional parameter $\alpha$ on the structure», A&A 128, 420.
[155] Adam, J., Störzer, H., Shaviv, G., & Wehrse, R. 1988, «Radiation from accretion disks», A&A 193, L1;
Artemova, I. V., Bisnovatyi-Kogan, G. S., Björnson, G., & Novikov, I. D. 1995, «Structure of accretion disks with optically thick-thin transitions», ???;
Kříž, S., & Hubený, I. 1986, «Models and theoretical spectra of accretion discs in dwarf novae», BAC 37, 129.
[156] Abramowicz, M. A., Czerny, B., Lasota, J. P., & Szuszkiewicz, E. 1988, «Slim accretion disks», ApJ 332, 646;
Narayan, R., & Yi, I. 1995, «Advection-dominated accretion: self-similarity and bipolar outflows», ApJ 444, 231.
[157] Field, G. B., & Rogers, R. D. 1993, «Radiation from magnetized accretion disks in active galactic nuclei», ApJ 403, 94;
Haardt, F., & Maraschi, L. 1993, «X-ray spectra from two-phase accretion disks», ApJ 413, 507.

try;

• Ion-pressure supported tori.

Different approximations are most probably relevant for different types of astronomical objects.

souměrnost;

• Tory udržované tlakem iontů.

S největší pravděpodobností se različná přiblížení uplatňují v různých druzích astronomických objektů.

## 5.1 Twisted disks/Zkroucené disky

Until now we have restricted ourselves to axially symmetric models. The main reason for this assumption is the apparent simplification of relevant equations. In addition, axisymmetric configurations allow further simplification if stationarity can be assumed. As we will see in the present chapter, there are good theoretical reasons to believe that a real solution approaches an axially symmetric steady state during its evolution, although the initial state may lack these symmetries. The object of current research is to understand the long term evolution of asymmetric and non-stationary systems by numerical methods. Here, we will present some arguments about the quasi-stationary evolution of weakly non-axisymmetric thin disks. This treatment can hardly be considered as a final answer to the problem of an inclined disk evolution, nevertheless, it puts our subject in another perspective.

Let us consider a central body with an axially symmetric gravitational field which defines an equatorial plane of the system. The leading term of the multipole expansion of the gravitational field of a spatially localized object is of course spherically symmetric but there are several effects that contribute to higher-

Doposud jsme se omezovali na osově souměrné modely. Hlavním důvodem tohoto předpokladu je zřejmé zjednodušení příslušných rovnic. Osově souměrná uspořádání navíc umožňují další zjednodušení, pokud lze předpokládat stacionaritu. Jak uvidíme v této kapitole, existují dobré teoretické důvody pro víru, že skutečné řešení se v průběhu svého vývoje přibližuje k osově symetrickému ustálenému stavu, přestože počáteční stav může tyto symetrie postrádat. Předmětem soudobého výzkumu je porozumět pomocí numerických přístupů dlouhodobému vývoji asymetrických a nestacionárních soustav. Zde si předvedeme některá tvrzení o kvazistacionárním vývoji mírně neaxiálních tenkých disků. Takový přístup lze stěží považovat za nějakou konečnou odpověď na uvedený problém vývoje skloněných disků, nicméně nám poskytuje odlišný náhled na toto téma.

Uvažme ústřední těleso s osově souměrným gravitačním polem, jež určuje rovníkovou rovinu soustavy. Hlavní člen multipólového rozvoje gravitačního pole prostorově ohraničeného objektu je samozřejmě sféricky symetrický, avšak existuje několik efektů, které přispívají do asférických členů vyššího řádu, jako order, nonspherical terms, such as:[158]

- The quadrupole moment of the gravitational field of the central object (if it is a rapidly rotating star, for example);[159]
- The Lense-Thirring effect (dragging of inertial frames, e.g. due to rotation of a central black hole) as derived from the general theory of relativity;[160]
- Gravitational coupling to a companion object which is misaligned with the disk plane (e.g. a component of a binary system; it is assumed that the secondary component is rather distant so that the Keplerian frequency of its orbital motion can be neglected in comparison to the Keplerian frequency of the disk material and one can work with time-averaged quantities);
- Coupling to an external magnetic field which is misaligned with the disk axis;[161]

The central object is assumed to be surrounded by a disk which initially is inclined with respect to the equatorial plane. If the disk consisted of non-interacting particles it would become dissolved in the course of the Keplerian period (each particle would move along its own orbit), however, viscosity of the ma-

například:[158]

- Kvadrupólový moment gravitačního pole ústředního objektu (pokud je jím například rychle rotující hvězda);[159]
- Lensův-Thirringův jev (strhávání inerciálních soustav, např. v důsledku rotace ústřední černé díry), jak se odvozuje z obecné teorii relativity;[160]
- Gravitační vazba na doprovodný objekt, jenž leží mimo rovinu disku (např. složka dvojhvězdné soustavy; předpokládá se, že sekundární složka je dosti vzdálená, takže lze zanedbat keplerovskou frekvenci jejího orbitálního pohybu vzhledem ke keplerovské frekvenci látky disku a pracovat s časově ustředněnými veličinami);
- Vazba na vnější magnetické pole, jež je různoběžné s osou disku;[161]

O ústředním objektu předpokládáme, že je obklopen diskem, který je na počátku skloněný vzhledem k rovině rovníku. Pokud by disk tvořily neinteragující částice, došlo by k jeho rozrušení v průběhu keplerovské oběžné doby (každá z částic by se pohybovala volně podél své vlastní dráhy), ale zde vstupuje do úvah visko-

[158] Kumar, S. 1986, «Twisted accretion discs — II. Variation in density distribution and application to interacting binaries», MNRAS 223, 225.
[159] Tassoul, J.-L. 1978, *Theory of Rotating Stars* (Princeton University Press, Princeton).
[160] Karas, V., & Vokrouhlický, D. 1994, «Relativistic precession of the orbit of a star near a supermassive black hole», ApJ 422, 208;
Wilkins, D. C. 1972, «Bound Geodesics in the Kerr Metric», ApJ 5, 814.
[161] Aliev, A. N., & Gal'tsov, D. V. 1987, «On the observability of the magnetic precession of the black hole accretion disk», Ap&SS 135, 81;
Hanni, R. S. 1978, «Magnetic torque on a charged rotating black hole», A&A 70, L35;
Karas, V. 1991, «Alignment in $\alpha$-discs near a magnetized black hole», MNRAS 249, 122;
King, A. R., & Lasota, J. P. 1977, «Magnetic alignment of rotating black holes and accretion discs», A&A 58, 175.

terial enters into consideration at this point and affects the evolution of the disk shape. Historically, the original idea imagined the disk as consisting of rigid rings with precession motion under viscous stresses between nearby rings. The disk was supposed to align gradually with the equatorial plane.[162] The physically incorrect assumption about rigid rings was later abandoned but the result about disk dragging remains valid.[163] We describe two basic equations of geometrically thin, twisted (or warped) disks:

zita látky a ovlivňuje vývoj tvaru disku. Historicky původní myšlenka představovala disk jako soustavu tuhých prstenců, vykonávajících precesní pohyb v důsledku viskozních napětí mezi sousedními prstenci. V důsledku toho se měl disk postupně přesunovat do rovníkové roviny.[162] Fyzikálně nesprávný předpoklad tuhých prstenců byl později opuštěn, ale závěr o stáčení disku zůstal v platnosti i nadále.[163] Popíšeme nyní dvě základní rovnice geometricky tenkých, zkroucených disků:[164]

• Mass conservation in a well-known form [cylindrical coordinates $\{R,\phi,z\}$; cf. equation (4.24)],

• Zachování hmotnosti v dobře známém tvaru [válcové souřadnice $\{R,\phi,z\}$; viz rovnice (4.24)],

$$R\,\frac{\partial\Sigma}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial R}(R\Sigma v_R)=0. \tag{5.1}$$

• Angular momentum conservation which is derived from the formula for angular-momentum transport between adjacent rings of a small width $\Delta R$,

• Zachování momentu hybnosti, které se odvozuje ze vzorce pro přenos momentu hybnosti mezi sousedícími prstenci malé šířky $\Delta R$,

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\left(2\pi R^3\Sigma\,\Delta R\,\Omega\,\boldsymbol{l}_0\right) &= \left(2\pi R^3\Sigma v_R\Omega\,\boldsymbol{l}_0\right)_{R-\frac{1}{2}\Delta R}-\left(2\pi R^3\Sigma v_R\Omega\,\boldsymbol{l}\right)_{R+\frac{1}{2}\Delta R}\\ &+\ \boldsymbol{\mathcal{G}}(R+\tfrac{1}{2}\Delta R)-\boldsymbol{\mathcal{G}}(R-\tfrac{1}{2}\Delta R)+2\pi R\,\Delta R\boldsymbol{t}(R),\end{aligned}$$

i.e., in the limit of $\Delta R\to 0$

tzn. v limitě $\Delta R\to 0$

[162] Bardeen, J. M., & Petterson, J. A. 1975, «The Lense-Thirring effect and accretion disks around Kerr black holes», ApJ 195, L65;
Petterson, J. A. 1977, «Twisted accretion disks. I. Derivation of the basic equations», ApJ 214, 550;
Hatchett, S. P., Begelman, M. C., & Sarazin, C. L. 1981, «A new look at the dynamics of twisted accretion disks», ApJ 247, 677.
[163] Papaloizou, J. C. B., & Pringle, J. E. 1983, «The time-dependence of non-planar accretion discs», MNRAS 202, 1181;
Kumar, S., & Pringle, J. E. 1985, «Twisted accretion discs: the Bardeen-Petterson effect», MNRAS 213, 435;
Scheuer, P. A. G., & Feiler, R. 1996, «The alignment of a black hole misaligned with its accretion disk», MNRAS 282, 291.
[164] Jak jsme již dříve čtenáře varovali, velmi speciální pojmy nemají ustálený český překlad.

$$\frac{\partial \boldsymbol{l}}{\partial t}+\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}(\boldsymbol{l}Rv_R)=\frac{1}{2\pi R}\frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{G}}}{\partial R}+\boldsymbol{t}. \tag{5.2}$$

In the last equation, $\boldsymbol{\mathcal{G}}(R,t)$ is the viscous torque acting in the disk material and $\boldsymbol{t}$ is the external torque per unit disk surface area (components $t_{R\phi}$ and $t_{Rz}$ contribute to the twist of the disk). Angular momentum can be written in the form $\boldsymbol{l}\equiv l\boldsymbol{l}_0\approx l(l_1,l_2,1)$, where $l\equiv\Sigma R^2\Omega$; $l_1,l_2\ll 1$.[165] Equations (5.1)–(5.2) expanded to the first order in $l_1$, $l_2$ lead to linearized equations for evolution of the twist.

$\boldsymbol{\mathcal{G}}(R,t)$ označuje v poslední rovnici točivý moment působící v látce disku a $\boldsymbol{t}$ je vnější točivý moment na jednotku plochy disku (složky $t_{R\phi}$ a $t_{Rz}$ způsobují kroucení disku). Moment hybnosti lze přepsat do tvaru $\boldsymbol{l}\equiv l\boldsymbol{l}_0\approx l(l_1,l_2,1)$, kde $l\equiv\Sigma R^2\Omega$; $l_1,l_2\ll 1$.[166] Rovnice (5.1)–(5.2), rozvinuté do prvního řádu v $l_1$, $l_2$, vedou k linearizovaným rovnicím pro vývoj kroucení.

Zero-order $\boldsymbol{\mathcal{G}}$ can be written as a sum of two terms: (†) the torque due to viscosity in a planar disk, and (‡) the torque due to the twist in a tilted disk,

Nultý řád rozvoje $\boldsymbol{\mathcal{G}}$ lze zapsat jako součet dvou členů: (†) točivý moment způsobený viskozitou rovinného disku a (‡) točivý moment způsobený kroucením skloněného disku,

$$\boldsymbol{\mathcal{G}}^{(0)}=\underbrace{2\pi\nu\Sigma R^3\Omega'\boldsymbol{l}^{(0)}}_{\dagger}+\underbrace{2\pi\,\tfrac{1}{2}\,\tilde{\nu}\Sigma R^3\boldsymbol{l}^{(0)\prime}}_{\ddagger},$$

that is

to jest

$$\boldsymbol{\mathcal{G}}^{(0)}=-3\pi\nu\boldsymbol{l}^{(0)}+\pi lR\boldsymbol{l}^{(0)\prime}, \tag{5.3}$$

where we have introduced two kinematic viscosities, $\nu$ for the angular momentum transport in a planar disk and $\tilde{\nu}$ for the angular momentum transport due to the twist. We have also denoted $\boldsymbol{l}^{(0)}\equiv(l_1,l_2,0)$. Zeroth order terms in equation (5.2) are thus

kde jsme zavedli dvě kinematické viskozity, $\nu$ pro přenos momentu hybnosti v rovinném disku a $\tilde{\nu}$ pro přenos momentu hybnosti v důsledku kroucení. Též jsme označili $\boldsymbol{l}^{(0)}\equiv(l_1,l_2,0)$. Členy nultého řádu v (5.2) jsou tedy

$$\frac{\partial l}{\partial t}+\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}(lRv_R)=-\frac{3}{2R}\frac{\partial}{\partial R}(\nu l), \tag{5.4}$$

which is equivalent to equation (4.25).

což je ekvivalentní rovnici (4.25). Vylou-

165 Note that $\Sigma$ is included in the definition of $l$ in the present chapter.

166 Poznamenejme, že v této kapitole je $\Sigma$ zahrnuto do definice $l$.

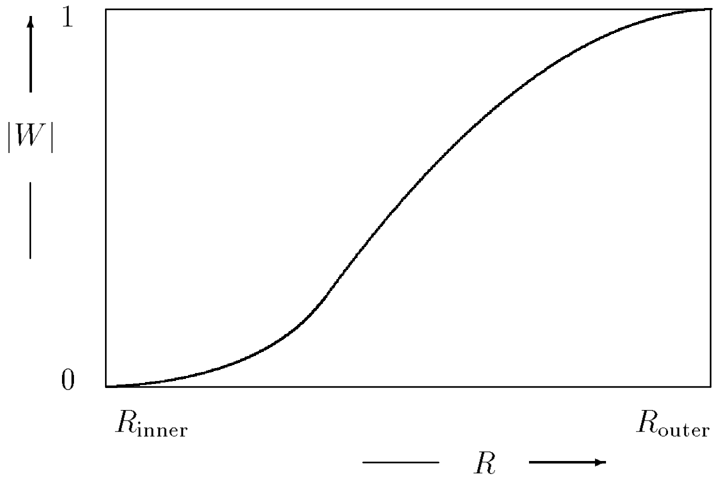


Figure 18: *A typical stationary solution of the twist equation (5.5) suggests that inner regions of the the disk are aligned with the equatorial plane.*

Obrázek 18: *Typické stacionární řešení rovnice (5.5) pro zkroucení disku naznačuje, že jeho vnitřní části jsou staženy do rovníkové roviny.*

We eliminate $v_R$ and obtain equation (4.29), as before. First order terms in (5.2) now yield the *twist equation* for $W \equiv l_1 + il_2$:

číme $v_R$, a tak jako dříve obdržíme rovnici (4.29). Členy prvního řádu v (5.2) teď dávají rovnici pro kroucení, $W \equiv l_1 + il_2$:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \left(v_R + \frac{3\nu}{2R}\right)\frac{\partial W}{\partial R} = \frac{1}{2lR}\frac{\partial}{\partial R}\left(\tilde{\nu}lR\frac{\partial W}{\partial R}\right) + i\Omega_p W. \tag{5.5}$$

The term $\Omega_p W$ corresponds to the precession of a ring due to nonvanishing $\boldsymbol{t}$ [the last term on the r.h.s. in equation (5.5)],

Výraz $\Omega_p W$ odpovídá precesi prstence zapříčiněné nenulovým $\boldsymbol{t}$ [poslední člen na pravé straně rovnice (5.5)],

$$\Omega_p = \frac{1}{2\Omega}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial R} - \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right)_{|z=0}.$$

(5.5) is a linear differential equation which is to be solved numerically with appropriate boundary condition. One can also investigate the steady state by neglecting $^{\partial W}/_{\partial t}$. Typical results show (Fig. 18) that $|W|$ decreases with $R$ decreasing which can be interpreted as a signature of alignment of the disk to the equatorial plane due to the external torque. Numerical

(5.5) je lineární diferenciální rovnice, již je třeba řešit numericky s vhodnou okrajovou podmínkou. Rovněž je možno vyšetřovat ustálený stav tím, že se zanedbá $^{\partial W}/_{\partial t}$. Typické výsledky ukazují (obr. 18), že $|W|$ klesá s klesajícím $R$, což lze chápat jako projev vyrovnávání disku do ekvatoriální roviny, vyvolané vnějším točivým momentem. Ke studiu dynamického vývomethods must be employed to study dynamical evolution of twisted disks.[167]

je zkroucených disků je nutno využít numerické přístupy.[167]

## 5.2 Ion-pressure-supported tori/Tory udržované tlakem iontů

It has frequently been observed that nuclei of extended radio sources produce very little radiation, though they posses highly energetic jets.[168] Thick disks supported by radiation pressure do not offer an acceptable explanation for these objects because they inevitably emit too much relatively isotropic radiation. The appropriate model for this type of object seems to be a low-accretion torus made of a hot, optically thin mixture of ions and electrons.[169] The temperature of the gas is roughly equal to the virial temperature:

Často se pozoruje, že jádra rozsáhlých rádiových zdrojů vydávají velmi málo záření, ačkoli jsou u nich vysoce energetické výtrysky.[168] Tlusté disky udržované tlakem záření nenabízejí přijatelné vysvětlení těchto objektů, protože nevyhnutelně emitují příliš mnoho poměrně izotropního záření. Vhodným modelem takových objektů se zdá být torus z horké, opticky tenké směsi iontů a elektronů, nacházející se ve stavu nízké akrece.[169] Teplota plynu je přibližně rovna viriálové teplotě:

$$T_{\mathrm{vir}} = \frac{GMm_{\mathrm{p}}}{3kr}.$$

For $r \lesssim 2000\,R_{\mathrm{g}}$ this temperature exceeds the temperature associated with the electron rest mass. The electrons are therefore subject to radiative cooling processes such as Compton scattering and their temperature decreases. Either ions must be able to transfer their thermal energy to electrons (such a possibility is not clearly understood since ions are weakly cou-

Pro $r \lesssim 2000\,R_{\mathrm{g}}$ přesahuje tato teplota hodnotu teploty určenou z klidové hmotnosti elektronu. Elektrony se tudíž ochlazují v zářivých procesech, jako je Comptonův rozptyl, a jejich teplota klesá. Buď musí být ionty schopny předávat svou termální energii elektronům (taková možnost nebyla dosud vyjasněna, protože vazba iontů s elektrony je slabá), nebo se jejich

[167] Kumar, S. 1990, «Twisted accretion disks. V. Viscous evolution», MNRAS 245, 670;
Papaloizou, J. C. B., & Lin, D. N. C. 1995, «On the dynamics of warped accretion disks», ApJ 438, 841.

[168] Fabian, A. C., & Rees, M. J. 1995, «The accretion luminosity of a massive black hole in an elliptical galaxy», MNRAS 277, L55.

[169] Lightman, A. P., Shapiro, S. L., & Rees, M. J. 1978, «Accretion onto Compact objects», in *Physics and Astrophysics of Neutron Stars and Black Holes*, Giaconni, R., & Ruffini, R. (eds.) (North-Holland Publishing Company, Amsterdam), p. 786;
Rees, M. J., Begelman, M. C., Blandford, R. D., & Phinney, E. S. 1982, «Ion-supported tori and the origin of radio jets», Nature 295, 17;
Shapiro, S. L., Lightman, A. P., & Eardley, D. M. 1976, «A two-temperature disk model for Cygnus X-1: structure and spectrum», ApJ 204, 187;
Spitzer, L. 1962, *The Physics of Fully Ionized Gases* (Wiley-Interscience, New York).

pled to electrons) or their temperatures become unequal and a two-temperature torus supported by hot ions instead of radiation pressure develops. Such a torus, in contrast to radiation-supported tori, does not require super-Eddington accretion and, indeed, it can survive at $\dot{M} \ll \dot{M}_{\rm Edd}$.

teploty stanou rozdílnými a vznikne dvouteplotní torus, který je udržován horkými ionty namísto tlaku záření. Takový torus nevyžaduje akreci převyšující Eddingtonovu mez a na rozdíl od torů udržovaných tlakem záření přetrvává i při $\dot{M} \ll \dot{M}_{\rm Edd}$.

## 5.3 Massive stars/Mohutné hvězdy

Models of main-sequence stars predict a maximum possible stellar mass $\approx 60\ M_\odot$. Stars become unstable above this limit but detailed theoretical studies of stellar instabilities are highly complex. It has long been speculated that configurations with $M \approx 1000\ M_\odot$ or even higher mass might exist.[170] Nevertheless, current observations do not offer any persuasive support for this suggestion.[171]

Modely hvězd hlavní posloupnosti předpovídají největší možnou hmotnost hvězd $\approx 60\ M_\odot$. Nad touto hranicí se stávají hvězdy nestabilní, ale podrobné teoretické studium hvězdných nestabilit je značně komplikované. Už dlouhou dobu se spekuluje o tom, že by mohly existovat konfigurace s $M \approx 1000\ M_\odot$ nebo ještě větší hmotností.[170] Soudobá pozorování ovšem tento návrh nijak přesvědčivě nepodporují.[172]

The equation of hydrostatic equilibrium in a spherical star is

Rovnice hydrostatické rovnováhy ve sférické hvězdě zní

$$\frac{dP}{dR} = -\frac{GM(R)\rho(R)}{R^2}.$$

Radiation pressure in hypothetical massive stars dominates, $P \approx P_{\rm rad} = \frac{1}{3}\varsigma T^4$, which for equilibrium luminosity means

Tlak záření v hypotetických mohutných hvězdách převládá, $P \approx P_{\rm rad} = \frac{1}{3}\varsigma T^4$, což pro rovnovážnou luminozitu znamená

$$\frac{L(R)}{4\pi R^2 c}\,\varkappa(R)\rho(R) = -\frac{\varsigma}{3}\frac{d}{dR}\left[T^4(R)\right]. \tag{5.6}$$

At first we can assume that opacity is due to the Thomson scattering,

Zprvu můžeme předpokládat, že opacita je způsobena Thomsonovým rozptylem,

170 Fricke, K. J. 1973, «Dynamical phases of supermassive stars», ApJ 183, 941.

171 Recent observation from the Hubble telescopes suggest the maximum solar masses of the order of $200\,M_\odot$.

172 Nedávná pozorování z Hubblova dalekohledu podávají svědectví o největších hvězdných hmotnostech v řádu $200\,M_\odot$.

$$\varkappa = \frac{\Xi_{\mathrm{T}}}{m_{\mathrm{p}}} \approx 0.40\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{g}.$$

Evaluating equation (5.6) at $R = R_*$ we obtain

Vyčíslením rovnice (5.6) v $R = R_*$ získáme

$$\begin{aligned} L &= \frac{4\pi c G M m_{\mathrm{p}}}{\Xi_{\mathrm{T}}} = L_{\mathrm{Edd}} \\ &\approx 10^{38}\frac{M}{M_{\odot}} \quad [\mathrm{erg/s}]. \end{aligned} \tag{5.7}$$

In other words, radiation is emitted at the Eddington luminosity. Masses of the order $\approx 10^8$–$10^9\ M_{\odot}$ would give typical quasar luminosities. Thus very massive stars cannot be excluded as a possible source of quasar activity at certain periods of their evolution but it appears that in any case instabilities lead to the eventual formation of black holes.

Řečeno jinými slovy, záření je vysíláno při Eddingtonově luminozitě. Hmotnosti řádu $\approx 10^8$–$10^9\ M_{\odot}$ by mohly vysvětlit obvyklé luminozity kvazarů. Nelze tedy vyloučit, že velmi mohutné hvězdy jsou zdrojem aktivity kvazarů v určitém období jejich vývoje, ale ukazuje se, že nestability vedou nakonec v každém případě ke vzniku černé díry.

## 5.4 Conclusions of the disk theory/Závěry z teorie disků

Properties of accretion disks in the Galactic binary systems have been studied quite intensively and the theory is in good agreement with what we know from observations. The state of the art is not as good in much more distant active nuclei of other galaxies and similar objects, where a number of unanswered questions remain. The reason for this uncertainty is mainly the lack of spatial resolution on the observational side and insufficient knowledge of viscosity mechanisms on the theoretical side. We briefly summarize the evidence indirectly supporting today's popular idea of accretion disks orbiting a central black hole in active galactic nuclei:

Vlastnosti akrečních disků ve dvojhvězdných soustavách v Galaxii jsou již prostudovány do poměrně značného stupně dokonalosti a teorie zde dobře souhlasí s poznatky z pozorování. V případě mnohem vzdálenějších aktivních jader cizích galaxií a podobných objektů není stav tak uspokojivý a zbývá zde zatím řada nezodpovězených otázek. Důvodem přetrvávajících nejistot je především nedostatečná prostorová rozlišovací schopnost na straně pozorování a neuspokojivá znalost viskozních mechanismů na straně teorie. Krátce shrneme skutečnosti, které nepřímo podporují dnes oblíbenou myšlenku o akrečních discích kolem černé díry v aktivních galaktických jádrech:

• Accretion disks and massive black holes are expected in cores of active galaxies because they are capable of explaining the enormous energy output of these objects since conceivable evolutionary tracks of these objects lead rather inevitably to formation of central black holes anyhow.

• Continuum emission of accretion disks provides a satisfactory fit to quasi-thermal features often observed in spectra. Observed ultraviolet and soft X-radiation are consistent with the disk model. In particular, the simplest thin-disk approximation leads to the thermal, blackbody-type spectrum. This form of spectrum is however in conflict with hard X-ray, power-law spectra ($\gtrsim$ 10 keV) of active galaxies which must be produced under different conditions (see discussion below).

• Various features of active nuclei, such as, e.g. , the Baldwin effect, broad spectral lines, etc. can be accommodated by accretion-disk models.

• Accretion disks are probably formed in a natural way whenever the accreted medium has a non-zero angular momentum.

• Accretion disks make collimation and formation of astrophysical jets easy.

• The rapid variability of some types of active nuclei can be explained in terms of rotational properties or instabilities of the accretion disks.

Still, one should bear in mind that alternative models have not been ruled out. To give an example, it has been known for a long time that cold clouds could reprocess the non-thermal continuum radiation

• Očekává se, že akreční disky a masívní černé díry jsou přítomny v jádrech aktivních galaxií, protože jsou s to vysvětlit ohromný výdej energie z těchto objektů a protože myslitelné vývojové dráhy těchto objektů beztak prakticky nevyhnutelně směřují ke vzniku centrální černé díry.

• Záření akrečních disků v kontinuu uspokojivě modeluje kvazitermální rysy, často pozorované ve spektrech. Pozorované ultrafialové a měkké rentgenové záření jsou v souhlasu s modelem akrečních disků. Speciálně nejjednodušší přiblížení tenkého disku vede k termálnímu spektru podobnému záření černého tělesa. Tento tvar spektra je ovšem v nesouhlase s tvrdými rentgenovými spektry mocninného typu ($\gtrsim$ 10 keV), která vykazují aktivní galaxie a jež musí vznikat za odlišných podmínek (viz níže).

• Různé rysy aktivních jader, jako je například Baldwinův jev, široké spektrální čáry, atd. lze pojmout do modelů s akrečním diskem.

• Akreční disky patrně vznikají přirozeným způsobem vždy, když zachycované prostředí má nenulový moment hybnosti.

• Akreční disky usnadňují soustředění a urychlení astrofyzikálních výtrysků.

• Rychlá proměnnost některých druhů aktivních jader se dá vysvětlit pomocí rotačních vlastností akrečních disků nebo jejich nestabilit.

Přesto je třeba mít na paměti, že ani alternativní modely nejsou vyloučeny. Kupříkladu je již dlouhou dobu známo, že chladné oblaky mohou přeměňovat netermální záření v kontinuu a vytváand create features resembling the Big Bump in the spectrum. The contribution of an accretion disk to the formation of broad lines has not been well understood, neither have we elucidated the very complex problem of instabilities, the importance of which depends on the accretion rate and the way in which heat and radiation are transported in the disk. In many systems, very probably, a two-component model (e.g. a rotating disk plus system of clouds in radial motion) is necessary. In addition, it is possible and perhaps even probable that several completely different schemes are realized in Nature.

řet ve spektru charakteristické rysy připomínající ‚velký hrbol‘. Příspěvek akrečních disků ke vzniku širokých čar není dosud dobře pochopen a rovněž není vyjasněna velmi složitá otázka nestabilit, jejichž důležitost závisí na míře akrece a způsobu přenosu tepla a záření v disku. Pro uspokojivé vysvětlení řady systémů je velmi pravděpodobně nezbytný dvousložkový model (například rotující disk plus soustava radiálně se pohybujících oblaků). Navíc je možné a snad i pravděpodobné, že se v přírodě realizuje více zcela odlišných uspořádání.

# Part III/Část III

# Cosmic electrodynamics/Kosmická elektrodynamika

*In order to obtain physical ideas without adopting a physical theory we must make ourselves familiar with the existence of physical analogies. By a physical analogy I mean that partial similarity between the laws of one science and those of another which makes each of them illustrate the other.*

James Clerk Maxwell

## 6 Assumptions/Předpoklady

We have already discussed tori as an alternative to the standard thin disk accretion model at high accretion rates. Up to now, however, we have always assumed radiated energy to be extracted on account of gravitational binding energy by means of viscous effects.

In this section we will apply a different approach which takes the action of an electromagnetic field into consideration.[173] This is an important possibility because we know that galactic and intergalactic magnetic fields do exist[174] and it appears well founded to assume that the strength of the magnetic intensity is maintained or even considerably increased near an accreting object [cf. effect of magnetic "freezing", eq. (6.7)]. Magnetic fields can also be amplified by the dynamo effect in the disk.[175]

V předchozích kapitolách jsme diskutovali tory jakožto alternativu ke standardnímu modelu akrece s tenkým diskem, platnou při vysoké míře akrece. Dosud jsme však vždy předpokládali, že se vyzářená energie získává na úkor gravitační vazbové energie prostřednictvím viskozních jevů.

V této části uvážíme odlišný přístup, při němž se bere v úvahu vliv elektromagnetického pole.[173] Tato možnost je důležitá, protože víme, že galaktická a intergalaktická magnetická pole opravdu existují,[174] a předpoklad, že se magnetická intenzita poblíž akreujícího objektu zachovává nebo dokonce značně vzrůstá, se jeví dobře odůvodněný [viz jev „zamrznutí" magnetického pole, rov. (6.7)]. Magnetická pole se rovněž mohou zesilovat působením dynamového jevu v disku.[175]

Again, we will notice that objects with rather similar properties may exist on very different scales of mass and spatial length. Electromagnetic models of active galactic nuclei have many features resembling scaled-up models of the pulsar emission and they can in many respects be discussed together.[176] These objects have a number of analogies in electromagnetic mechanisms of particle acceleration, formation of spectra, and collimation of outflows. It is understandable that complications which arise from the inclusion of electromagnetic effects can be accommodated only under various simplifying assumptions. The relevant equations are[177]

Opět si všimneme, že na velmi rozličných škálách hmotností a délek mohou existovat objekty podobných vlastností. Elektromagnetické modely aktivních galaktických jader mají řadu vlastností podobných zvětšenému modelu záření pulzaru a v řadě ohledů mohou být diskutovány společně.[176] Existuje mezi nimi řada podobností v elektromagnetických způsobech urychlování částic, tvorby spekter a kolimace výtoků. Je pochopitelné, že komplikace, které vyvstávají v důsledku přibrání elektromagnetických jevů, lze překonat pouze s řadou zjednodušujících předpokladů. Příslušné rovnice jsou[177]

• Maxwell equations, • Maxwellovy rovnice,

$$\underbrace{\nabla \times \boldsymbol{B} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j} + c^{-1}\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}}_{\text{Ampere's law}}, \quad \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0, \quad \underbrace{\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}}_{\text{Faraday's law}}, \quad \nabla \cdot \boldsymbol{E} = 4\pi\rho. \tag{6.1}$$

This is a form of non-vacuum equations in which $\rho$ and $\boldsymbol{j}$ are to be understood as

V tomto tvaru se jedná o nevakuové rovnice, v nichž je třeba pod $\rho$ a $\boldsymbol{j}$ rozumět

173 Melrose, D. B. 1980, *Plasma Astrophysics. Nonthermal Processes in Diffuse Magnetized Plasmas* (Gordon and Breach, Science Publishers);
Lynden-Bell, D. (ed.) 1994, *Cosmical Magnetism* (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht);
Zel'dovich, Ya. B., Ruzmaikin, A. A., & Sokoloff, D. D. 1983, *Magnetic Fields in Astrophysics* (Gordon and Breach, Science Publishers, New York).

174 Asséo, E., & Grésillon, D. (eds.) 1987, *Magnetic Fields and Extragalactic Objects*, Proceedings of the 7. Cargèse Workshop (Editions de Physique, Les Ulis);
Asséo, E., & Sol, H. 1987, «Extragalactic magnetic fields», Phys.Rep. 148, 307;
Kronberg, P. P. 1994, «Extragalactic magnetic fields», Rep.Prog.Phys. 57, 325;
Wielebinski, R., & Krause, F. 1993, «Magnetic fields in galaxies», A&A Rev. 4, 449.

175 Balbus, S. A., & Hawley, J. F. 1992, «A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. IV. Nonaxisymmetric perturbations», ApJ 400, 610;
Kirk, J. G., Melrose, D. B., & Priest, E. R. 1994, *Plasma Astrophysics*, Benz, A. O., & Courvoisier, T. J.-L. (eds.) (Springer-Verlag, Berlin);
Krause, F., Rädler, K.-H., & Rüdiger, G. (eds.) 1992, *The Cosmic Dynamo*, Proceedings of the IAU Symposium No. 157 (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht);
Rüdiger, G., Elstner, D., & Stepinski, T. F. 1995, «The standard-accretion disk dynamo», A&A 298, 934.

176 Kundt, W. (ed.) 1990, *Neutron stars and their birth events*, NATO Advanced Study Institute; Course on Neutron Stars, Active Galactic Nuclei and Winds (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht).

177 Cowling, T. G. 1976, *Magnetohydrodynamics* (Adam Hilger, London).

a density of *all* (free and bound) electric charges and currrents.

• The Euler equation (3.13) with

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{Lorentz}} + \boldsymbol{f}_{\mathrm{gravity}} = \rho_{\mathrm{e}}\boldsymbol{E} + c^{-1}\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{B} - \rho\boldsymbol{g} \qquad (6.2)$$

($\rho_{\mathrm{e}}$ is the charge density).

• And finally — for the sake of simplification — assumptions about axial symmetry, ($\partial/\partial\phi = 0$ in relevant equations), and stationarity ($\partial/\partial t = 0$).

Observers usually determine the strength of cosmic magnetic fields by estimating the Zeeman splitting of emission lines, Faraday rotation measure of a polarized emission, or spectral features due to cyclotron resonances of electrons.

hustotu *všech* (volných i vázaných) elektrických nábojů a proudů.

• Eulerova rovnice (3.13) s

($\rho_{\mathrm{e}}$ je hustota náboje).

• A konečně — z důvodu zjednodušení rovnic — předpoklad o osové souměrnosti ($\partial/\partial\phi = 0$ v příslušných rovnicích), a stacionaritě ($\partial/\partial t = 0$).

Pozorovatelé obvykle určují sílu kosmických magnetických polí tím, že stanoví zeemanovské rozštěpení emisních čar, míru Faradayovy rotace polarizovaného záření, nebo spektrální projevy cyklotronových rezonancí elektronů.

## 6.1 Force-free fields/Bezsilová pole

The equations given above are often further simplified by assuming the *force-free approximation* which has a simple mathematical formulation in the condition

Výše uvedené rovnice se často dále zjednodušují tím, že se předpokládá *bezsilové přiblížení*, jež lze jednoduše matematicky vyjádřit podmínkou

$$\rho_{\mathrm{e}}\boldsymbol{E} + c^{-1}\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{B} = 0. \qquad (6.3)$$

The physical interpretation and consequences of the above relation require a thorough discussion. Equation (6.3) tells us that inertia of the material is neglected. In other words, the influence of the Lorentz force acting on plasma in the comoving frame gets neutralized immediately by iduced electric currents. Perfect conductivity is thus assumed. The dimension-less condition for validity of the force-free approximation is

Fyzikální interpretace a důsledky výše uvedeného vztahu vyžadují pečlivou diskuzi. Rovnice (6.3) nám říká, že se zanedbává setrvačnost látky. Řečeno jinými slovy, vliv Lorentzovy síly na plazma se v souputujícím systému okamžitě zruší indukovanými elektrickými proudy. Předpokládá se tedy ideální vodivost. Bezrozměrná podmínka platnosti bezsilového přiblížení jest

$$\frac{\rho \Gamma v^2}{B^2} \ll 1.$$

Let us note that the force-free approximation is somewhat distinct from the assumption of ideal magnetohydrodynamics (MHD),

Poznamenejme, že bezsilové přiblížení je poněkud odlišné od předpokladu ideální magnetohydrodynamiky (MHD),

$$\boldsymbol{E}' \equiv \boldsymbol{E} + c^{-1}\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} = 0; \tag{6.4}$$

(where $\boldsymbol{E}'$ is the electric field in the system attached to plasma.) Both approximations are equivalent if the current density is proportional to the velocity of the medium, $\boldsymbol{j} = \rho_{\mathrm{e}}\boldsymbol{v}$, which is rarely satisfied in astrophysical plasmas. (A more general formula for the current density that still statisfies the force-free assumption (6.3) has a form $\boldsymbol{j} = \rho_{\mathrm{e}}\boldsymbol{v} + \mu\boldsymbol{B}$; $\mu$ is a scalar function to be determined.) Both the force-free and the perfect MHD fields are *degenerate*, which means $\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B} = 0$.

The approximation of ideal MHD can be understood as an assumption about perfect electric conductivity of the material. Substituting

(kde $\boldsymbol{E}'$ je elektrické pole v systému spojeném s plazmatem.) Obě přiblížení jsou navzájem ekvivalentní, pokud je proudová hustota úměrná rychlosti prostředí, $\boldsymbol{j} = \rho_{\mathrm{e}}\boldsymbol{v}$, což bývá v astrofyzikálním plazmatu jen zřídkakdy splněno. (Obecnější výraz pro hustotu proudu, který ještě zachovává podmínku bezsilovosti (6.3), má tvar $\boldsymbol{j} = \rho_{\mathrm{e}}\boldsymbol{v} + \mu\boldsymbol{B}$; $\mu$ je skalární funkce, kterou je třeba dále určit.) Jak bezsilové, tak ideální MHD pole jsou *degenerovaná*, což znamená $\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B} = 0$.

Přiblížení ideální MHD lze chápat jako předpoklad o dokonalé elektrické vodivosti prostředí. Dosadíme-li z Ohmova zákona

$$\boldsymbol{j} = \sigma\boldsymbol{E}' \tag{6.5}$$

for the vector of electric field from Ohm's law ($\sigma$ designates specific conductivity of the medium), and applying the vector identity $\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{\nabla}\times = \boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{\nabla}\cdot - \nabla^2$ with the Maxwell vacuum equations (6.1) we find

za vektor elektrického pole ($\sigma$ značí měrnou vodivost prostředí) a použijeme-li vektorovou identitu $\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{\nabla}\times = \boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{\nabla}\cdot - \nabla^2$ s Maxwellovými vakuovými rovnicemi (6.1), obdržíme

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\nabla}\times(\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{B}) &= -\nabla^2\boldsymbol{B} \\ &= \frac{4\pi\sigma}{c}\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E}' = \frac{4\pi\sigma}{c}\boldsymbol{\nabla}\times\left[\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\right], \end{aligned} \tag{6.6}$$

or, in the limit of perfect conductivity

čili v limitě ideální vodivosti ($\sigma \to \infty$)

$(\sigma \to \infty)$,

$$\nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) = \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}. \tag{6.7}$$

Equation (6.7) expresses the freezing of the magnetic field in plasma material. The reason for this denomination is evident upon realizing that the magnetic flux across an imaginary loop $\ell$ flowing together with the medium (see Fig. 19) can be written as a sum of two terms, the first one being determined by motion of the loop,

Rovnice (6.7) vyjadřuje zamrznutí magnetického pole do plazmatu. Důvod tohoto označení se stane zřejmý, když si uvědomíme, že magnetický tok procházející myšlenou smyčkou $\ell$, unášenou společně s prostředím (viz obr. 19), lze zapsat jako součet dvou členů. První člen je určen pohybem smyčky,

$$\int_{\mathcal{S}} \nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot d\boldsymbol{\mathcal{S}} = \oint_{\ell} (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot d\boldsymbol{\ell} = -\oint_{\ell} \boldsymbol{B} \cdot (\boldsymbol{v} \times d\boldsymbol{\ell}).$$

On the other hand, the term $\partial \boldsymbol{B}/\partial t$ on the right-hand side of (6.7) corresponds to the change of the magnetic flux due to the explicit time-dependence of $\boldsymbol{B}$, i.e.

Na druhé straně člen $\partial \boldsymbol{B}/\partial t$ na pravé straně rovnice (6.7) odpovídá změně magnetického toku v důsledku explicitní časové závislosti $\boldsymbol{B}$, tzn.

$$\int_{\mathcal{S}} \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{S}.$$

Equation (6.7) thus expresses the fact that the magnetic flux across any arbitrary closed loop remains constant. As we have seen before, one can also understand this equation as a condition for the electric field to vanish in the rest frame of plasma.

Rovnice (6.7) tedy vyjadřuje tu skutečnost, že se magnetický tok libovolnou uzavřenou smyčkou nemění. Jak jsme viděli dříve, tuto rovnici je též možné chápat jako podmínku na elektrické pole, které má vymizet v klidové soustavě spojené s plazmatem.

The validity of the above approximations must always be verified separately in each given situation.

Platnost výše uvedených přiblížení je pro každou danou situaci třeba vždy samostatně ověřit.

## 6.2 Axisymmetric MHD flows/MHD toky s osovou souměrností

We will now examine the basic relations valid for axially symmetric magneto-

Nyní probereme základní vztahy platné pro osově souměrná, rovnovážná magne-

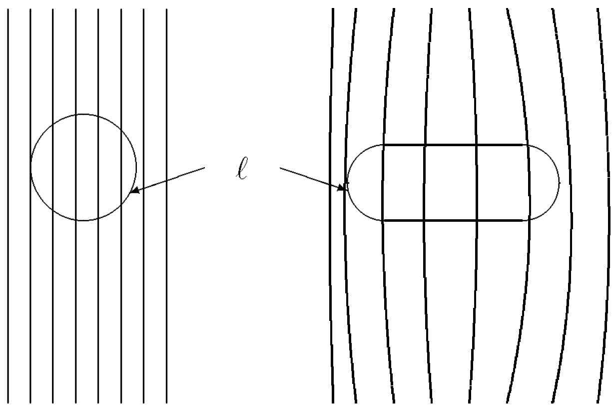


Figure 19: *On the condition of freezing in magnetic fields. Magnetic flux across a closed loop remains constant (see the text).*

Obrázek 19: *K podmínce zamrznutí magnetického pole. Magnetický tok uzavřenou křivkou se nemění (viz text).*

hydrodynamic equilibrium configurations under forces of gravity. It should be noted that relevant equations are capable of describing, for example, aligned rotators of the pulsar theory, magnetized disks or magnetized outflows and inflows of matter as special cases.[178]

As before, we adopt the assumption of axial symmetry and stationarity and we set $\partial/_{\partial\phi} = 0$, $\partial/_{\partial t} = 0$ in all formulae of the present chapter. Starting equations will be:

• Mass conservation law — the continuity equation (3.10);

• Momentum conservation law — the Euler equation (3.13) supplemented by the relation for the external force $\boldsymbol{f} =$

tohydrodynamická uspořádání se zahrnutím gravitačních sil. Je třeba poznamenat, že příslušné rovnice mohou jakožto speciální řešení popisovat kupříkladu tzv. vyrovnané rotátory vyskytující se v teorii pulzarů, magnetizované disky či magnetizované výtoky a vtoky hmoty.[178]

Tak jako dříve přijmeme ve všech rovnicích této kapitoly předpoklad osové souměrnosti a stacionarity, $\partial/_{\partial\phi} = 0$, $\partial/_{\partial t} = 0$. Výchozími rovnicemi budou

• Zákon zachování hmotnosti — rovnice kontinuity (3.10);

• Zákon zachování hybnosti — Eulerova rovnice (3.13) doplněná vztahem pro vnější sílu $\boldsymbol{f} = \frac{1}{c}\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B} - \rho\boldsymbol{g}$ (předpoklá-

[178] Camenzind, M. 1986, «Hydromagnetic flows from rapidly rotating compact objects», A&A 162, 32;
—— 1990, «Magnetized disk-winds and the origin of bipolar outflows», in *Reviews in Modern Astronomy 3, Accretion and Winds*, Klare, G. (ed.) (Springer-Verlag, Berlin), p. 234;
Lovelace, R. V. E., Mehanian, C., Mobarry, C. M., & Sulkanen, M. E. 1986, «Theory of axisymmetric magnetohydrodynamic flows: Disks», ApJS 62, 1.

$\frac{1}{c}\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B} - \rho\boldsymbol{g}$ (we assume an electrically neutral plasma, $\rho_e = 0$);

• Maxwell equations (6.1);

• Perfect MHD condition (6.4);

• Formula for gravitational acceleration $\boldsymbol{g}$, e.g. in the form of Poisson's equation $\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho$;

• The first law of thermodynamics and the equation of state (3.11).

It follows from Faraday's law and conditions of axial symmetry and stationarity ($\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{E} = 0$) that the toroidal part $\boldsymbol{E}_\mathrm{T}$ of electric field (i.e. the component in the azimuthal direction, the value of which is given by $E_\phi^2 = \boldsymbol{E}_\mathrm{T}\cdot\boldsymbol{E}_\mathrm{T}$) vanishes:

dáme elektricky neutrální plazma, $\rho_e = 0$);

• Maxwellovy rovnice (6.1);

• Podmínka ideální MHD (6.4);

• Vzorec pro gravitační zrychlení $\boldsymbol{g}$, například ve tvaru Poissonovy rovnice $\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho$;

• První zákon termodynamiky a stavová rovnice (3.11).

Z Faradayova zákona a podmínek osové souměrnosti a stacionarity ($\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{E} = 0$) plyne nulovost toroidální části $\boldsymbol{E}_\mathrm{T}$ elektrického pole (tzn. složky mířící v azimutálním směru, jejíž velikost je dána $E_\phi^2 = \boldsymbol{E}_\mathrm{T}\cdot\boldsymbol{E}_\mathrm{T}$):

$$E_\phi = 0. \tag{6.8}$$

Perfect MHD condition implies the relation for the poloidal flow velocity

Pro poloidální složku rychlosti toku vyplývá z podmínky ideální MHD

$$\boldsymbol{v}_\mathrm{P} = \xi\boldsymbol{B}_\mathrm{P}, \tag{6.9}$$

where $\xi(R, z)$ is a yet undetermined scalar function.

It is advantageous at this point to introduce into the Maxwell equations the vector potential $\boldsymbol{A}$ and the scalar *magnetic flux function* $\Psi(R, z) \equiv RA_\phi$. Components of $\boldsymbol{B}_\mathrm{P}$ in terms of $\Psi$ read $B_R = -\Psi_{,z}/R$, $B_z = \Psi_{,R}/R$, where the coma denotes partial differentiation. It is now evident from equation (6.9) that

kde $\xi(R, z)$ je dosud neurčená skalární funkce.

V tomto bodě se jeví výhodné zavést do Maxwellových rovnic vektorový potenciál $\boldsymbol{A}$ a skalární *magnetickou proudovou funkci* $\Psi(R, z) \equiv RA_\phi$. Složky $\boldsymbol{B}_\mathrm{P}$, vyjádřeny pomocí $\Psi$, nabývají tvaru $B_R = -\Psi_{,z}/R$, $B_z = \Psi_{,R}/R$, přičemž čárka zde označuje parciální derivaci. Z rovnice (6.9) je teď zřejmé, že

$$4\pi\rho\xi = F_1(\Psi), \tag{6.10}$$

where $F_1(\Psi)$ is an arbitrary function to

kde $F_1(\Psi)$ je libovolná funkce, jež se má be specified by the boundary conditions and symmetries of the required solution. (We have applied the Maxwell equation $\nabla \cdot \boldsymbol{B} = \nabla \cdot \boldsymbol{B}_{\mathrm{P}} = 0$, and the continuity equation.) We will show that there is a set of such functions of $\Psi$ that determine a specific solution. Each function can be identified with some conserved quantity (derivation of $F_1$ utilizes equation (3.10) — mass conservation). The existence of flux functions which remain constant on magnetic surfaces $\Psi = const$ is crucial in investigating axisymmetric hydromagnetic flows.[179]

určit na základě okrajových podmínek a symetrií hledaného řešení. (Využili jsme Maxwellovu rovnici $\nabla \cdot \boldsymbol{B} = \nabla \cdot \boldsymbol{B}_{\mathrm{P}} = 0$ a rovnici kontinuity.) Uvidíme, že existuje množina těchto funkcí $\Psi$, jimiž je konkrétní řešení určeno. Každou z nich je možné ztotožnit s některou zachovávající se veličinou (odvození $F_1$ využívá rovnici (3.10) — zachování hmotnosti). Existence proudových funkcí, které zůstávají neměnné na magnetických plochách $\Psi = const$ je základem při zkoumání osově souměrných hydromagnetických toků.[179]

It follows from $\boldsymbol{v}_{\mathrm{P}} = \xi \boldsymbol{B}_{\mathrm{P}}$ [eq. (6.9)] that

Ze vztahu $\boldsymbol{v}_{\mathrm{P}} = \xi \boldsymbol{B}_{\mathrm{P}}$ [rov. (6.9)] plyne

$$\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} = \boldsymbol{v}_{\mathrm{T}} \times \boldsymbol{B}_{\mathrm{P}} + \boldsymbol{v}_{\mathrm{P}} \times \boldsymbol{B}_{\mathrm{T}} = \frac{v_\phi - \xi B_\phi}{R} \nabla \Psi.$$

Curl of the last equation vanishes in accordance with the perfect MHD condition and Faraday's law so that another stream function, $F_2$, can be introduced in the following way:

V souhlase s podmínkou ideální MHD a Faradayovým zákonem vymizí rotace poslední rovnice, takže lze následujícím způsobem zavést další proudovou funkci, $F_2$:

$$\frac{v_\phi - \xi B_\phi}{R} = F_2(\Psi), \qquad \boldsymbol{E} = -c^{-1} F_2(\Psi) \nabla \Psi. \tag{6.11}$$

Further relations are obtained by projections of the Euler equation which can be derived via straightforward but lengthy manipulations. After manipulations, the toroidal part reads

Další vztahy se získávají projekcemi Eulerovy rovnice, jež lze odvodit přímočarými, ale zdlouhavými úpravami. Toroidální složka dává po úpravách

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{P}} \cdot \nabla \left( R B_\phi - F_1 R v_\phi \right). \tag{6.12}$$

For analogous reasons as those that have been presented with equation (6.9), the term in parentheses is also a function of $\Psi$ only, say $F_3(\Psi)$.

Z obdobných důvodů, jako jsme uvedli v případě rovnice (6.9), je člen v závorkách funkcí pouze $\Psi$. Označme jej například $F_3(\Psi)$.

179 Chandrasekhar, S. 1961, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability* (Oxford University Press, Oxford).

Two further independent relations can be obtained by projecting the Euler equation into the poloidal plane. The projection along $\boldsymbol{B}_{\mathrm{P}}$ yields the Bernoulli equation

Dva nezávislé vztahy lze získat projekcí Eulerovy rovnice do poloidální roviny. Projekce ve směru $\boldsymbol{B}_{\mathrm{P}}$ poskytuje Bernoulliovu rovnici

$$\tfrac{1}{2}\,v^2 + \int_{\Psi=const} \frac{dP}{\rho} + \Phi - Rv_\phi F_3 = F_4(\Psi). \tag{6.13}$$

Compared to the form of Bernoulli integral (4.8) in which electromagnetic effects have not been considered, the additional term $Rv_\phi F_3$ corresponds to the electromagnetic (Poynting) energy transport.

Projection of the poloidal component of the Euler equation to the direction parallel to $\boldsymbol{\nabla}\Psi$ (the third independent projection) is known as the *Grad-Shafranov equation.* This is a non-linear differential equation for $\Psi$, the explicit form of which naturally depends on the equation of state and on stream functions $F_k$. For example, we set $F_1 = 0$ if no poloidal flow of material is required *a priori* (the case of disks). Force-free approximation to the Grad-Shafranov equation is equivalent to the self-consistent form of the *pulsar equation* from the astrophysical literature.[180] Laboratory plasmas are often described within the approximation of a vanishing material flow, $F_1 = F_2 = 0$, and negligible gravity, $\Phi = 0$ (tokamaks). Later we will discuss axially symmetric MHD flows within the framework of general relativity which is necessary to address the situation around compact objects.

V porovnání s tvarem Bernoulliova integrálu (4.8), v němž elektromagnetické jevy nebyly vzaty do úvahy, odpovídá dodatečný člen $Rv_\phi F_3$ elektromagnetickému (Poyntingovu) přenosu energie.

Projekce poloidální složky Eulerovy rovnice do směru rovnoběžného s $\boldsymbol{\nabla}\Psi$ (třetí nezávislá projekce) je známa jako *Gradova-Šafranovova rovnice.* Je to nelineární diferenciální rovnice pro $\Psi$ jejíž explicitní tvar přirozeně závisí na stavové rovnici a proudových funkcích $F_k$. Jestliže kupříkladu požadujeme *a priori* nulový poloidální tok látky, položíme $F_1 = 0$ (případ disků). Bezsilové přiblížení ke Gradově-Šafranovově rovnici je rovnocenné selfkonzistentnímu tvaru *rovnice pulsaru*, jež se uvádí v astrofyzikální literatuře.[180] K popisu laboratorního plazmatu se mnohdy přijímá přiblížení nulového toku látky, $F_1 = F_2 = 0$, a zanedbatelného vlivu gravitace, $\Phi = 0$ (tokamaky). Později ještě prodiskutujeme osově souměrné MHD toky v rámci obecné relativity, jež je nezbytná k zachycení situace kolem kompaktních objektů.

[180] Cohen, R. H., Coppi, B., & Treves, A. 1973, «Magnetic configuration in the neighborhood of a collapsed star», ApJ 179, 269;
Scharlemann, E. T., & Wagoner, R. V. 1973, «Aligned rotating magnetospheres. I. General analysis», ApJ 182, 951.

## 6.3 Motion of the guiding center/Pohyb gyračního středu

Magnetohydrodynamic equations are only applicable if the medium can be treated as a continuum. This approximation does not hold when the plasma density is too low, because the mean free path of particles is then comparable with other characteristic length-scales of the system under investigation. Small-scale turbulent magnetic fields may save the MHD approximation even at low densities but large-scale fields break down MHD assumptions in regions of strong magnetic dominance. There are various possibilities for extending the validity of the description in terms of continuum beyond the ideal MHD.[181] Unequal directional action of the magnetic field on charged particles can be accommodated by replacing the scalar conductivity $\sigma$ in Ohm's law (6.5) by a tensorial quantity. However, there are extreme situations involving dilute magnetized plasmas when material is adequately described only by the kinetic theory,[182] or, in a simplified approach, as a collection of individual test particles[183] rather as a fluid. We will now consider the test-particle motion, i.e. motion of mutually non-interacting particles which have no influence either on the background gravitational field (described by gravity acceleration $\boldsymbol{g}$) or the electromagnetic field ($\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$). Let us recall that Newton's theory of gravity is appropriate for applications within, e.g., the Solar system[184] but general relativity is needed in strong gravitational fields.[185]

Magnetohydrodynamické rovnice jsou použitelné pouze v tom případě, že lze látku považovat za kontinuum. Toto přiblížení přestává platit při příliš nízké hustotě, protože střední volná dráha je v tom případě srovnatelná s ostatními charakteristickými délkami ve zkoumané soustavě. Turbulentní magnetická pole na malých škálách snad dokáží zachránit MHD aproximaci i při nízkých hustotách, ale velkorozměrová pole narušují předpoklady MHD v oblastech, kde magnetické pole silně převládá. Existují různé možnosti, jak rozšířit platnost popisu pomocí kontinua za hranice ideální MHD.[181] Nestejné směrové působení magnetického pole na nabité částice je možné vzít v úvahu tím, že se skalární vodivost $\sigma$ z Ohmova zákona (6.5) nahradí tenzorovou veličinou. Nicméně za extrémních stavů zředěného magnetizovaného plazmatu lze látku popisovat pouze pomocí kinetické teorie,[182] případně při zjednodušeném přístupu ji lze považovat za množství samostatných testovacích částic,[183] ne však za tekutinu. Nyní se zamyslíme nad pohybem testovacích částic, tzn. pohybem navzájem se neovlivňujících částic, které nijak nepůsobí ani na pozaďové gravitační pole (popsané gravitačním zrychlením $\boldsymbol{g}$), ani na pole elektromagnetické ($\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$). Připomeňme, že použití Newtonovy gravitační teorie je vhodné například v rámci sluneční soustavy,[184] avšak v případě silných gravitačních polí je třeba obecná relativita.[185]

The equation of motion of a particle of rest mass $m_0$ and electric charge $q$ reads[186]

Pohybová rovnice pro částici s klidovou hmotností $m_0$ a elektrickým nábojem $q$ zní[187]

$$\frac{d}{dt}\left(\Gamma m_0 \boldsymbol{v}\right) = \Gamma m_0 \boldsymbol{g} + \frac{q}{c}\left(\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right); \tag{6.14}$$

$\Gamma \equiv \mathcal{E}/(m_0 c^2) = 1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$ is the Lorentz factor. We will first neglect gravitational effects since in most situations it is almost exclusively the electromagnetic force which governs the motion of a charged particle. (The relative importance of gravitational vs. electromagnetic effects is measured by the dimensionless ratio $\sqrt{G}m_{\mathrm{e}}/q_{\mathrm{e}} \approx 10^{-21}$.) However, even neglection of the gravitational interaction does not help when the structure of the electromagnetic field is complicated, as is often the case in cosmic environments. We will discuss particles in a uniform magnetic field later, in the chapter on magnetic bremsstrahlung (p. 149). The trajectories can look extremely complicated in more realistic situations (as far as electromagnetic structure is concerned) but a significant simplification

$\Gamma \equiv \mathcal{E}/(m_0 c^2) = 1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$ značí Lorentzův činitel. Zprvu všechny gravitační jevy zanedbáme. Vede nás k tomu skutečnost, že ve většině případů řídí pohyb nabité částice téměř výlučně elektromagnetická síla. (Vzájemnou důležitost gravitačních a elektromagnetických vlivů poměřuje bezrozměrný podíl $\sqrt{G}m_{\mathrm{e}}/q_{\mathrm{e}} \approx 10^{-21}$.) Ovšem ani zanedbání gravitační interakce příliš nepomůže, má-li elektromagnetické pole složitou strukturu, což bývá častým případem v podmínkách kosmického prostředí. O částicích v homogenním magnetickém poli ještě pohovoříme později v kapitole o magnetickém brzdném záření (strana 149). V realističtějších situacích (pokud jde o elektromagnetickou strukturu) mohou dráhy vyhlížet nesmírně komplikovaně, avšak značného zjednodušení lze dosáhnout použitím *při-*

[181] Kudoh, T., & Kaburaki, O. 1996, «Resistive magnetohydrodynamic accretion disks around black holes», ApJ 461, 565;
Okamoto, I. 1989, «Dissipative processes in relativistic magnetohydrodynamics», A&A 211, 476.

[182] Ichimaru, S. 1980, *Basic Principles of Plasma Physics* (The Benjamin/Cummings Publishing Company, Reading, MA).

[183] Lehnert, B. 1964, *Dynamics of Charged Particles* (North-Holland, Amsterdam).

[184] Woyk, E. 1994, «Gravitomagnetics in stationary media», ApJ 433, 357.

[185] Damour, T., Hanni, R. S., Ruffini, R., & Wilson, J. R. 1978, «Regions of magnetic support of a plasma around a black hole», Phys.Rev.D 17, 1518;
Hanni, R., & Valdarnini, R. S. 1979, «Magnetic support near a charged rotating black hole», Physics Letters 70A, 92;
Karas, V., & Vokrouhlický, D. 1991, «Dynamics of charged particles near a black hole in a magnetic field», J.Phys. I (France) 1, 1005.

[186] One needs formalism of general theory of relativity to derive this equation of motion rigorously. We present it here at least as an intuitive illustration and the gravity term will be omitted in further discussion.

[187] K rigoróznímu odvození této pohybové rovnice je třeba formalismu obecné teorie relativity. My ji zde uvádíme alespoň z důvodu intuitivní ilustrace a gravitační člen v další diskuzi vypustíme.

can be achieved by the *guiding-center approximation.*

*blížení gyračního středu.*

The idea of this approximation is quite simple and it starts with rules for the Lorentz transformation (A.9) of $\boldsymbol{E}$ and $\boldsymbol{B}$ fields. Let us assume that $\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B} \neq 0$. It is always possible to find a new frame (we denote it by a prime) in which the electric and the magnetic fields are parallel. The required condition $\boldsymbol{E}' \times \boldsymbol{B}' = 0$ is satisfied by a frame moving with respect to the original one at velocity $|v| < c$ given by relation[188] [189]

Myšlenka této aproximace je poměrně jednoduchá a vychází z pravidel pro Lorentzovu transformaci (A.9) polí $\boldsymbol{E}$ a $\boldsymbol{B}$. Předpokládejme, že $\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B} \neq 0$. Vždy je možné nalézt novou soustavu (označíme ji čárkou), v níž je elektrické pole rovnoběžné s magnetickým. Vyžadovanou podmínku $\boldsymbol{E}' \times \boldsymbol{B}' = 0$ splňuje soustava, která se vůči původní soustavě pohybuje rychlostí $|v| < c$, danou vztahem[188] [190]

$$\frac{v/c}{1 + v^2/c^2} = \frac{|\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}|}{E^2 + B^2}. \tag{6.15}$$

Motion can easily be described in the new frame (see Fig. 20). It consists of Larmor gyrations in a plane perpendicular to $\boldsymbol{B}'$, accelerated motion due to the electric field in the common direction of $\boldsymbol{E}'$ and $\boldsymbol{B}'$, and drift motions due, for example, to field inhomogeneities or the presence of a weak gravitational perturbation.[191] In the guiding-center approximation one assumes that local gyrations and slow-drift motions can be neglected. This restriction requires the radius of the gyrations be much less than a characteristic length-scale of the field inhomogeneities, and the period of the gyrations to be much less than a characteristic time-scale of the field evolution. If the conditions are satisfied one can average out gyrations and drifts. Instead of the exact trajectory, one fol-

V nové soustavě lze pohyb popsat jednoduchým způsobem (viz obr. 20). Sestává z Larmorových gyrací v rovině kolmé k $\boldsymbol{B}'$, elektrickým polem urychleného pohybu ve společném směru $\boldsymbol{E}'$ a $\boldsymbol{B}'$, a driftových pohybů, způsobených například nehomogenitami polí či přítomností slabého gravitačního rušení.[191] V aproximaci gyračního středu se předpokládá, že lokální gyrace a pomalé driftové pohyby lze zanedbat. Toto omezení vyžaduje, aby byl poloměr gyrací mnohem menší, než charakteristická délková škála, na níž je pole nehomogenní, a perioda gyrací aby byla mnohem kratší, než časová škála spojená se změnou pole. Jsou-li uvedené podmínky splněny, lze odhlédnout od gyračního pohybu a driftů. Namísto přesné dráhy se sleduje pomyslná cesta gyračního

[188] Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. 1971, *The Classical Theory of Fields* (Pergamon Press, Oxford).
[189] A special case of perpendicular fields can be studied separately without difficulties. In such a case one looks for a frame where either the electric or the magnetic field vanishes completely (for $|E| < |B|$ or $|E| > |B|$, respectively), so that motion can be immediately understood in this frame.
[190] Speciální případ kolmých polí lze bez obtíží vyšetřit samostatně. V tomto případě se hledá soustava, v níž zcela vymizí elektrické nebo magnetické pole (podle toho, zda je $|E| < |B|$ či $|E| > |B|$), takže v ní lze charakteru pohybu okamžitě porozumět.

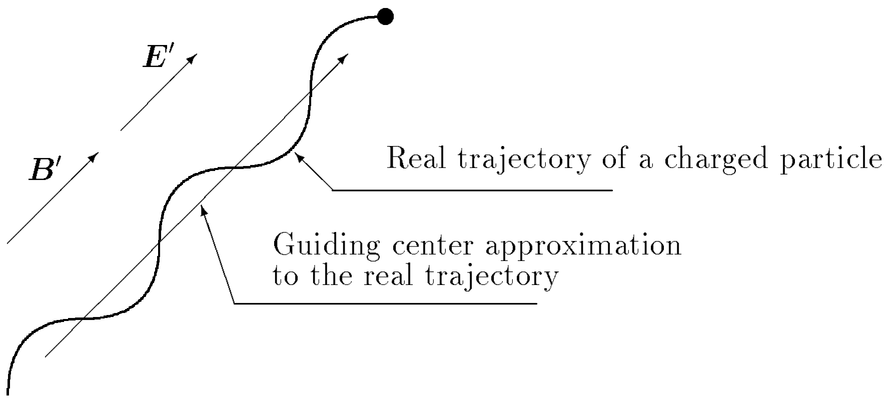


Figure 20: *Motion of the guiding center as an approximation to the real trajectory of an electrically charged test particle in electric and magnetic fields.*

Obrázek 20: *Pohyb gyračního středu jakožto přiblížení skutečné dráhy elektricky nabité testovací částice v elektrickém a magnetickém poli.*

lows an imagined path of the center of gyration. In other words, flow lines of plasma coincide with the common direction of electric and magnetic fields in the frame moving with velocity according to (6.15).

středu. Jinými slovy, křivky toku plazmatu splývají se společným směrem elektrického a magnetického pole v soustavě, jež se sama pohybuje rychlostí danou podle (6.15).

# 7 Radio pulsars/Rádiové pulzary

In cosmic environments amounts of energy can be released electromagnetically either from a magnetized accretion disk or from an accreting body itself.[192] There are various very remarkable properties of this process and we will discuss them in this chapter. We will describe general features of energy extraction from a rotating, magnetized neutron star as a model

V kosmickém prostředí se může značné množství energie uvolňovat elektromagneticky buď z magnetizovaného akrečního disku nebo ze samotného akreujícího tělesa.[192] V této kapitole probereme velmi pozoruhodné zvláštní vlastnosti tohoto procesu. Budeme diskutovat všeobecné rysy, charakterizující uvolňování energie z rotující magnetizované neutronové

[191] Chen, F. C. 1974, *Introduction to Plasma Physics* (Plenum Press, New York);
Melrose, D. B. 1980, *Plasma Astrophysics. Nonthermal Processes in Diffuse Magnetized Plasmas* (Gordon and Breach, Science Publishers).

of pulsars,[193] and then we turn to magnetized disks in a Newtonian gravitational field. Both systems are interesting from various astrophysical viewpoints.

First, we write down basic equations that describe processes of particle acceleration and the emission of radiation from a magnetized, rotating and electrically conducting sphere. (The material of neutron stars is electrically conductive.)[194] We restrict our discussion to axisymmetric and stationary configurations. It is believed that a more complicated version of the model — the oblique rotator — exists in cosmos in the form of periodic radio-emitting sources, pulsars, in which the rotation axis does not coincide with the symmetry axis of the magnetic field.[195]

hvězdy, jakožto modelu pulzarů,[193] a potom se věnujeme magnetizovaným diskům v newtonovském gravitačním poli. Oba systémy jsou v astrofyzice zajímavé z různých hledisek.

Nejprve podáme základní rovnice, které popisují procesy urychlení částic a emise záření magnetizované, rotující a elektricky vodivé koule. (Látka, která tvoří neutronovou hvězdu, je elektricky vodivá.)[194] Naši diskuzi omezíme na osově souměrné a stacionární soustavy. Složitější verze tohoto modelu — skloněný rotátor — se pravděpodobně vyskytuje ve vesmíru v podobě periodických zdrojů rádiového záření, pulzarů, jejichž rotační osa není současně osou souměrnosti magnetického pole.[195]

## 7.1 Observational properties/Observační vlastnosti

The possible existence and properties of magnetized rotating neutron stars was already discussed before the discovery of pulsars.[196] Soon after the discovery of the first pulsar in the Crab Nebula[197] rotating neutron stars were suggested as the most promising explanation of the phenomenon.[198] As in any other field of astrophysics, numerous models have been considered.[199]

Už před objevem pulzarů se hovořilo o možné existenci a vlastnostech magnetizovaných rotujících neutronových hvězd.[196] Brzy po objevu prvního pulzaru v Krabí mlhovině[197] byly rotující neutronové hvězdy navrženy za nejslibnější vysvětlení celého jevu.[198] Jako v kterékoli jiné oblasti astrofyziky se i zde uvažuje řada jiných modelů.[199]

---

192 Sturrock, P. A., & Barnes, C. 1972 «Activity in galaxies and quasars», ApJ 176, 31.
193 Lipunov, V. M. 1992, *Astrophysics of Neutron Stars* (Springer-Verlag-Berlin);
Manchester, R. N., & Taylor, J. H. 1977, *Pulsars* (W. H. Freeman and Company, San Francisco);
Smith, F. G. 1977, *Pulsars* (Cambridge University Press, Cambridge);
Srinivasan, G. 1989, «Pulsars: their origin and evolution», A&A Rev. 1, 209.
194 Ewart, G. M., Guyer, R. A., & Greenstein, G. 1975, «Electrical conductivity and magnetic field decay in neutron stars», ApJ 202, 238.
195 Michel, F. C. 1982, «Theory of pulsar magnetospheres», Rev.Mod.Phys. 54, 1.

Pulsars received their name from periodic radio signals which they emit with an extremely stable frequency in the range from $\approx 2$ Hz to $\approx 1000$ Hz. It is assumed that the pulse frequency is identical to the rotational frequency of the object. Pulses are generated within the pulsar *magnetosphere*, the region where magnetic forces play a dominant role. The magnetic field strength can reach values of $10^{13}$ G in neutron stars.[200]

Své jméno získaly pulzary díky periodickému rádiovému signálu, jenž vysílají s nesmírně stálou frekvencí v rozsahu od $\approx 2$ Hz do $\approx 1000$ Hz. Předpokládá se, že frekvence pulzů je totožná s rotační frekvencí objektu. Pulzy přitom vznikají v *magnetosféře* pulzarů, což je oblast, v níž hrají hlavní úlohu magnetické síly. Magnetické pole dosahuje v neutronových hvězdách hodnot $10^{13}$ G.[200]

Besides the period $\mathcal{T}$, another important characteristic of pulsars is the *slowing-down rate* $\mathcal{T}/\dot{\mathcal{T}}$. Given a specific model of emission, the slowing-down rate is related to the age of the pulsar and its long-term power output (see below). A typical value is of the order of $10^4$ yr.

Vedle periody $\mathcal{T}$ je další důležitou charakteristikou pulzarů *míra zpomalování* $\mathcal{T}/\dot{\mathcal{T}}$. Ta má při daném modelu emise vztah k věku pulzarů a jejich dlouhodobému výkonu (viz dále). Typická hodnota míry zpomalování se pohybuje v řádu $10^4$ let.

Tiny, but abrupt and irregular drops in the period, *glitches*, are most probably caused by starquakes in the neutron star (Fig. 21).[201]

Nepatrné, ale náhlé a nepravidelné poklesy periody jsou patrně zapříčiněny hvězdotřesením v neutronové hvězdě (obr. 21).[201]

It has recently been discovered that some pulsars move at remarkably high velocity of the order of 500 km/s.[202] It has not yet been clarified, whether such

V nedávné době bylo zjištěno, že se některé pulzary pohybují pozoruhodně vysokou rychlostí řádu 500 km/s.[202] Dosud se však nevyjasnilo, zda byla taková velká

[196] Pacini, F. 1967, «Energy emission from a neutron star», Nature 216, 567.
[197] Hewish, A., Bell, S. J., Pilkington, J. D. H., Scott, P. F., & Collins, R. A. 1968, «Observation of a rapidly pulsating radio source», Nature 217, 709.
[198] Gold, T. 1968, «Rotating neutron stars as the origin of the pulsating radio sources», Nature 218, 731.
[199] Ginzburg, V. L., & Zheleznyakov, V. V. 1975, «On the pulsar emission mechanisms», ARA&A 13, 511.
[200] Blandford, R. D., Hewish, A., Lyne, A. G., & Mestel L. (eds.) 1993, *Pulsars as physics laboratories* (Oxford University Press, Oxford);
Mihara, T., Makishima, K., Ohashi, T., et al. 1990, «New observations of the cyclotron absorption feature in Hercules X-1», Nature 346, 250;
Trümper, J., Pietsch, W., Reppin, C. et al. 1978, «Evidence for strong cyclotron line emission in the hard X-ray spectrum of Hercules X-1», ApJ 219, L105;
Wheaton, W. A., Doty, J. P., Primini, F. A., et al. 1979, «An absorption feature in the spectrum of the pulsed hard X-ray flux from 4U 0115 + 63», Nature 282, 240.
[201] Downs, G. S. 1981, «JPL pulsar timing observations. I. The Vela pulsar», ApJ 249, 687.

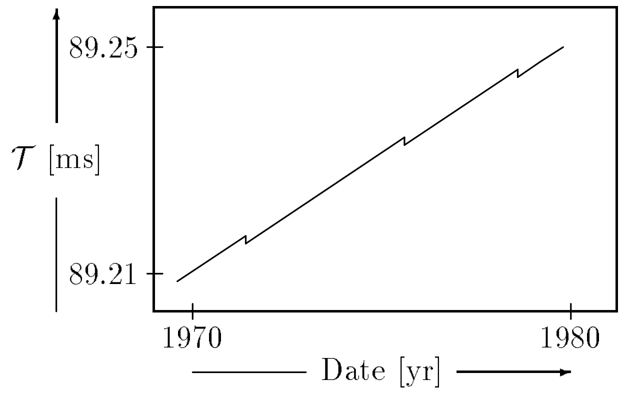


Figure 21: *Long-term observation of the Vela pulsar PSR 0833-45 shows a continuous decrease of the pulse frequency and abrupt tiny jumps (glitches). Based on ref. [201].*

Obrázek 21: *Dlouhodobé pozorování pulsaru PSR 0833-45 v souhvězdí Plachet ukazuje postupný pokles frekvence pulzů a náhlé malé změny. Podle práce [201].*

a high velocity was given to the pulsar at the moment of its formation in an asymmetric supernova explosion, or whether it has been accelerated gradually during a post-supernova stage, for example by a one-sided jet mechanism.[203]

Apart from radio pulsars there also exist pulsating X-ray sources (roentgen pulsars) which do not emit detectable radio pulses. These objects are of a different nature, however. Observational properties of X-ray pulsars can be accommodated by the model of an accreting neutron star at the state of high, wind-driven accretion from an early type, massive companion star (High Mass X-ray Binary, HMXB). The pulse energy is released from the material of an accompanying star which falls onto a magnetized neutron star and hits its surface. An analogous binary configuration of a neutron star and a low

rychlost udělena pulzaru v době jeho vzniku při nesouměrném výbuchu supernovy, nebo zda byl postupně urychlen v pozdějším období, například působením jednostranného výtrysku.[203]

Kromě rádiových pulzarů existují rovněž pulzující rentgenové zdroje (rentgenové pulzary), které nevysílají zaznamenatelné rádiové pulzy. To jsou však objekty odlišné povahy. Pozorované vlastnosti rentgenových pulzarů lze pojmout do modelu s akreující neutronovou hvězdou ve stavu vysoké, větrem hnané akrece z rané, hmotné složky soustavy. Energie pulzů se uvolňuje z materiálu doprovázející hvězdy, jenž padá na magnetizovanou neutronovou hvězdu a naráží na její povrch. Obdobné dvojhvězdné uspořádání s neutronovou hvězdou a málo hmotnou doprovodnou hvězdou nepulzuje; pravděpodob-

[202] Lyne, A. G., & Lorimer, D. R. 1994, «High birth velocities of radio pulsars», Nature 369, 127.
[203] Markwardt, C. B., & Ögelman H. 1995, «An X-ray jet from the Vela pulsar», Nature 375, 40.

mass companion star (Low Mass X-ray Binary, LMXB) does not pulsate but is likely to show less-frequent, repeated X-ray bursts.[204]

ně v něm dochází k méně častým, opakovaným rentgenovým vzplanutím.[204]

## 7.2 The aligned rotator/Vyrovnaný rotátor

The model of an aligned rotator has been developed in order to study the basic physics relevant to plasma acceleration in conditions of a pulsar magnetosphere. It has no ambitions to describe the emission processes and detailed magnetospheric structure of a real active pulsar.

First, we will treat the star as a conductive rotating sphere of radius $R_*$ and intrinsic magnetic field $B_0$ with a dipole-type structure in the near region, i.e.

Model vyrovnaného rotátoru byl vyvinut za účelem studia základní fyziky týkající se urychlení plazmatu v podmínkách magnetosféry pulzarů. Tento model si nečiní nároky popisovat procesy emise a detailní strukturu magnetosféry skutečného aktivního pulzaru.

Zprvu budeme pokládat hvězdu za vodivou rotující kouli s poloměrem $R_*$ a vnitřním magnetickým polem $B_0$, které je v blízké oblasti dipólového typu, tzn.

$$\boldsymbol{B} = \frac{B_0 R_*^3}{2r^3}\left(2\cos\theta\,\boldsymbol{e}_r + \sin\theta\,\boldsymbol{e}_\theta\right) \tag{7.1}$$

when expressed in a spherical orthonormal frame $\{\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{e}_\theta, \boldsymbol{e}_\phi\}$. The interpretation of the constant $B_0$ becomes apparent by setting $r = R_*$, $\theta = 0$. Our discussion is now reduced to an elementary problem of electromagnetic theory, namely, unipolar induction[205] (see Appendix, p. 195).

The electrostatic potential outside the star satisfies the equation

vyjádřeno ve sférické ortonormální soustavě $\{\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{e}_\theta, \boldsymbol{e}_\phi\}$. Význam konstanty $B_0$ se stane zřejmý, když položíme $r = R_*$, $\theta = 0$. Naše diskuze se tím převádí na elementární problém teorie elektromagnetismu, jmenovitě na otázku unipolární indukce[205] (viz Dodatek, str. 195).

Elektrostatický potenciál vně hvězdy splňuje rovnici

$$\nabla^2\varphi \equiv \frac{1}{r^2\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\sin\theta\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)\right]\varphi = 0. \tag{7.2}$$

[204] Lewin, W. H. G., van Paradijs, J., & van den Heuvel, E. P. J. (eds.) 1995, *X-ray Binaries* (Cambridge University Press, Cambridge);
Walker, M. A. 1991, *Radiation Dynamics in X-Ray Binaries*, Ph.D. Dissertation (Pennsylvania State University, PA).
[205] Jackson, J. D. 1975, *Classical Electrodynamics* (John Wiley & Sons, New York);
Tamm, I. E. 1979, *Fundamentals of the Theory of Electricity* (Mir Publishers, Moscow).

The boundary conditions require $E_{\theta|r=R_*}$ to be continuous [cf. equation (7.1) with $\boldsymbol{E}$ determined according to (6.3)]. Solution for the potential can thus be written in the form

Okrajová podmínka vyžaduje, aby $E_{\theta|r=R_*}$ bylo spojité [srov. rovnici (7.1) s $\boldsymbol{E}$ určeným podle (6.3)]. Řešení pro potenciál lze tudíž psát ve tvaru

$$\varphi = const_1 P_2(\cos\theta) + const_2, \qquad P_2(\cos\theta) = \tfrac{3}{2}\cos^2\theta - \tfrac{1}{2}\,, \tag{7.3}$$
$$const_1 = -\frac{B_0 \Omega R_*^5}{3cr^3}, \quad const_2 = 0,$$

and for the electric intensity in the form

a pro elektrickou intenzitu ve tvaru

$$\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\nabla}\varphi = -\frac{B_0 \Omega R_*^5}{cr^4}\left(P_2\,\boldsymbol{e}_r + \sin\theta\cos\theta\,\boldsymbol{e}_\theta\right). \tag{7.4}$$

It is the non-spherical term $\cos^2\theta$ in equation (7.3) which is essential in further discussion.

Právě nesférický člen $\cos^2\theta$ v rovnici (7.3) je podstatný v následující diskuzi.

The induced surface density of electric charge is given by

Indukovaná povrchová hustota elektrického náboje činí

$$\kappa = \frac{1}{4\pi}\left(\lim_{r\to R_*^+} E_r - \lim_{r\to R_*^-} E_r\right) = -\frac{B_0 \Omega R_*}{4\pi c}\cos^2\theta. \tag{7.5}$$

## 7.3 The standard pulsar model/Standardní model pulzaru

The standard model of a rotating magnetosphere[206] starts out from conclusions of the previous chapter about the aligned rotator.

Standardní model rotující magnetosféry[206] vychází ze závěrů předcházející kapitoly o vyrovnaném rotátoru.

The value of the electromagnetic invariant $\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}$ is dramatically increased on the surface of the neutron star. Apparently, $E_\parallel \equiv \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}/B = 0$ for $r < R_*$,

Na povrchu neutronové hvězdy náhle vzrůstá hodnota elektromagnetického invariantu $\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}$. Očividně je $E_\parallel \equiv \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}/B = 0$ pro $r < R_*$, zatímco

206 Goldreich, J., & Julian, W. H. 1969, «Pulsar electrodynamics», ApJ 157, 869;
Mestel, L., Robertson, J. A., Wang, Y.-M., & Westfold, K. C. 1985, «The axisymmetric pulsar magnetosphere», MNRAS 217, 443;
Ostriker, J. P., & Gunn, J. E. 1969, «On the nature of pulsars», ApJ 157, 1395.

while

$$\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B} = -\frac{\Omega R_*}{c}\frac{R_*^7}{r^7}B_0^2\cos^3\theta$$

for $r > R_*$. For this reason there must be a nonzero component $\boldsymbol{E}_{\|}$ parallel to $\boldsymbol{B}$ near the surface, and the last formula tells us that the magnitude of $E_{\|}$ can be large here. The corresponding electric force on charged particles greatly exceeds gravity and it is thus obvious that electrically charged particles are pulled out of the star to form a conductive medium above its surface. (Values of $E_{\|}$ range up to $10^{13}\,\mathrm{V/cm}$.) There is thus no longer a vacuum near the star; a space charge is developed and $\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}$ is neutralized. This simplified picture is more complicated in reality, however.

pro $r > R_*$. Z tohoto důvodu je nepochybně u povrchu nenulová složka $\boldsymbol{E}_{\|}$ rovnoběžná s $\boldsymbol{B}$, přičemž poslední vzorec nám říká, že zde může $E_{\|}$ dosahovat značné velikosti. Odpovídající elektrická síla vysoce převládá nad gravitací, a tak je zřejmé, že elektricky nabité částice jsou vytrhovány z vnitřku hvězdy ven, kde nad jejím povrchem vytváří vodivé prostředí. (Hodnoty $E_{\|}$ se pohybují až k $10^{13}\,\mathrm{V/cm}$.) V okolí hvězdy tedy nezůstává nadále prázdné prostředí; vytváří se prostorový náboj, který neutralizuje $\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}$. Tento zjednodušený pohled je ovšem ve skutečnosti složitější.

The magnetospheric structure of the standard aligned rotator model is shown in Fig. 22. One can distinguish three qualitatively different regions:

Obr. 22 znázorňuje strukturu magnetosféry v modelu vyrovnaného rotátoru. Lze v něm rozlišit tři kvalitativně odlišné oblasti:

• *Near zone.* The magnetic field is frozen in plasma due to high space-charge density which develops near the surface of the star. Matter corotates with the stellar magnetic field, the density of its kinetic energy is much less than the energy density in the magnetic field. The corotating magnetosphere is bounded within the outermost closed magnetic field line.

• *Blízká oblast.* V důsledku velké hustoty prostorového náboje, který vzniká poblíž povrchu hvězdy, je magnetické pole vmrzlé do plazmatu. Hmota rotuje společně s magnetickým polem hvězdy, hustota její kinetické energie je mnohem menší než hustota energie magnetického pole. Korotující magnetosféra je ohraničena vnější uzavřenou magnetickou silokřivkou.

• *Wind zone.* Particles fail to corotate rigidly with the magnetic field near the *light surface* where $\Omega R \to c$. The topology of the light surface is cylindrical but its exact shape depends on the details of the model. (Let us note that even massless particles cannot corotate with an arbitrary speed, and for this reason the light surface develops also around magnetized

• *Oblast větru.* V blízkosti *světelného povrchu*, kde $\Omega R \to c$, se částice přestávají pohybovat tuhou rotací společně s magnetickým polem. Světelný povrch má válcovou topologii, ale jeho přesný tvar záleží na podrobnostech modelu. (Poznamenejme, že ani částice s nulovou hmotností nemohou korotovat neomezenou rychlostí, a z toho důvodu vzniká světelný po-

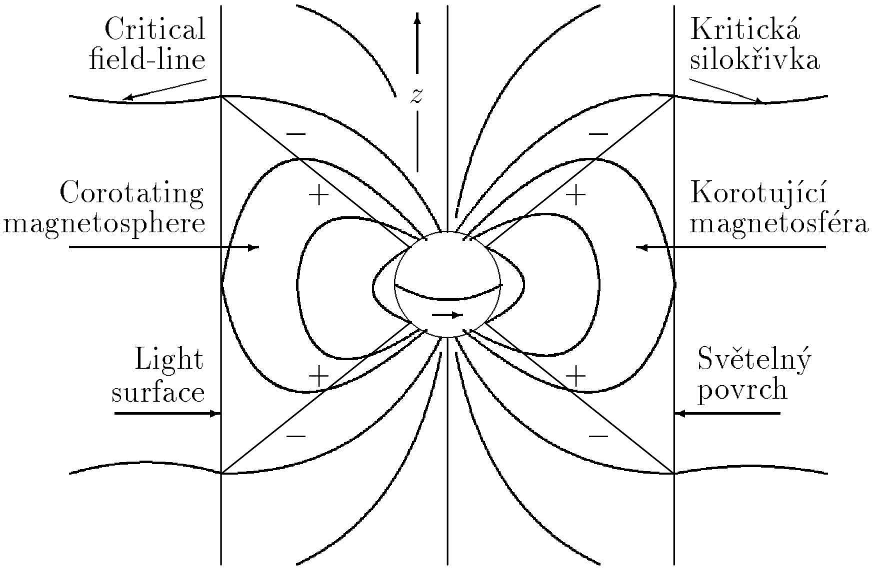


Figure 22: *The model of an aligned rotator.*

Obrázek 22: *Model vyrovnaného rotátoru.*

rotators in vacuum.) The shape of the magnetic field lines is very different from that of the original dipole type. In other words, the angular velocity of the field lines is not constant and has to be determined in a self-consistent manner. The curves are open, and particles can slide away from the body.

• *Boundary zone.* This is the distant region where particles get further accelerated, streaming away in a stellar wind. The structure of this region depends on the boundary conditions which must be physically substantiated in each model.

vrch také kolem magnetizovaných rotátorů ve vakuu.) Zakřivení magnetických siločar se značně liší od původního dipólového tvaru. Jinými slovy, úhlová rychlost silokřivek už není konstantní a je třeba ji určit selfkonzistentním způsobem. Křivky jsou neuzavřené a částice mohou podél nich klouzat směrem od tělesa.

• *Okrajová oblast.* Je to vzdálená oblast, v níž jsou částice dále urychlovány a v podobě hvězdného větru proudí pryč. Struktura této oblasti záleží na okrajových podmínkách, které je třeba pro daný model fyzikálně odůvodnit.

## 7.4 Consequences and controversies/Důsledky a rozpory

For the sake of simplicity, the standard scheme of pulsar action has not been constructed in a completely self-consistent manner. Conclusions must therefore be

Standardní model činnosti pulsarů jsme z důvodu zjednodušení nezískali plně selfkonzistentním způsobem. Z něj vyvozované závěry je proto třeba obezřetně ověexamined carefully. We will treat several consequences of this model.

Let us approximate magnetic field lines in the corotating zone by a dipolar structure. Magnetic flux between the rotation axis and the field line is given by

řit. Probereme několik důsledků uvedeného modelu.

Aproximujme tvar magnetických siločar v korotující zóně dipólovou strukturou. Magnetický tok mezi rotační osou a silokřivkou je dán vztahem

$$\Psi \propto \frac{\sin^2\theta}{r} = \frac{R^2}{r^3}. \tag{7.6}$$

The outermost curve which touches the light surface determines two opposite polar caps. The area of each polar cap is $A = \pi R_*^2 \sin^2\theta = \pi\Omega R_*^3/c$. The space charge density in the magnetosphere is

Vnější křivka, jež se právě dotýká světelného povrchu, vymezuje dvě protilehlé polární čepičky. Plocha každé z nich činí $A = \pi R_*^2 \sin^2\theta = \pi\Omega R_*^3/c$. Prostorová hustota náboje v magnetosféře činí

$$\rho_\mathrm{e} = \frac{1}{4\pi}\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E} = \frac{1}{2\pi c}\boldsymbol{\Omega}\cdot\boldsymbol{B} = \frac{1}{2\pi c}\Omega B_0. \tag{7.7}$$

When deriving this relation we have used identity

Při odvození tohoto vztahu jsme použili identitu

$$-c\,\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E} = \boldsymbol{\nabla}\cdot\left([\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{r}]\times\boldsymbol{B}\right) \equiv 2\boldsymbol{\Omega}\cdot\boldsymbol{B}.$$

A stream of particles escapes from the two polar caps. The total number of outflowing particles per unit time is given by

Ze dvou polárních čepiček uniká proud částic. Celkový počet vyletujících částic činí za jednotku času

$$\dot{N} \approx 2\,\frac{\rho_\mathrm{e}}{q}Ac = \frac{1}{qc}\,\Omega^2 B_0 R_*^3. \tag{7.8}$$

The magnetic flux flowing across polar caps to infinity is given by

Magnetický tok odcházející polárními čepičkami do nekonečna je dán vztahem

$$\Psi_\infty \approx AB_{\mathrm{p}|\mathrm{r}=\mathrm{R}_*} \approx \frac{\pi B_0\Omega R_*^3}{2c}. \tag{7.9}$$

In the distant region, the azimuthal component of the magnetic field starts to dominate and its magnitude can be estimated as

Azimutální složka magnetického pole začíná ve vzdálené oblasti převládat, přičemž její velikost lze odhadnout jako

$$B_{|r\gg R_*} \approx B_\phi \approx \frac{\Omega}{cr}\,\Psi_\infty \approx \frac{\pi\Omega^2 B_0 R_*^3}{2c^2 r}. \tag{7.10}$$

The total-energy loss-rate amounts to

Celkový vydávaný výkon činí

$$\mathcal{P} = \frac{c}{4\pi}\int(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B})\cdot d\boldsymbol{\mathcal{S}} \approx c^2 B_\phi^2 r^2 \approx \frac{\pi^2}{4c^2}\,\Omega^4 B_0^2 R_*^6. \tag{7.11}$$

Approximately one thousandth of the total energy output is emitted in radio waves. Estimating the energy losses of a rotator, $\dot{E} \propto \Omega\dot{\Omega}$, from equation (7.11), one finds the expected slowing-down behaviour

Přibližně jedna tisícina celkového energetického výkonu je vyzářena v podobě rádiových vln. Jestliže odhadneme energetické ztráty rotátoru, $\dot{E} \propto \Omega\dot{\Omega}$, pomocí rovnice (7.11), nalezneme očekávaný průběh zpomalování

$$\dot{\Omega} \propto \Omega^3. \tag{7.12}$$

The above scheme contains several inconsistencies. For example, it is evident from equations (7.3)–(7.5) that charged particles which slide along field lines between the corotating magnetosphere and a certain critical field line are to cross the boundary $\theta \approx 35^\circ$ ($P_2 = 0$) between positive and negative charges (see Fig. 22). One expects that the total charge current from the star is zero (otherwise the body gets charged indefinitely), however, it is difficult to understand how particles of a given charge can be routed deep inside the region of the opposite charge. Approximations that lead to charge separation are probably not fully adequate.[207] It is evident that the force-free approximation is applicable only within a limited spatial region of the global solution. There are further difficulties of analogous type in the standard model but it is usually expected that the unpleasant features disappear in more realistic models[208] and they will not be present in a final self-consistent picture of oblique rotators.[209]

Shora načrtnutý obraz obsahuje několik nedůsledností. Kupříkladu z rovnic (7.3)–(7.5) je zřejmé, že nabité částice, které klouzají podél silokřivek procházejících mezi korotující magnetosférou a jistou kritickou silokřivkou, mají procházet hranicí kladných a záporných nábojů, $\theta \approx 35^\circ$ ($P_2 = 0$) (viz obr. 22). Očekáváme, že celkový nabitý proud z hvězdy je nulový (jinak se bude těleso nabíjet bez omezení), ale pak se dá těžko pochopit, jak mohou částice daného náboje vcházet hluboko dovnitř oblasti s nábojem opačným. Aproximace vedoucí k nábojovému oddělení nejsou patrně plně uspokojivé.[207] Je zcela zřejmé, že bezsilové přiblížení je použitelné pouze v omezené prostorové oblasti globálního řešení. Ve standardním modelu existují ještě další těžkosti obdobného druhu, ale obvykle se předjímá možnost, že tyto nepříjemné rysy zmizí v realističtějších modelech[208] a nebudou přítomny ani v konečném self-konzistentním obrazu skloněných rotátorů.[209]

# 8 Magnetized disks/Magnetizované disky

Electromagnetic forces act on charged particles and may substantially modify the structure of accretion disks.[210] Unfortunately, the inclusion of electromagnetic effects makes the disk theory much more complex. The only rigorous approach is a self-consistent solution of axially symetric MHD equations (page 119).[211] Here we will illustrate the basic assumptions of simple analytical models which are not very realistic but can improve our intuition.

The procedure for constructing magnetized disk solutions can go as follows:

Elektromagnetické síly působí na nabité částice a mohou tedy podstatně změnit strukturu akrečních disků.[210] Zahrnutí elektromagnetických jevů činí teorii naneštěstí mnohem složitější. Rigorózní přístup vyžaduje selfkonzistentní řešení axiálně symetrických MHD rovnic (strana 119).[211] Zde popíšeme pouze základní předpoklady kladené na jednoduché analytické modely, jež nejsou příliš realistické, ale mohou zlepšit naši intuici.

Postup při sestrojování řešení s magnetizovaným diskem může být následující:

## 8.1 Assumptions/Předpoklady

Choose cylindrical polar coordinates $\{R, \phi, z\}$. Assume a steady electric current $\boldsymbol{j} = j_\phi \boldsymbol{e}_\phi$ at $z = 0$ (the equatorial plane) with a corresponding structure of magnetic induction — $B_R$, $B_z \neq 0$, and $B_\phi = 0$. The distribution of $j_\phi(R)$ then determines the structure of the magnetic field lines. The system under discussion is axially symmetric and stationary, and

Zvol válcové polární souřadnice $\{R, \phi, z\}$. Předpokládej ustálený elektrický proud $\boldsymbol{j} = j_\phi \boldsymbol{e}_\phi$ v $z = 0$ (rovníková rovina) s odpovídající strukturou magnetické indukce — $B_R$, $B_z \neq 0$, a $B_\phi = 0$. Rozdělení $j_\phi(R)$ pak určuje strukturu magnetických siločar. Diskutovaný systém je osově souměrný a stacionární, takže nevyzařuje elektromagnetické vlny.

[207] Michel, F. C. 1983, «Relativistic charge-separated winds», ApJ 284, 384;
Wright, G. A. E. 1977, «The properties of charge-separated pulsar magnetospheres», MNRAS 182, 735.
[208] Ruderman, M. A., & Sutherland, P. G. 1975, «Theory of pulsars: polar gaps, sparks, and coherent microwave radiation», ApJ 196, 51.
[209] Ostriker, J. P., & Gunn, J. E. 1969, «Do pulsars turn off?», Nature 223, 813.
[210] Belvedere, G. (ed.) 1989, *Accretion Disks and Magnetic Fields in Astrophysics* (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht);
Michel, F. C. 1983, «Radio pulsar disk electrodynamics», ApJ 266, 188.
[211] Königl, A. 1989, «Self-similar models of magnetized accretion disks», ApJ 342, 208.

thus emits no electromagnetic radiation.

Consider a magnetized disk in the equatorial plane and assume that the magnetic field is frozen into the disk. The toroidal part of the field arises from the dragging of the magnetic field by the disk material. It follows that $\boldsymbol{B}_{\mathrm{T}} = B_{\phi}\,\boldsymbol{e}_{\phi}$, $\boldsymbol{B}_{\mathrm{P}} = \boldsymbol{B} - \boldsymbol{B}_{\mathrm{T}} = B_R\,\boldsymbol{e}_R + B_z\,\boldsymbol{e}_z$. One proceeds analogously in deriving the electric intensity $\boldsymbol{E}$ but in this case $\boldsymbol{E}_{\mathrm{T}} = 0$ [cf. equation (6.8)].

Umísti magnetizovaný disk do rovníkové roviny a předpokládej, že magnetické pole je v něm zamrzlé. Toroidální část pole vzniká v důsledku strhávání magnetického pole materiálem disku. Platí, že $\boldsymbol{B}_{\mathrm{T}} = B_{\phi}\,\boldsymbol{e}_{\phi}$, $\boldsymbol{B}_{\mathrm{P}} = \boldsymbol{B} - \boldsymbol{B}_{\mathrm{T}} = B_R\,\boldsymbol{e}_R + B_z\,\boldsymbol{e}_z$. Obdobně se postupuje při odvození elektrické intenzity $\boldsymbol{E}$, ale v tomto případě je $\boldsymbol{E}_{\mathrm{T}} = 0$ [viz rovnice (6.8)].

## 8.2 Basic relations/Základní vztahy

The Maxwell equation $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{B} = 0$ together with the consequence of axial symmetry, $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{B}_{\mathrm{T}} = 0$, yield

Maxwellova rovnice $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{B} = 0$ společně s důsledkem osové symetrie $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{B}_{\mathrm{T}} = 0$, dávají

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{B}_{\mathrm{P}} = 0. \tag{8.1}$$

This means that both the poloidal and the toroidal components can separately be associated with unending field lines.

To znamená, že jak poloidální, tak i toroidální složky mohou být odděleně asociovány s nekončícími silokřivkami.

The value of $\boldsymbol{E}_{\mathrm{P}}$ follows from the force-free condition:

Hodnota $\boldsymbol{E}_{\mathrm{P}}$ plyne z podmínky bezsilového pole:

$$0 = \boldsymbol{E}' = \boldsymbol{E}_{\mathrm{P}} + c^{-1}(\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{r})\times\boldsymbol{B}, \tag{8.2}$$

where $\boldsymbol{\Omega} = \Omega^{\mathrm{F}}\,\boldsymbol{e}_{\phi}$ means the angular velocity of each field line and $\boldsymbol{r}$ is the radius vector. Charged particles move along field lines. Using $\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E}_{\mathrm{P}} = 0$ and $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{B}_{\mathrm{P}} = 0$ we find

kde $\boldsymbol{\Omega} = \Omega^{\mathrm{F}}\,\boldsymbol{e}_{\phi}$ má význam úhlové rychlosti každé ze silokřivek a $\boldsymbol{r}$ je polohový vektor. Nabité částice se pohybují podél silokřivek. S užitím $\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E}_{\mathrm{P}} = 0$ a $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{B}_{\mathrm{P}} = 0$ nalezneme

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{P}}\cdot\boldsymbol{\nabla}\Omega^{\mathrm{F}} = 0. \tag{8.3}$$

In other words, the angular velocity of each field line remains constant along its curve; thus $\Omega^{\mathrm{F}}$ does not change along

Jinými slovy úhlová rychlost každé siločáry zůstává podél její křivky konstantní; $\Omega^{\mathrm{F}}$ se tedy nemění podél poloidálních čar poloidal field lines. This result is called *Ferraro's law of isorotation.*[212]

The light surface is the locus of points where the velocity of the field lines approaches the speed of light. Charged particles cannot corotate with field lines beyond the light surface; they are forced to move away and this is the basis of particle acceleration around pulsars and possibly formation of jets in extragalactic sources.

pole. Tomuto výsledku se říká *Ferrarův zákon stálé rotace.*[212]

Světelný povrch je místo, kde se rychlost siločar blíží rychlosti světla. Za ním nemohou nabité částice se silokřivkami korotovat; jsou nuceny pohybovat se směrem do větších vzdáleností, a to je základem urychlování částic v blízkosti pulzarů a snad i vzniku výtrysků v extragalaktických zdrojích.

The disk itself can serve as a source of particles. Assuming the perfect MHD condition inside the disk, we obtain for the particle density

Zdrojem částic může být samotný disk. Předpokládáme-li splnění podmínky ideální MHD v disku, obdržíme pro hustotu částic

$$n = \frac{1}{4\pi q_{\rm e}} \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{E} = -\frac{1}{4\pi q_{\rm e} c} \boldsymbol{\nabla} \cdot (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) = -\frac{1}{2c} \Omega B_{\phi}. \tag{8.4}$$

Non-zero charge-density generates an electric field which pulls charged particles out of the disk.

Magnetic field lines threading the disk exert a torque on its material

Nenulová hustota náboje vytváří elektrické pole, které vytahuje nabité částice z disku ven.

Magnetické silokřivky, pronikající do disku, působí na jeho materiál točivým momentem

$$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{R} \times (\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B}),$$

and are thus a source of effective viscosity. Such a disk does not radiate (remember that we are considering axisymmetric stationary configurations) but it can still transmit energy in a direct-current flux.

a jsou tudíž zdrojem efektivní viskozity. Takový disk nezáří (připomeňme, že uvažujeme osově symetrická uspořádání), avšak přesto je schopen stejnosměrným proudem přenášet energii.

## 8.3 Energy release/Uvolnění energie

Consider a circle of radius $R$ centered on the symmetry axis. Ampere's law yields

Uvažme kružnici o poloměru $R$ se středem na ose symetrie. Z Ampérova zákona

[212] Ferraro, V. C. A., & Plumpton, C. 1961, *An Introduction to Magneto-fluid Mechanics* (Oxford University, New York).

plyne

$$B_{\rm T} = \frac{2J}{cR}.$$

We have already mentioned that in the force-free region currents flow along magnetic surfaces, but in the disk and in the far region the force-free condition is violated and dissipation occurs. The density of the electromagnetic energy flowing through the force-free region is given by

Zmínili jsme se již o tom, že v bezsilové oblasti tekou proudy podél magnetických povrchů, avšak uvnitř disku a v daleké oblasti je podmínka bezsilovosti porušena a nastává tam disipace energie. Hustota elektromagnetické energie proudící bezsilovou oblastí je dána

$$\boldsymbol{P} = c\,\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B} \approx c\,\boldsymbol{E}_{\rm P} \times \boldsymbol{B}_{\rm T}. \tag{8.5}$$

Substituting for $\boldsymbol{E}_{\rm P}$ from eq. (8.2) we estimate the magnitude of this vector as

Dosazením za $\boldsymbol{E}_{\rm P}$ z rovnice (8.2) určíme velikost tohoto vektoru

$$\mathcal{P} \approx \Omega R B_{\rm P} B_{\rm T}. \tag{8.6}$$

$B_{\rm P}$ and $B_{\rm T}$ are to be determined in accordance with the boundary conditions.

$B_{\rm P}$ and $B_{\rm T}$ je třeba určit v souhlase s okrajovými podmínkami.

# 9 * MHD in general relativity/MHD v obecné relativitě

## 9.1 Basic equations/Základní rovnice

The following discussion is a general relativistic generalization of axially symmetric MHD flows that have been treated in previous chapters. We will employ the standard notation of general relativity with geometrized units, $c = G = 1$, and the signature of metric $-{+}{+}{+}$ in this chapter. The set of equations of perfect magnetohydrodynamics can be written in the form:[213]

Následující diskuze představuje obecně relativistické zobecnění osově souměrných MHD toků, které jsme probírali v předchozích kapitolách. V této kapitole budeme užívat obvyklé značení obecné teorie relativity s geometrizovanými jednotkami, $c = G = 1$, a signaturou metriky $-{+}{+}{+}$. Soustavu rovnic ideální magnetohydrodynamiky lze zapsat ve tvaru:[213]

• Conservation of the particle number:

• Zachování počtu částic:

$$(\rho_0 u^\alpha)_{;\alpha} = 0, \qquad \rho_0 = mn; \tag{9.1}$$

$m$ is the particle rest mass, $n$ numerical density, $u^\alpha$ four-velocity. Here we do not consider a possibilty of creation of pairs which would break this conservation law.

$m$ je klidová hmotnost částic, $n$ číselná hustota, $u^\alpha$ čtyřrychlost. Neuvažujeme zde možnost kreace párů, jež by tento zákon zachování narušila.

• Normalization condition for four-velocity:

• Normalizační podmínka pro čtyřrychlost:

$$u^\alpha u_\alpha = -1. \tag{9.2}$$

• Energy-momentum conservation and definition of the energy-momentum tensor in terms of material density $\rho$, pressure $P$, and electromagnetic field tensor $F_{\mu\nu}$:

• Zachování energie-hybnosti a definice tenzoru energie-hybnosti pomocí hustoty látky $\rho$, jeho tlaku $P$ a tenzoru elektromagnetického pole $F_{\mu\nu}$:

$$\begin{gathered} T^{\alpha\beta}{}_{;\beta} = 0, \\ T^{\alpha\beta} = T^{\alpha\beta}_{\text{matter}} + T^{\alpha\beta}_{\text{EMG}}, \\ T^{\alpha\beta}_{\text{matter}} = (\rho + p) u^\alpha u^\beta + p g^{\alpha\beta}, \\ T^{\alpha\beta}_{\text{EMG}} = \frac{1}{4\pi}\left(F^{\alpha\mu} F^\beta_\mu - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} g^{\alpha\beta}\right), \\ F_{\mu\nu} = A_{\nu,\mu} - A_{\mu,\nu}. \end{gathered} \tag{9.3}$$

• In the fluid rest frame, electric field vanishes completely:[214]

• V klidové soustavě tekutiny elektrické pole zcela vymizí:[214]

$$F_{\alpha\beta} u^\beta = 0. \tag{9.4}$$

213 Anile, A. M., & Choquet-Bruhat, Y. (eds.) 1989, *Relativistic Fluid Dynamics*, Lecture Notes in Mathematics 1385 (Springer-Verlag, Berlin);
Lichnerowitz, A. 1967, *Relativistic Hydrodynamics and Magnetohydrodynamics* (Benjamin, New York).

214 It is easy to verify by transformation to the local inertial frame that the space part of equation (9.4) corresponds to the assumption (6.4) of perfect MHD:

Přechodem do lokální inerciální soustavy se snadno ověří, že prostorová část rovnice (9.4) odpovídá předpokladu (6.4) ideální MHD:

• The axial symmetry and stationarity imply existence of the two Killing vectors, $k^\alpha = \delta^\alpha_t$ and $m^\alpha = \delta^\alpha_\phi$, which satisfy relations

• Osová symetrie a stacionarita znamenají existenci dvou Killingových vektorů, $k^\alpha = \delta^\alpha_t$ and $m^\alpha = \delta^\alpha_\phi$, které splňují vztahy

$$0 = k_\alpha T^{\alpha\beta}{}_{;\beta} = \left(k_\alpha T^{\alpha\beta}\right)_{;\beta}, \tag{9.5}$$

$$0 = m_\alpha T^{\alpha\beta}{}_{;\beta} = \left(m_\alpha T^{\alpha\beta}\right)_{;\beta}. \tag{9.6}$$

## 9.2 Stream functions/Proudové funkce

Let us now turn to the consequences of the above equations (9.1)–(9.6) which appear particularly relevant for the theory of black hole magnetospheres.[215] Equation (9.4) has four components:

Diskutujme nyní důsledky výše uvedených rovnic (9.1)–(9.6), jež se ukazují být důležité především pro teorii magnetosféry černých děr.[215] Rovnice (9.4) má čtyři složky:

$$A_{t,r}u^r + A_{t,\theta}u^\theta = 0, \tag{9.7}$$

$$A_{t,r}u^t + A_{\phi,r}u^\phi + F_{r\theta}u^\theta = 0, \tag{9.8}$$

$$A_{t,\theta}u^t + A_{\phi,\theta}u^\phi + F_{\theta r}u^r = 0, \tag{9.9}$$

$$A_{\phi,r}u^r + A_{\phi,\theta}u^\theta = 0, \tag{9.10}$$

It follows from equations (9.7) and (9.10) that

Z rovnic (9.7) a (9.10) vyplývá

$$\frac{A_{t,r}}{A_{\phi,r}} = \frac{A_{t,\theta}}{A_{\phi,\theta}} \equiv -\Omega^{\mathrm{F}}, \tag{9.11}$$

---

$$F_{\alpha\beta}u^\beta = \Gamma \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & B_z & -B_y \\ -E_y & -B_z & 0 & B_x \\ -E_z & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = 0.$$

[215] Blandford, R. D., & Znajek, R. L. 1977, «Electromagnetic extraction of energy from Kerr black holes», MNRAS 179, 433;
Hirotani, K., Takahashi, M., Nitta, S.-Y., & Tomimatsu, A. 1992, «Accretion in a Kerr black hole magnetosphere: Energy and angular momentum transport between the magnetic field and the matter», ApJ 386, 455;
Znajek, R. L. 1976, *Black Hole Electrodynamics*, Ph.D. Dissertation (King's College and Institute of Astronomy, Cambridge).

and therefore

a tudíž

$$\frac{\Omega^{\rm F}_{,r}}{\Omega^{\rm F}_{,\theta}}=\frac{A_{\phi,r}}{A_{\phi,\theta}}.$$

Equation (9.11) is an exact analogy to (8.2) and $\Omega^{\rm F}$ has thus again the interpretation of the angular velocity of magnetic field-lines. The last two equations mean that the Jacobians

Rovnice (9.11) je přesnou obdobou (8.2), a $\Omega^{\rm F}$ lze tudíž opět interpretovat jako úhlovou rychlost magnetických siločar. Poslední dvě rovnice znamenají, že Jakobiány

$$\frac{\partial(A_t,A_\phi)}{\partial(r,\theta)}=0,\qquad \frac{\partial(\Omega^{\rm F},A_\phi)}{\partial(r,\theta)}=0$$

vanish, and thus $A_t\equiv A_t(A_\phi)$ and $\Omega^{\rm F}\equiv\Omega^{\rm F}(A_\phi)$. The flow stream-lines and the magnetic field-lines lie in the level surfaces of $A_\phi$, i.e. $\vec{u}\cdot\nabla A_\phi=\vec{B}\cdot\nabla A_\phi=0$, where $\vec{B}=({}^*F)\cdot\vec{u}$.[216] One can define the stream function $k(r,\theta)\equiv k(A_\phi)$ satisfying

vymizí, a tudíž $A_t\equiv A_t(A_\phi)$ a $\Omega^{\rm F}\equiv\Omega^{\rm F}(A_\phi)$. Proudnice a magnetické silokřivky leží v hladinách $A_\phi$, tzn. $\vec{u}\cdot\nabla A_\phi=\vec{B}\cdot\nabla A_\phi=0$, kde $\vec{B}=({}^*F)\cdot\vec{u}$.[217] Lze zavést proudovou funkci $k(r,\theta)\equiv k(A_\phi)$, jež splňuje vztah

$$\frac{u^r}{A_{\phi,\theta}}=-\frac{u^\theta}{A_{\phi,r}}\equiv\frac{k(r,\theta)}{4\pi\sqrt{-g}\rho_0}. \tag{9.12}$$

Equations (9.8), (9.11) and (9.12) can be solved with respect to the azimuthal component of velocity,

Rovnice (9.8), (9.11) a (9.12) lze rozřešit vzhledem k azimutální složce rychlosti,

$$u^\phi=\Omega^{\rm F}u^t+\frac{k}{4\pi R^2\rho_0}B_{\rm T}, \tag{9.13}$$

where $R^2=g_{t\phi}^2-g_{tt}g_{\phi\phi}$, $B_{\rm T}=-({}^*F)_{\phi t}$. Equation (9.13) describes to what degree particles fail to corotate with field lines.

kde $R^2=g_{t\phi}^2-g_{tt}g_{\phi\phi}$, $B_{\rm T}=-({}^*F)_{\phi t}$. Rovnice (9.13) vyjadřuje, do jaké míry částice nekorotují se silokřivkami pole.

Two additional stream functions can be obtained by inserting the explicit form of $T^{\alpha\beta}$ into equations (9.5)–(9.6). Axial symmetry thus yields a relation for the specific angular momentum at infinity, $l$:

Další dvě proudové funkce lze získat dosazením explicitního tvaru $T^{\alpha\beta}$ do rovnic (9.5)–(9.6). Osová symetrie tedy poskytuje vztah pro specifický moment hybnosti v nekonečnu, $l$:

[216] The arrow denotes two-component space-like vectors defined in the $(r,\theta)$-plane.

[217] Šipka označuje dvousložkové prostorupodobné vektory, které jsou definovány v rovině $(r,\theta)$.

$$0 = \rho_0 u^\beta \left(\frac{\rho + p}{\rho_0} u_\phi\right)_{,\beta} + \frac{1}{\sqrt{-g}} \left(\sqrt{-g} T^\beta_{\phi\,\mathrm{EMG}}\right)_{,\beta}, \tag{9.14}$$

$$(kl)_{,r} A_{\phi,\theta} - (kl)_{,\theta} A_{\phi,r} = 0, \tag{9.15}$$

where

kde

$$l = \frac{\rho + P}{\rho_0} u_\phi - \frac{B_\mathrm{T}}{k} \equiv l(A_\phi). \tag{9.16}$$

After a completely analogous derivation, stationarity gives the relation for the specific energy at infinity:

Po zcela obdobném odvození plyne ze stacionarity vztah pro specifickou energii v nekonečnu:

$$e = -\frac{\rho + P}{\rho_0} u_t - \frac{B_\mathrm{T} \Omega^\mathrm{F}}{k} \equiv e(A_\phi). \tag{9.17}$$

Discussion proceeds now analogously to the analysis which we have carried out within the non-relativistic limit when projections of the Euler equations in different direction were employed.[218] The above derived stream functions are not completely independent — they must satisfy boundary conditions. Finally, we are still left with the two equations, $T^{r\beta}{}_{;\beta} = 0$ and $T^{\theta\beta}{}_{;\beta} = 0$, but also these relations are not independent. We have already imposed a restriction on projection by $u_\alpha$ — the first law of thermodynamics $T^{\alpha\beta}{}_{;\beta} u_\alpha = 0$ which is included in the equation of state for $P(\rho_0)$. The last required equation can thus be obtained by contracting $T^{\alpha\beta}{}_{;\beta} = 0$ with any poloidal four-vector which is linearly independent of poloidal projection of $u_\alpha$. The result is a non-linear second-order differential equation which is a generalization of the Grad-Shafranov equation within general relativity.

Rozbor nyní postupuje obdobným směrem jako analýza nerelativistického přiblížení, při níž jsme využívali projekce Eulerovy rovnice do různých směrů.[218] Výše odvozené proudové funkce nejsou úplně nezávislé — musejí splňovat určité okrajové podmínky. Nakonec nám zůstávají ještě dvě rovnice, $T^{r\beta}{}_{;\beta} = 0$ a $T^{\theta\beta}{}_{;\beta} = 0$, ale ani tyto vztahy nejsou nezávislé. Uplatnili jsme již omezení na projekci pomocí $u_\alpha$ — první zákon termodynamiky $T^{\alpha\beta}{}_{;\beta} u_\alpha = 0$, jehož splnění je obsaženo ve stavové rovnici pro $P(\rho_0)$. Poslední potřebná rovnice se tedy získá kontrakcí $T^{\alpha\beta}{}_{;\beta} = 0$ s libovolným poloidálním čtyřvektorem, který je lineárně nezávislý na poloidální projekci $u_\alpha$. Výsledkem je nelineární diferenciální rovnice druhého řádu, jež představuje zobecnění Gradovy-Shafranovovy rovnice v rámci obecné teorie relativity.

---

[218] Lovelace, R. V. E., Mehanian, C., Mobarry, C. M., & Sulkanen, M. E. 1986, «Theory of axisymmetric magnetohydrodynamic flows: Disks», ApJS 62, 1;

Remember that our discussion has been restricted to weak, electromagnetic test-fields in a given, fixed background spacetime. We have neglected the influence of the electromagnetic field on the spacetime metric. This approach was employed by a number of authors to address the problem of electromagnetic effects near a rotating (Kerr) black holes.[219] Self-consistent solutions of coupled Einstein-Maxwell equations for black holes immersed in electromagnetic fields have been studied only within stationary, axially symmetric, vacuum models,[220] nevertheless, it appears that the test electromagnetic field approximation is fully adequate for modelling astrophysical sources like quasars. On the other hand, long-term evolution of magnetospheres of rotating black holes[221] and the consequences of non-ideal MHD[222] are still open to further work.

Připomeňme, že naše diskuze se doposud omezovala na slabá, testovací elektromagnetická pole v pevně zadaném prostoročasu. Vliv elektromagnetického pole na prostoročasovou metriku jsme zanedbávali. Takový přístup zvolila celá řada autorů zkoumajících elektromagnetické jevy poblíž rotující (Kerrovy) černé díry.[219] Selfkonzistentní řešení provázaných Einsteinových-Maxwellových rovnic pro černé díry vnořené do elektromagnetických polí byla studována pouze v rámci stacionárních, osově souměrných, vakuových modelů,[220] nicméně se potvrzuje, že přiblížení testovacích elektromagnetických polí plně dostačuje k popisu astrofyzikálních zdrojů, jako jsou kvazary. Na druhé straně dlouhodobý vývoj magnetosféry rotujících černých děr[221] a důsledky neideální MHD[222] zůstávají dosud neuzavřenými náměty pro další práci.

---

Phinney, E. S. 1983, *A Theory of Radio Sources*, Ph.D. Dissertation (Institute of Astronomy, Cambridge); Nitta, S.-Y., Takahashi, M., & Tomimatsu, A. 1991, «Effects of magnetohydrodynamic accretion flows on global structure of a Kerr black-hole magnetosphere», Phys.Rev.D 44, 2295.

219 Takahashi, M., Nitta, S., Tatematsu, Y., & Tomimatsu A. 1990, «Magnetohydrodynamic flows in Kerr geometry: Energy extraction from black holes», ApJ 363, 206;
Thorne, K. S., Price, R. H., & Macdonald, D. A. (eds.) 1986, *Black Holes: The Membrane Paradigm* (Yale University Press, New Haven);
Wagh, S. M., & Dadhich, N. 1989, «The energetics of black holes in electromagnetic fields by the Penrose process», Physics Reports 183, 137.

220 Díaz, A. G., & Baez, N. B. 1989, «Magnetic generalizations of the Carter metrics», J.Math.Phys. 30, 1310;
Dokuchaev, V. I. 1987, «A black hole in a magnetic universe», Sov.Phys.JETP 65, 1079;
Gal'tsov, D. V. 1986, *Particles and fields around black holes* (Moscow University Press, Moscow; in Russian);
Ernst, F. J., & Wild, W. J. 1976, «Kerr black holes in a magnetic universe», J.Math.Phys. 17, 182;
Hiscock, W. A. 1981, «On black holes in magnetic universes», J.Math.Phys. 22, 1828;
Karas, V., & Vokrouhlický, D. 1991, «On interpretation of the magnetized Kerr-Newman black hole», J.Math.Phys. 32, 714.

221 Okamoto, I. 1992, «The evolution of a black hole's force-free magnetosphere», MNRAS 254, 192;
Park, S. J., & Vishniac, E. T. 1989, «An axisymmetric, nonstationary model of the central engine in an active galactic nucleus. I. Black hole electrodynamics», ApJ 337, 78.

222 Kudoh, T., & Kaburaki, O. 1996, «Resistive magnetohydrodynamic accretion disks around black holes», ApJ 461, 565;

### 9.3 A magnetized disk and a black hole/Magnetizovaný disk a černá díra

The major distinction between the models with and without a black hole consists in different boundary conditions imposed upon the electromagnetic field which threads the black hole horizon. The relevant Maxwell equations describing the field outside the black hole horizon can be solved by introducing appropriate imaginary currents flowing on the surface of the horizon. These currents are defined in such a way that the boundary conditions are formally satisfied. Currents flowing along the field lines can thus close a circuit and the energy extraction is then described in an analogous way as in our previous discussion of magnetized disks or as in the theory of pulsar emission.[223]

Hlavní rozdíl mezi modely s černou dírou a bez ní spočívá v odlišných okrajových podmínkách kladených na elektromagnetické pole, které proniká horizontem černé díry. Příslušné Maxwellovy rovnice, jež popisují pole vně horizontu černé díry, lze řešit vhodným zavedením fiktivních proudů tekoucích povrchem horizontu. Tyto proudy se definují tak, že okrajové podmínky jsou formálně splněny. Proudy tekoucí podél silokřivek tak mohou vytvořit uzavřený obvod a uvolňování energie je pak popsáno podobným způsobem, jako v předcházející diskuzi magnetizovaných disků nebo jako je tomu v teorii záření pulzarů.[223]

## 10 Radiation processes in continuum/Zářivé procesy v kontinuu

Various types of high-energy particle play an important role in cosmic environments. These particles are often involved in radiative processes that subsequently deliver information from the source to the observer. By high-energy particles one understands those with relativistic energy (total energy of such particles $\mathcal{E} \equiv mc^2 \gtrsim$ rest energy $m_0c^2$, where $m_0$ is the particle rest mass and $m = \Gamma m_0$ is the Lorentz transformed mass) or ultrarelativistic energy ($\mathcal{E} \gg m_0c^2$, or $h\nu \gg m_\mathrm{e}c^2$ in the case

V kosmickém prostředí hrají důležitou úlohu různé druhy vysokoenergetických částic. Mnohdy se tyto částice účastní zářivých procesů, jež následně zprostředkují přenos informace od zdroje k pozorovateli. Vysokoenergetickými částicemi se rozumí částice s relativistickou energií (celková energie takové částice $\mathcal{E} \equiv mc^2 \gtrsim$ klidová energie $m_0c^2$, kde $m_0$ značí klidovou hmotnost částice a $m = \Gamma m_0$ je lorentzovsky transformovaná hmotnost) nebo ultrarelativistickou energií ($\mathcal{E} \gg m_0c^2$,

Okamoto, I. 1989, «Dissipative processes in relativistic magnetohydrodynamics», A&A 211, 476.
[223] Blandford, R. D. 1976, «Accretion disk electrodynamics — A model for double radio sources», MNRAS 176, 465;
Camenzind, M. 1986, «Centrifugally driven MHD-winds in active galactic nuclei», A&A 156, 137.

of photons). Several different mechanisms which produce radiation are particularly relevant for high-energy astrophysics, and we present them in this chapter. We will discuss processes relevant for continuum radiation, but line emission is beyond the scope of our considerations.[224]

It appears useful to distinguish the two extreme situations: (i) particles in electrovacuum (in the absence of other forms of matter), and (ii) interacting particles (as treated by the kinetic theory of astrophysical plasma or astrophysical fluid dynamics).[225]

We will consider the following processes in some detail:

• *Magnetic bremsstrahlung.* A typical situation is an electron or a positron moving in an external magnetic field and emitting synchrotron radiation..

Astronomers are naturally interested in observable quantities — frequency spectrum of radiation, polarization, angular distribution of emission with respect to the direction of the particle motion, energy losses, etc. In most cases, the process appears important only for electrons and positrons while more massive protons and nuclei radiate negligibly.

• *Compton scattering.* A typical situation is the scattering of photons by relativistic

nebo $h\nu \gg m_\mathrm{e}c^2$ v případě fotonů). V astrofyzice vysokých energií je několik obzvlášť důležitých mechanismů vzniku záření a my jim věnujeme tuto kapitolu. Budeme hovořit pouze o procesech vedoucích k záření kontinua, zatímco ponecháváme stranou čárové emise.[224]

Ukazuje se užitečné rozlišovat dvě mezní situace: (i) částice v elektrovakuu (v nepřítomnosti dalších forem hmoty), a (ii) interagující částice (jak se jimi zabývá kinetická teorie astrofyzikálního plazmatu či dynamika astrofyzikální tekutiny).[225]

Budeme se podrobněji zabývat následujícími jevy:

• *Magnetické brzdné záření.* Jako typickou situaci lze uvést elektron nebo pozitron, pohybující se ve vnějším magnetickém poli a vydávající synchrotronové záření.

Astronomové se přirozeně zajímají o pozorovatelné veličiny — frekvenční spektrum záření, polarizaci, úhlové rozdělení emise vzhledem ke směru pohybu částice, energetické ztráty, atd. Ve většině případů je tento proces důležitý pouze pro elektrony a pozitrony, zatímco hmotnější protony a jádra září nepatrně.

• *Comptonův rozptyl.* Typickým příkladem je rozptyl fotonů relativistickými

---

[224] Osterbrock, D. E. 1989, *Astrophysics of Gaseous Nebulae and Active Galactic Nuclei* (University Science Books, Mill Valey, CA);
Rohlfs, K. 1990, *Tools of Radio Astronomy* (Springer-Verlag, Berlin).
[225] Melrose, D. B. 1986, *Instabilities in Space and Laboratory Plasmas* (Cambridge University Press, Cambridge);
Zahn, J.-P., & Zinn-Justin, J. (eds.) 1993, *Astrophysical Fluid Dynamics* (North-Holland, Amsterdam);
Winkler, K. H., & Norman, M. (eds.) 1986, *Astrophysical Radiation Hydrodynamics* (D. Reidel Publishing Company, Dordrecht).

electrons.

One often meets circumstances in which electron energy in an observer's rest frame exceeds the energy of scattered photons, leading to the *inverse-Compton scattering*: $mc^2 > m_e c^2 \approx 0.5$ MeV $> h\nu$. The *Zel'dovich-Sunyaev effect* is a remarkable manifestation of the inverse-Compton scattering in astrophysics.

• Production of *high-energy $\gamma$-rays.* Contemporary astrophysics deals with cosmic $\gamma$-rays particularly in relation with $\gamma$-ray bursters and blazars with rapid variability. Both phenomena represent the most puzzling astrophysical topics.

• *Neutrino production.* This is another hot issue related to the theory of supernova explosions and structure of stellar interiors.

The latter two items are not discussed in detail in the present text.

There are other processes which, apart from a brief remark, we will not deal with in our notes, although they are also astrophysically relevant. For example bremsstrahlung (e.g. due to collisions of electrons with nuclei of atoms in the interstellar medium), ionization energy losses (e.g. due to excitation and ionization of atoms of the medium by collisions with electrons or protons), electron-positron production (by interaction of cosmic rays with interstellar nuclei), and nuclear reactions. The only good reason for excluding any process from discussion *a priori* is the limited length of the course, and partly the fact that treatment of remaining processes is analogous in most of astrophysical applications — once their microphys-

elektrony.

Často se setkáváme s okolnostmi, při nichž energie elektronu v pozorovatelově klidové soustavě převyšuje energii rozptylovaných fotonů, což vede k *inverznímu Comptonovu rozptylu*: $mc^2 > m_e c^2 \approx 0{,}5$ MeV $> h\nu$. Pozoruhodným projevem inverzního Comptonova rozptylu je v astrofyzice známý *Zeldovičův-Sunyaevův jev.*

• Tvorba *vysokoenergetických paprsků $\gamma$.* Současná astrofyzika se zajímá o kosmické záření $\gamma$ zejména v souvislosti se zábleskovými zdroji $\gamma$ a rychle proměnnými blazary. Oba jevy představují nejzáhadnější témata dnešní astrofyziky.

• *Vznik neutrin.* Jedná se o další žhavé téma mající souvislost s teorií výbuchu supernov a vnitřní stavby hvězd.

Poslední dva body nejsou v tomto textu podrobněji rozebírány.

Existují ještě další procesy, na něž jenom upozorníme a blíže se jim v našich poznámkách nebudeme věnovat, i když jsou rovněž pro astrofyziku podstatné. Kupříkladu brzdné záření (vyvolané např. srážkami elektronů s jádry), ionizační ztráty energie (vyvolané např. excitací nebo ionizací atomů prostředí v důsledku srážek s elektrony či protony), tvorba párů elektron-pozitron (interakcí kosmických paprsků s jádry atomů v mezihvězdném prostředí) a jaderné reakce. Jediným dobrým důvodem k vyloučení kteréhokoli procesu z diskuze *a priori* je omezená délka tohoto kurzu, do určité míry ještě skutečnost, že zpracování zbývajících procesů je ve většině astrofyzikálních aplikací obdobné — jakmile je z kvantové teoical description is known in terms of effective cross-sections for relevant interactions from the quantum theory.

rie znám jejich mikrofyzikální popis v řeči účinných průřezů příslušných interakcí.

The character of the particle interactions described above becomes significantly modified when collective processes are non-negligible. A typical example is the Čerenkov radiation: $N$ particles moving in the medium emit an approximately $N$-times stronger power output than the same number of particles radiating independently.

Charakter výše uvedených částicových interakcí se značně promění, jakmile se stanou nezanedbatelnými kolektivní procesy. Typickým příkladem může být Čerenkovovo záření: $N$ částic pohybujících se prostředím vyzařuje s přibližně $N$-krát silnějším výkonem, než stejný počet částic, které září nezávisle.

## 10.1 Magnetic bremsstrahlung/Magnetické brzdné záření

The motion of an electrically charged particle in a magnetic field is governed by the equation (6.14) which is now reduced to

Pohyb elektricky nabité částice v magnetickém poli se řídí rovnicí (6.14), která se nyní redukuje na tvar

$$\frac{d}{dt}\left(\Gamma m_0 \boldsymbol{v}\right) = \frac{q}{c}\,\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}; \tag{10.1}$$

$\Gamma \equiv \mathcal{E}/(m_0c^2) = 1/\sqrt{(1-v^2/c^2)}$ is the Lorentz factor and $q$ the electric charge of the particle. The right-hand side of equation (10.1) contains only the Lorentz magnetic force. This means that we neglect other external forces and the force of radiation back-reaction.

$\Gamma \equiv \mathcal{E}/(m_0c^2) = 1/\sqrt{(1-v^2/c^2)}$ je Lorentzův faktor a $q$ je elektrický náboj částice. Pravá strana rovnice (10.1) obsahuje pouze Lorentzovu magnetickou sílu. To znamená, že zanedbáváme ostatní vnější síly a sílu pocházející od zpětné reakce záření.

We will consider the approximation of a uniform and stationary magnetic field $\boldsymbol{B}$. The solution to equation (10.1) can be expressed in terms of the velocity components in the parallel and perpendicular directions to $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_{\|} + \boldsymbol{v}_{\perp}$, ($v^2 = v_{\|}^2 + v_{\perp}^2$; see Fig. 23 for notation):

Budeme uvažovat přiblížení homogenního stacionárního pole $\boldsymbol{B}$. Řešení rovnice (10.1) lze vyjádřit pomocí složek rychlosti ve směru rovnoběžném resp. kolmém k $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_{\|} + \boldsymbol{v}_{\perp}$, ($v^2 = v_{\|}^2 + v_{\perp}^2$; označení viz obr. 23):

$$v_{\|} = v\cos\theta = const, \qquad v_{\perp} = v\sin\theta = const, \tag{10.2}$$

$$(\boldsymbol{v}_{\perp})_x = v_{\perp}\cos\omega_b t, \qquad (\boldsymbol{v}_{\perp})_y = -v_{\perp}\sin\omega_b t. \tag{10.3}$$

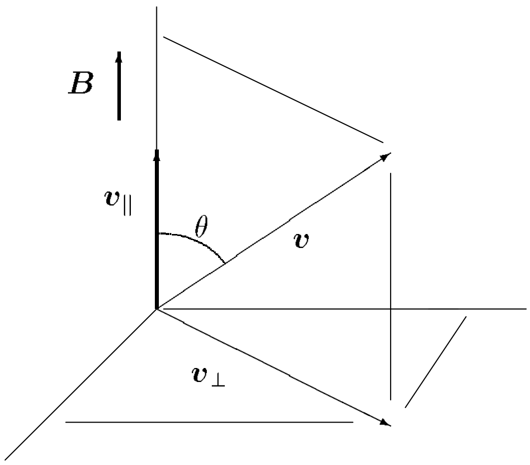


Figure 23: *Coordinate system in describing helical motion of a charged particle in a homogeneous magnetic field.*

Obrázek 23: *Souřadná soustava při popisu spirálovitého pohybu nabité částice v homogenním magnetickém poli.*

The solution describes helical motion with gyro-frequency (angular frequency of gyrations) $\omega_b$,

Řešení popisuje spirálovitý pohyb s gyrofrekvencí (úhlovou frekvencí kroužení) $\omega_b$,

$$\omega_b = \Gamma^{-1}\omega_c, \qquad \omega_c \equiv \frac{qB}{m_0 c}, \tag{10.4}$$

and gyro-radius

a poloměrem kroužení

$$r_b = \frac{v \sin\theta}{\omega_b}. \tag{10.5}$$

For an electron, $m_0 \to m_{\mathrm{e}}$, $q \to q_{\mathrm{e}}$ and

Pro elektron je $m_0 \to m_{\mathrm{e}}$, $q \to q_{\mathrm{e}}$ a

$$\omega_c \doteq 1.8 \times 10^7 \frac{B}{1\ \mathrm{G}} \quad [\mathrm{rad/s}].$$

We will mainly consider electrons (or positrons) in the following discussions because, as we will see from equation (10.8) below, they radiate more efficiently than

V následující diskuzi budeme většinou uvažovat elektrony (nebo pozitrony), poněvadž, jak uvidíme z rovnice (10.8) uvedené níže, vyzařují s větší účinností než other, more massive particles. The assumption on homogeneity and stationarity of the magnetic field, which we have introduced, requires that the field does not change significantly on length-scales of the order of $r_b$ and $v_{||}/\omega_b$, and on time-scales $1/\omega_b$.

ostatní, hmotnější částice. Předpoklad o homogenitě a stacionaritě magnetického pole, který jsme zavedli, vyžaduje, aby se pole příliš neměnilo na vzdálenostech řádu $r_b$ a $v_{||}/\omega_b$, a pokud jde o časové škály, v průběhu periody $1/\omega_b$.

The power emitted by a single particle in cyclotron radiation can be estimated by integrating the Poynting flux:[226]

Energie, vydaná jednou částicí v cyklotronovém záření, se určí integrací Poyntingova toku:[226]

$$\begin{aligned} \wp &\equiv \mathcal{P}\, dt \\ &= \frac{c}{4\pi}\int_{4\pi} \langle \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{E}\rangle \, d\Omega\, dt \;=\; \frac{2q^2}{3c^3}\langle \dot{v}^2\rangle\, dt. \end{aligned} \tag{10.6}$$

In the relativistic formulation, the last equation must be replaced by its covariant generalisation. This task can be fulfilled by introducing a four-vector

V relativistické formulaci je třeba poslední rovnici nahradit jejím kovariantním zobecněním. Tento úkol lze splnit zavedením čtyřvektoru

$$\wp^\mu = -\frac{2q^2}{3c^3}\left(\frac{du^\mu}{d\tau}\right)^2 dx^\mu$$

($d\tau$ is an interval of proper time along an element of the particle world-line $dx^\mu$).

($d\tau$ značí interval vlastního času podél elementu světočáry částice $dx^\mu$).

The equation of particle motion under the Lorentz force in the relativistic notation reads:

Pohybová rovnice pro částici, na níž působí Lorentzova síla, vyhlíží v relativistickém zápise takto:

$$m_0\frac{du^\mu}{d\tau} = \frac{q}{c}F^\mu_\nu u^\nu$$

The radiated power [generalisation of equation (10.6)] is then equal to the time-component

Vyzářená energie [zobecnění rovnice (10.6)] je potom rovna časové složce

$$\begin{aligned} \wp^t &\equiv \mathcal{P}\, dt \\ &= \frac{2q^2}{3c^3}\cdot c^2\cdot\langle (du^\mu/d\tau)^2\rangle\, dt \;=\; \frac{2q^2\Gamma^6}{3c^3}\left[\dot{v}^2 - \frac{(\boldsymbol{v}\times\dot{\boldsymbol{v}})^2}{c^2}\right] dt. \end{aligned} \tag{10.7}$$

[226] Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. 1971, *The Classical Theory of Fields* (Pergamon Press, Oxford).

For a particle in strictly circular motion in the magnetic field ($v_{||} = 0$),

V případě částice, která se v magnetickém poli pohybuje výlučně kruhovým pohybem ($v_{||} = 0$),

$$\dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{\omega}_b \times \boldsymbol{v}, \qquad \boldsymbol{v} \times \dot{\boldsymbol{v}} = 0.$$

We will mostly consider electrons (electric charge $q = q_\mathrm{e}$, mass $m_0 = m_\mathrm{e}$). We thus obtain a formula for energy losses of an electron due to synchrotron radiation:

Většinou budeme uvažovat elektrony (elektrický náboj $q = q_\mathrm{e}$, hmotnost $m_0 = m_\mathrm{e}$). Dostáváme tak rovnici pro energetické ztráty elektronu synchrotronovým zářením:

$$\mathcal{P} = 2c^{-1}\Xi_\mathrm{T}\Gamma^2 v_\perp^2 \left(\frac{B^2}{8\pi}\right) \approx \tfrac{4}{3}\, c\, \Xi_\mathrm{T}\Gamma^2 U_\mathrm{mag}, \tag{10.8}$$

where

kde

$$\Xi_\mathrm{T} = \tfrac{8}{3}\,\pi r_\mathrm{e}^2 \approx 6.7 \times 10^{-25}\,\mathrm{cm}^2$$

is the Thomson cross section,

je Thomsonův účinný průřez,

$$r_\mathrm{e} = \frac{q_\mathrm{e}^2}{m_\mathrm{e}c^2} \approx 2.8 \times 10^{-13}\,\mathrm{cm}$$

is the classical radius of an electron, $v_\perp^2 \approx \langle v_\perp^2 \rangle \approx \frac{2}{3}$ for an isotropic distribution of particle velocities, and $U_\mathrm{mag} = B^2/(8\pi)$ denotes the energy density of the magnetic field. One can immediately verify that the energy losses of protons are lower by a factor of $(m_\mathrm{p}/m_\mathrm{e})^4 \approx 10^{13}$ compared to losses of electrons with the same energy $\mathcal{E}$.

je klasický poloměr elektronu, $v_\perp^2 \approx \langle v_\perp^2 \rangle \approx \frac{2}{3}$ v případě izotropního rozdělení částicových rychlostí, a $U_\mathrm{mag} = B^2/(8\pi)$ označuje hustotu energie magnetického pole. Okamžitě lze nahlédnout, že energetické ztráty protonů jsou $(m_\mathrm{p}/m_\mathrm{e})^4 \approx 10^{13}$ krát menší ve srovnání se ztrátami elektronů se stejnou energií $\mathcal{E}$.

Let us remember once again that the limit of non-relativistic motion, $\Gamma \to 1$, $\mathcal{E} \to m_\mathrm{e}c^2$, describes the cyclotron radiation. The ultra-relativistic limit, $\Gamma \gg 1$, $\mathcal{E} \gg m_\mathrm{e}c^2$, corresponds to the synchrotron radiation for historical ??? reasons. Ultra-relativistic electrons radiate at power

Znovu připomeňme, že limita nerelativistického pohybu, $\Gamma \to 1$, $\mathcal{E} \to m_\mathrm{e}c^2$, popisuje cyklotronové záření. Ultrarelativistická limita, $\Gamma \gg 1$, $\mathcal{E} \gg m_\mathrm{e}c^2$, se z historických důvodů označuje termínem synchrotronové záření. Ultrarelativistické elektrony vyzařují výkonem

$$\mathcal{P} \approx \frac{c}{4\pi}\,\Xi_{\rm T}\Gamma^2 B_\perp^2 = \frac{2q_{\rm e}^4\Gamma^2 B_\perp^2}{3m_{\rm e}^2c^3} \tag{10.9}$$
$$\approx 10^{-3}\Gamma^2\left(\frac{B_\perp}{1\ {\rm G}}\right)^2\ \ [{\rm eV/s}] \approx 1.6\times10^{-3}\Gamma^2\left(\frac{B_\perp}{1\ {\rm G}}\right)^2\ \ [{\rm erg/s}] = 1.6\times10^{-14}\Gamma^2\left(\frac{B_\perp}{1\ {\rm T}}\right)^2\ \ [{\rm W}].$$

The energy of particles is gradually radiated away. The corresponding characteristic time-scale for electrons (*electron cooling-time*) is given by

Energie částic je postupně vyzařována. Pro elektrony je odpovídající charakteristický čas (*čas ochlazování elektronů*) dán vztahem

$$t_{\rm cool} \equiv \frac{\Gamma m_{\rm e}c^2}{\mathcal{P}} \approx 5\times10^8\,\Gamma^{-1}\left(\frac{B}{1\ {\rm G}}\right)^{-2}\quad[{\rm s}]. \tag{10.10}$$

In a slightly different way, one can write

V nepatrně odlišném postupu lze psát

$$\dot{\mathcal{E}} = -\mathcal{P} = -\mathcal{B}\mathcal{E}^2, \qquad \mathcal{B} \equiv \frac{2q_{\rm e}^4B_\perp^2}{3m_{\rm e}^4c^7}. \tag{10.11}$$

Solving relation (10.11) for the particle energy as a function of time we obtain

Po vyřešení vztahu (10.11) pro energii částice jako funkci času máme

$$\mathcal{E} = \frac{mc^2}{1+\mathcal{B}mc^2t},$$

and the cooling time is expressed in the form $t_{\rm cool} = 1/(\mathcal{B}mc^2)$. It has a meaning of the time interval during which the particle energy is halved.

Now we can finally write a quantitative estimate for the assumption that the force of radiation back-reaction can be ignored in equation (10.1). This condition determines an upper limit on the total energy losses during the gyration period $\mathcal{T} = 2\pi/\omega_b$: $\mathcal{P}\mathcal{T} \ll \mathcal{E}$, or

a charakteristický čas je tak vyjádřen ve tvaru $t_{\rm cool} = 1/(\mathcal{B}mc^2)$. Má význam časového intervalu, během něhož poklesne energie částice na polovinu.

Nyní můžeme konečně zapsat kvantitativní odhad platnosti předpokladu, že v rovnici (10.1) lze zanedbat sílu zpětné reakce záření. Tato podmínka určuje horní limitu celkových energetických ztrát v průběhu periody kroužení $\mathcal{T} = 2\pi/\omega_b$: $\mathcal{P}\mathcal{T} \ll \mathcal{E}$, neboli

$$\Gamma = \frac{\mathcal{E}}{m_{\rm e}c^2} \ll \sqrt{\frac{m_{\rm e}^2c^4B}{q_{\rm e}^3B_\perp^2}} \approx \frac{m_{\rm e}c^2}{\sqrt{q_{\rm e}^3B}} \approx 10^8\left(\frac{B}{1\ {\rm G}}\right)^{-1/2}.$$

## 10.2 Synchrotron spectra/Synchrotronová spektra

Synchrotron spectra are qualitatively different in shape from those produced by particles with the Maxwell velocity distribution (thermal spectra). When deriving their form in a rigorous way, one has to perform straightforward but rather lengthy calculations.[227] It is necessary to find the electric field (calculating the Liénard-Wiechert potential, for example) and then to express the correlation function required in the general definition of the spectrum.[228]

We will follow a more intuitive approach which can be found in many standard textbooks and review articles.[229] It will show us all the important properties of synchrotron radiation (the cyclotron spectrum is naturally obtained as a non-relativistic limit of the general formulae). We start our discussion with the transformation formulae for frequency and intensity of the radiation. In the non-relativistic case of the cyclotron radiation, the power is radiated at a single frequency, $\omega_c$ [equation (10.4)], with a dipole-type distribution of intensity $I_c \propto \langle \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{E}\rangle$ [equation (10.6)]. Relating $\omega_c$ and $I_c$ to corresponding values in a rest frame of a moving observer, one finds (see Appendix, page 192)

Synchrotronová spektra jsou svým tvarem kvalitativně odlišná od spekter vytvářených částicemi s Maxwellovým rychlostním rozložením (termální spektra). Při rigorózním odvození jejich tvaru je třeba vykonat přímočaré, avšak dosti zdlouhavé výpočty.[227] Je nutno nalézt elektrické pole (například výpočtem Liénardových-Wiechertova potenciálu) a potom vyjádřit korelační funkci, jíž je třeba v obecné definici spektra.[228]

My budeme sledovat intuitivnější přístup, jenž lze nalézt v řadě standardních učebnic a přehledových článků.[229] Ukáže nám všechny důležité vlastnosti synchrotronového záření (cyklotronové spektrum se pochopitelně získá jako nerelativistická mez obecných rovnic). Svou diskuzi zahájíme převodními vztahy pro frekvenci a intenzitu záření. V nerelativistickém případě cyklotronového záření je výkon vyzařován na jediné frekvenci, $\omega_c$ [rovnice (10.4)], a to s dipólovým rozdělením intenzity $I_c \propto \langle \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{E}\rangle$ [rovnice (10.6)]. Dáme-li do vztahu $\omega_c$ a $I_c$ s odpovídajícími hodnotami v klidovém systému pohybujícího se pozorovatele, nalezneme (viz Dodatek, strana 192)

$$\omega = \frac{\omega_c}{\Gamma(1-\frac{v}{c}\cos\psi)}, \qquad I = \frac{I_c}{\Gamma^3(1-\frac{v}{c}\cos\psi)^3},$$

[227] Pacholczyk, A. G. 1970, *Radio Astrophysics* (W. H. Freeman and Company, San Francisco);
Rybicki, G. B., & Lightman, A. P. 1979, *Radiative Processes in Astrophysics* (Interscience Publishers, New York).

[228] Born, M. A., & Wolf, E. 1964, *Principles of Optics* (Pergamon Press, Oxford);
Marathay, A. S. 1982, *Elements of Optical Coherence Theory* (John Wiley & Sons, New York).

[229] Felten, J. E. 1966, «Omnidirectional inverse Compton and synchrotron radiation from cosmic distributions of fast electrons and thermal photons», ApJ 146, 686.

where $\psi$ denotes the angle between the particle velocity $\boldsymbol{v}$ and direction to the observer [Fig. 24a]. Apparently, $\omega \approx \Gamma\omega_c$ and $I \propto \Gamma^3 I_c$ for $\psi \lesssim 1/\Gamma$, while $\omega \approx \omega_c/\Gamma = \omega_b$ and $I \propto I_c/\Gamma^3$ for $\psi \gg 1/\Gamma$. The two cases are quite different provided $\Gamma \gg 1$. Most of the radiation is then emitted in the direction of motion, its observed frequency being increased. The observer detects pulses of radiation with a maximum when the gyrating particle approaches him within a small angle $1/\Gamma$. Assuming strictly circular motion (for the sake of simplicity) the duration of each pulse is

kde $\psi$ označuje úhel mezi rychlostí částice $\boldsymbol{v}$ a směrem k pozorovateli [obr. 24a]. Zjevně je $\omega \approx \Gamma\omega_c$ a $I \propto \Gamma^3 I_c$ pro $\psi \lesssim 1/\Gamma$, zatímco $\omega \approx \omega_c/\Gamma = \omega_b$ a $I \propto I_c/\Gamma^3$ pro $\psi \gg 1/\Gamma$. Oba případy jsou značně odlišné, pokud $\Gamma \gg 1$. Většina záření je pak vydávána ve směru pohybu a jeho pozorovaná frekvence je vyšší. Pozorovatel zaznamenává pulzy záření s maximem v okamžiku, kdy kroužící částice směřuje k němu v rozmezí malého úhlu $1/\Gamma$. Za předpokladu čistě kruhového pohybu (z důvodu zjednodušení výrazů) trvá každý pulz po dobu

$$\mathcal{T}_e = \frac{1/\Gamma}{2\pi}\frac{2\pi}{\omega_b} = \frac{1}{\omega_c}. \tag{10.12}$$

The longitudinal Doppler effect modifies this interval and for the observer it therefore takes the form

Tento interval je ovlivněn podélným Dopplerovým jevem tak, že pro pozorovatele nabývá tvaru

$$\mathcal{T}_o = \mathcal{T}_e\left(1 - \frac{v}{c}\cos\psi\right) \approx \frac{\mathcal{T}_e}{\Gamma^2} = \frac{1}{\Gamma^2\omega_c} \approx \frac{1}{\omega_{\rm crit}}, \tag{10.13}$$

where $\omega_{\rm crit} \equiv \frac{3}{2}\Gamma^2\omega_c\sin\theta$ is called the critical frequency and $\theta$ denotes the pitch-angle of the $\boldsymbol{B}$-field [see Fig. 24 and equation (10.15) below]. Formal derivation of the numerical factor $3/2$ and the pitch angle term $\sin\theta$ in $\omega_{\rm crit}$ requires more rigorous treatment than we have presented here, however, it means only a correction by a numerical factor of the order of unity.

kde $\omega_{\rm crit} \equiv \frac{3}{2}\Gamma^2\omega_c\sin\theta$ se nazývá kritická frekvence a $\theta$ označuje úhlovou rozteč pole $\boldsymbol{B}$ [viz obr. 24 a rovnice (10.15) níže]. Formální odvození číselného činitele $3/2$ a členu s úhlovou roztečí $\sin\theta$ v $\omega_{\rm crit}$ vyžaduje rigoróznější přístup, než jaký jsme zde předvedli, ale jde pouze o opravu číselným činitelem jednotkového řádu.

The interval between separate pulses is give by

Doba mezi jednotlivými pulzy je dána vztahem

$$\mathcal{T} = \frac{2\pi}{\omega_b} = \frac{2\pi\Gamma}{\omega_c} \gg \mathcal{T}_o. \tag{10.14}$$

If the particle motion is helical instead of circular, the formulae given above

Koná-li částice spirálovitý pohyb namísto kruhového, je třeba výše uvedené vzta-

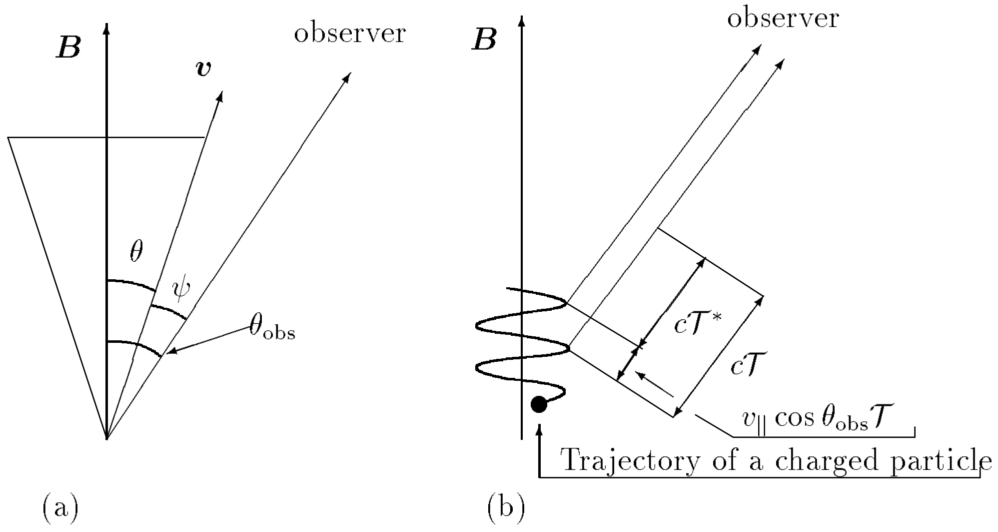


Figure 24: *Geometry in the description of the synchrotron radiation.*

Obrázek 24: *Geometrie v popisu synchrotronového záření.*

must be modified. Formally, this can be achieved by replacing the radius of gyrations $r_b$ from equation (10.5) by the curvature radius of the real trajectory $r_b^*$, and the magnetic field $B$ by its perpendicular component $B_\perp = B\sin\theta$. Thus we get

hy upravit. Formálně toho lze dosáhnout záměnou poloměru kroužení $r_b$ z rovnice (10.5) za poloměr křivosti skutečné dráhy $r_b^*$, a nahrazením magnetického pole $B$ jeho kolmou složkou $B_\perp = B\sin\theta$. Dostáváme tak

$$r_b^* = \frac{r_b^2 + (v_\parallel/\omega_b)^2}{r_b} = \frac{v}{\omega_b \sin\theta}.$$

As a consequence of this substitution, one obtains

V důsledku uvedené záměny obdržíme

$$\mathcal{T}_o = \frac{m_0 c}{qB\Gamma^2} \to \mathcal{T}_o^* = \frac{m_0 c}{qB_\perp\Gamma^2},$$

$$\mathcal{T} = \frac{2\pi\Gamma}{\omega_b} \to \mathcal{T}^* = \mathcal{T} - \frac{v_\parallel \cos\theta_{\rm obs}}{c}\mathcal{T} = \mathcal{T}\left(1 - \frac{v\cos^2\theta_{\rm obs}}{c}\right) \approx \mathcal{T}\sin^2\theta_{\rm obs}.$$

We conclude this section with a brief repetition of important facts in a slightly different but self-explanatory notation. The spectrum of the cyclotron radiation peaks at a particular frequency. The syn-

Uzavřeme tuto kapitolu stručným zopakováním nejdůležitějších poznatků v poněkud odlišném, ale zřejmém značení. Spektrum cyklotronového záření je soustředěno na určité frekvenci. Spektchrotron spectrum, on the contrary, is a broad band one and is centered around the critical frequency

rum synchrotronové je naproti tomu širokopásmové a rozkládá se kolem kritické frekvence

$$\begin{aligned}\omega_{\rm crit} &\approx \frac{1}{\mathcal{T}_o} \approx \frac{1}{(1-\ \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{v})\mathcal{T}_e}\\ &\approx 2\Gamma^2\frac{1}{\mathcal{T}_e} \approx 2\Gamma^2\cdot\Gamma\cdot\frac{\omega_c}{\Gamma}\\ &\propto \Gamma^2 B. \end{aligned} \tag{10.15}$$

(Exact calculation suggests that the synchrotron spectrum has a maximum at a slightly reduced frequency $\omega_{\rm max} = 0.29\,\omega_{\rm crit}$.)[230] The cooling time can be rewritten in the form

(Přesný výpočet vede k závěru, že maximum synchrotronového spektra nastává při mírně nižší frekvenci $\omega_{\rm max} = 0,29\,\omega_{\rm crit}$.)[231] Charakteristický čas lze přepsat do podoby

$$t_{\rm cool} \approx 6\times 10^8 \left(\frac{1\ \mathrm{G}}{B_\perp}\right)^{3/2}\left(\frac{1\ \mathrm{MHz}}{\omega_{\rm crit}}\right)^{1/2}\quad [\mathrm{s}]. \tag{10.16}$$

This expression is to be compared to the characteristic dynamical time $t_{\rm dyn}$ which is defined as the ratio of a characteristic source size divided by a characteristic speed.[232]

Tento výraz je třeba porovnávat s charakteristickým dynamickým časem $t_{\rm dyn}$, jenž se zavádí jako podíl charakteristického rozměru zdroje k charakteristické rychlosti.[232]

As the first approximation we can assume that the emissivity of a single particle has a $\delta$-function form,

V prvním přiblížení můžeme předpokládat, že emisivita jedné částice má tvar funkce $\delta$,

$$\mathcal{P}(\nu) \propto \Gamma^2 B^2 \delta(\nu - \nu_{\rm crit}). \tag{10.17}$$

The volume spectral emissivity $\eta(\nu)$ of relativististic electrons with a power-law energy distribution,

Objemová spektrální emisivita $\eta(\nu)$ relativistických elektronů s mocninným rozdělením v energii,

230 Astronomers often use frequency $\nu_{...}$ rather than corresponding angular frequency $\omega_{...} \equiv 2\pi\nu_{...}$ in their formulae.

231 Astronomové často používají ve vzorcích frekvenci $\nu_{...}$ namísto příslušné úhlové frekvence $\omega_{...} \equiv 2\pi\nu_{...}$.

232 Blandford, R. D. 1990, «Physical Processes in Active Galactic Nuclei», in *Active Galactic Nuclei*, Courvoisier, T. J.-L., & Mayor, M. (eds.) (Springer-Verlag, Berlin), p. 161.

| Location | $B$ [G] | $\nu$ [Hz] | $\Gamma$ | $t_{\rm cool}$ [yr] | $t_{\rm dyn}$ [yr] |
|---|---|---|---|---|---|
| Extended Radio Source | $10^{-5}$ | $10^{9}$ | $10^{4}$ | $10^{7}$ | $10^{8}$ |
| Radio Jet | $10^{-3}$ | $10^{9}$ | $10^{3}$ | $10^{4}$ | $10^{4}$ |
| Compact Radio Source | $10^{-1}$ | $10^{9}$ | $10^{2}$ | 10 | 10 |
| Outer Accretion Disk | 10 | $10^{14}$ | $10^{3.5}$ | $10^{-4}$ | 1 |
| Inner Accretion Disk | $10^{3}$ | $10^{16}$ | $10^{3.5}$ | $10^{-8}$ | 1 |
| Black Hole Magnetosphere | $10^{4}$ | $10^{18}$ | $10^{4}$ | $10^{-10}$ | $10^{-3}$ |

Table 7: *Characteristic parameters of the synchrotron radiation in active galactic nuclei. (Based on ref. [232].)*

Tabulka 7: *Obvyklé hodnoty parametrů synchrotronového záření v aktivních jádrech galaxií. (Podle práce [232].)*

$$n(\Gamma) \propto \Gamma^{-s}, \qquad s = const \tag{10.18}$$

is then given by integration:

je pak dána integrací:

$$\begin{aligned}\eta(\nu) &\propto \int n(\Gamma)\mathcal{P}(\nu)\,d\Gamma \;\propto\; B^2\int \Gamma^{2-s}\delta(\nu-\nu_{\rm crit})\,d\Gamma \\ &\propto B\int \Gamma^{1-s}\delta(\nu-\nu_{\rm crit})\,d\nu_{\rm crit} \\ &\propto B^{1+\alpha_s}\nu^{-\alpha_s},\end{aligned} \tag{10.19}$$

where we have introduced the *spectral index* $\alpha_s \equiv (s-1)/2$ (as in Part I, pp. 4 and 15) and employed eq. (10.15). In many cosmic sources of synchrotron radiation one observes $0.5 \lesssim \alpha_s \lesssim 0.75$. Inverting the formula for $\alpha_s$ one can determine the slope $s$ from observed spectra, and this is to be consistent with a model of particle acceleration in the source. Note that the assumed power-law distribution represents a good approximation only over a limited range of energy (tens to hundreds of keV for active galactic nuclei).

kde jsme zavedli *spektrální index* $\alpha_s \equiv (s-1)/2$ (jako v Části I, str. 4 a 15) a využili rov. (10.15). U mnohých zdrojů synchrotronového záření se pozoruje $0,5 \lesssim \alpha_s \lesssim 0,75$. Obrácením vztahu pro $\alpha_s$ je možné na základě pozorovaného spektra stanovit sklon $s$, a ten pak musí být ve shodě s modelem urychlení částic ve zdroji. Poznamenejme, že předpokládané mocninné rozdělení představuje přijatelné přiblížení pouze v omezeném rozmezí energií (desítky až stovky keV v případě aktivních galaktických jader).

Under certain circumstances the synchrotron radiation can be self-absorbed

Synchrotronové záření může být za určitých okolností ve zdroji samo pohlcováin the source. The reasons for this effect can be understood by realizing how the intensity of radiation is related to the brightness temperature, $T_{\rm br}$.[233] [234] In the Rayleigh-Jeans part of the black-body spectrum, i.e. in the low-frequency region of thermal radiation

no. Příčinám tohoto jevu lze porozumět, když si uvědomíme, jaký má intenzita záření vztah k zářivé teplotě, $T_{\rm br}$.[233] [235] V Rayleighově-Jeansově části spektra černého tělesa, tedy v nízkofrekvenční oblasti termálního záření, je

$$T_{\rm br} \approx \frac{c^2 I(\nu)}{2k\nu^2}. \tag{10.20}$$

The brightness temperature is lower than the kinetic temperature of particles generating the radiation,

Zářivá teplota je nižší než kinetická teplota částic, které záření vydávají,

$$kT_{\rm th} \approx \Gamma m_0 c^2.$$

Otherwise, if $T_{\rm br} > T_{\rm th}$, the source will absorb its own radiation (in other words, $\chi \gg 1$). $T_{\rm br}$ is thus limited by the value [cp. equation (10.15)]

Naopak při $T_{\rm br} > T_{\rm th}$ bude zdroj pohlcovat své vlastní záření (řečeno jinými slovy, $\chi \gg 1$). $T_{\rm br}$ je tudíž omezeno hodnotou [srov. rovnici (10.15)]

$$T_{\rm br} \lesssim \frac{\Gamma m_0 c^2}{k} \overset{\text{(for electrons)}}{\approx} 10^9 \sqrt{\frac{\nu}{1\ \text{MHz}} \frac{1\ \text{G}}{B}} \quad [\text{K}]. \tag{10.21}$$

The brightness temperature (10.20) of a source with power-law energy distribution (10.18) is frequency dependent, $T_{\rm br} \propto \nu^{-(2+\alpha_s)}$, and synchrotron self-absorption thus occurs at low frequencies. As a consequence of this thermalisation, the spec-

Zářivá teplota (10.20) zdroje s mocninným rozdělením podle energie (10.18) je frekvenčně závislá, $T_{\rm br} \propto \nu^{-(2+\alpha_s)}$, a proto nastává synchrotronové samopohlcování při dostatečně nízkých frekvencích. V důsledku této termalizace pak již spek-

---

[233] Although the spectrum can be substantially different from the Planck spectrum, one formally assigns the brightness temperature to the source by employing the Planck law. It should be understood, however, that knowing the brightness temperature at a given frequency one cannot in general calculate radiation intensity of a non-thermal source at another frequency using the Planck law. For example, the brightness temperature of the Sun is about 6 000 K throughout optical to ultraviolet spectral range but it reaches $10^{10}$ K at radio wavelengths.

[234] Ghisellini, G. 1987, *Non Thermal Radiative Processes in Compact Sources*, Ph.D. Disseration (International School for Advanced Studies, Trieste);
Ghisellini, G., Guilbert, P. W., & Svensson, R. 1988, «The synchrotron boiler», ApJ 364, L5.

[235] Přestože spektrum se může značně odlišovat od Planckova spektra, lze s jeho pomocí zdroji formálně přiřadit zářivou teplotu. Je však třeba pamatovat na to, že u netermálního zdroje není v obecnosti možné ze zářivé teploty, stanovené pro určitou frekvenci, počítat pomocí Planckova zákona intenzitu záření na ostatních frekvencích. Kupříkladu zářivá teplota Slunce činí v optickém až ultrafialovém oboru kolem 6 000 K, ale na rádiových vlnových délkách dosahuje $10^{10}$ K.

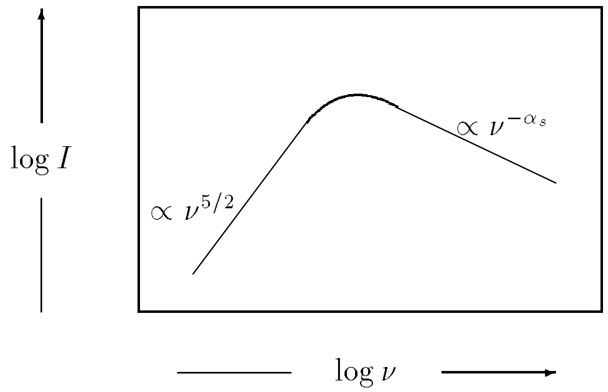


Figure 25: *Synchrotron spectrum of a source with a power-law energy distribution of electrons and self-absorption at low frequencies.*

Obrázek 25: *Synchrotronové spektrum zdroje s mocninným rozdělením elektronových energií a samopohlcením na nízkých frekvencích.*

trum can no longer be a power-law. Instead, from the condition $T_{\rm br} \approx T_{\rm th}$ we find (Fig. 25)

trum není mocninné. Namísto toho nalezneme z podmínky $T_{\rm br} \approx T_{\rm th}$ závislost (obr. 25)

$$I(\nu) \propto \nu^{5/2} B^{-1/2}.$$

The modification of synchrotron spectra at a low frequency is referred to as a *low-frequency turnover.* The term ‘low frequency’ means that the damping occurs in a low-frequency part of the spectrum which is not, however, necessarily a low radio frequency. Indeed, the turnover appears to be detected in the gigahertz range in compact radio sources.

Změna spektra na nízké frekvenci se označuje jako *nízkofrekvenční obrat.* Termín ‚nízkofrekvenční‘ zde však znamená, že se toto tlumení objevuje v nízkofrekvenční části spektra, jež nemusí být nutně až na nízkých rádiových frekvencích. Opravdu se ukazuje, že u kompaktních rádiových zdrojů pozorujeme zmíněný obrat v gigahertzovém pásmu.

There are other possible causes for the low-frequency turnover. The distribution of electrons which has been described by the slope $s$ is naturally valid only within a limited interval of energy, depending on the acceleration mechanism. A low-energy cut-off at a given energy implies a tail (with the slope $1/3$) below the cor-

Připadají v úvahu i další možné příčiny nízkofrekvenčního obratu. Rozdělení elektronů, jež bylo dosud popisováno mocnitelem $s$, je pochopitelně platné jen v omezeném rozsahu energie v závislosti na způsobu urychlení. Hrana na určité spodní energii se projeví tím, že pod odpovídající frekvencí $\omega_{\max}$ spektrum doresponding $\omega_{\max}$ in the spectrum. Let us note that the Rayleigh-Jeans limit of thermal radiation has $I(\nu) \propto \nu^2$, and it is usually believed to be distinguishable from the spectrum powered by the synchrotron mechanism.

znívá (s mocnitelem $1/3$). Poznamenejme ještě, že Rayleighova-Jeansova limita termálního záření má $I(\nu) \propto \nu^2$, přičemž se obvykle věří, že tento průběh lze odlišit od spektra napájeného synchrotronovým mechanismem.

In this brief exposition we have not discussed spectrum polarization features. The cyclotron radiation of a single particle is circularly polarized in the direction of $\boldsymbol{B}$ and linearly polarized in the perpendicular direction. Polarization of radiation produced by particles with an isotropic distribution is almost completely linear; only highly anisotropic distributions have some degree of ellipticity in polarization. We will not elaborate here on polarization though it can be an important tool for detection of synchrotron spectra.[236]

V tomto stručném přehledu jsme nehovořili o polarizačních vlastnostech spekter. Cyklotronové záření jediné částice je kruhově polarizované ve směru $\boldsymbol{B}$ a lineárně polarizované v kolmém směru. Polarizace záření, vytvářeného částicemi s izotropním rozdělením, je téměř zcela lineární; pouze rozdělení se značným stupněm anizotropie vykazují v polarizaci určitý stupeň elipticity. I když zde nebudeme polarizaci blíže rozebírat, může to být důležitý nástroj k detekci synchrotronového spektra.[236]

## 10.3 The Compton scattering/Comptonův rozptyl

The Compton relation describes a shift in frequency of the photon, $\nu_i \to \nu_f$, when gets scattered by a charged particle. Only interactions with electrons meet applications in practice. The relation between initial and final frequencies can be expressed in a form

Comptonův vztah popisuje změnu ve frekvenci fotonu, $\nu_i \to \nu_f$, při jeho rozptylu na nabité částici. V praxi nacházejí aplikaci pouze interakce s elektrony. Vztah mezi počáteční a konečnou frekvencí lze vyjádřit ve tvaru

$$\nu_f = \frac{m_{\mathrm{e}} c^2 \nu_i}{m_{\mathrm{e}} c^2 + h\nu_i (1 - \boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{n}_f)}. \tag{10.22}$$

This formula can be derived from elementary considerations about the conservation of energy and momentum. Introduc-

Tento vzorec lze odvodit pomocí elementárních úvah o zachování energie a hybnosti. Zavedeme-li bezrozměrnou výsled-

[236] Ginzburg, V. L., & Syrovatskii, S. L. 1969, «Developments in the theory of synchrotron radiation and its reabsorption», ARA&A 7, 375;
Legg, M. P. C., & Westfold, K. C. 1968, «Elliptic polarization of synchrotron radiation», ApJ 154, 499.

ing the dimensionless final energy of the photon $e_f \equiv (h\nu_f)/(m_e c^2)$ (subscript "$_f$" stands for "final", after scattering), the dimensionless final energy of the electron $\gamma_f \equiv m/m_e$, the dimensionless final momentum of the electron $p_f$ which is directed along the unit vector $\boldsymbol{n}_f$ ($\gamma_f^2 - p_f^2 = 1$), and denoting corresponding initial values by subscript "$_i$" ($\gamma_i = 1$, $p_i = 0$), one can write (see Fig. 27a for definition of scattering angles)

nou energii fotonu $e_f \equiv (h\nu_f)/(m_e c^2)$ (dolní index „$_f$" znamená „finální", po rozptylu), bezrozměrnou výslednou energii elektronu $\gamma_f \equiv m/m_e$, bezrozměrnou výslednou hybnost elektronu $p_f$ mířící ve směru jednotkového vektoru $\boldsymbol{n}_f$ ($\gamma_f^2 - p_f^2 = 1$) a označíme-li dolním indexem „$_i$" odpovídající počáteční hodnoty ($\gamma_i = 1$, $p_i = 0$), můžeme psát (viz obr. 27a s definicemi úhlů rozptylu)

• Energy conservation:

• Zachování energie:

$$e_i + 1 = e_f + \gamma_f.$$

• Total momentum conservation:

• Zachování celkové hybnosti:

$$\begin{aligned} e_i &= e_f \cos\vartheta + p_f \cos\Theta, \\ 0 &= e_f \sin\vartheta - p_f \sin\Theta. \end{aligned}$$

The solution has a form

Řešení má tvar

$$e_f = \frac{e_i}{1 + e_i \Lambda}, \qquad \gamma_f = 1 + e_i e_f \Lambda, \tag{10.23}$$

$$p_f = e_f \sqrt{e_i\,(e_i + 2)\,\Lambda^2 + 2\Lambda}, \qquad \cos\Theta = (1 + e_i)\sqrt{\frac{\Lambda}{2 + e_i\,(e_i + 2)\,\Lambda}} \tag{10.24}$$

where $\Lambda = 1 - \cos\vartheta$. Equation (10.23) for $e_f$ can be rewritten in terms of wavelength:

kde $\Lambda = 1 - \cos\vartheta$. Rovnici (10.23) pro $e_f$ lze přepsat pomocí vlnové délky:

$$\lambda_f - \lambda_i = \lambda_c \Lambda, \qquad \lambda_c \equiv \frac{h}{m_e c} \doteq 0.002\,426 \text{ nm}. \tag{10.25}$$

• The frequency (or wavelength) difference before and after scattering is a function of $\vartheta$ only; it does not depend on the initial frequency (wavelength).

• Rozdíl frekvence (či vlnové délky) před rozptylem a po něm je funkcí pouze $\vartheta$; nezávisí na počáteční frekvenci (vlnové délce).

• The frequency of low-energy photons changes only slightly at the Compton

• Frekvence nízko-energetických fotonů se při Comptonově rozptylu mění jenom ne-scattering ($e_f \approx e_i$ for $e_i \ll 1$).

• The frequency difference of high-energy photons ($e_i \gg 1$) increases with $\vartheta$.

• At high energies, one can distinguish two limiting cases: (i) small scattering angles, $e_i\Lambda \ll 1 \Rightarrow e_f \approx e_i$; (ii) large angle scattering $e_i\Lambda \gg 1 \Rightarrow e_f \approx 1/\Lambda \approx 1$, independently of $e_i$.

It follows from equation (10.23) that the final energy of scattered electrons lies within the interval

patrně ($e_f \approx e_i$ při $e_i \ll 1$).

• Změna frekvence vysoce energetických fotonů ($e_i \gg 1$) vzrůstá s $\vartheta$.

• Při vysokých energiích lze rozlišit dva mezní případy: (i) rozptyl do malých úhlů, $e_i\Lambda \ll 1 \Rightarrow e_f \approx e_i$; (ii) rozptyl do velkých úhlů $e_i\Lambda \gg 1 \Rightarrow e_f \approx 1/\Lambda \approx 1$, nezávisle na $e_i$.

Z rovnice (10.23) vyplývá, že konečná energie rozptýlených elektronů leží v rozmezí

$$1 \le \gamma_f \le \gamma_{\max},$$

$$\gamma_{\max} = 1 + \frac{2e_i^2}{1+2e_i} \quad (\vartheta = \pi); \qquad \gamma_{\max} \approx 1 \quad (e_i \ll 1); \qquad \gamma_{\max} \approx e_i \quad (e_i \gg 1).$$

The differential cross-section $d\Xi$ is defined (in general, for any type of interaction) by the relation

Diferenciální účinný průřez $d\Xi$ se definuje (v obecnosti pro jakýkoli druh interakce) vztahem

$$dN\, h\nu_i = \frac{d\Xi}{d\varpi_f} d\varpi_f\, I\,(\nu_i)\; dt\, d\nu_i\, d\varpi_i, \tag{10.26}$$

where $dN\, h\nu_i$ is energy lost in time interval $dt$ from the incident beam, $dN$ denotes the number of scattering interactions within the element $d\nu_i\, d\varpi_i$ of frequency and solid angle; $I\,(\nu_i)$ is intensity of the incident beam. The full cross-section is obtained by integration:

kde $dN\, h\nu_i$ je energie ztracená během časového intervalu $dt$ z dopadajícího svazku, $dN$ označuje počet rozptylů uvnitř elementu frekvence a prostorového úhlu $d\nu_i\, d\varpi_i$ frekvence a prostorového úhlu; $I\,(\nu_i)$ je intenzita dopadajícího svazku paprsků. Celkový účinný průřez lze získat integrací:

$$\Xi = \int_{4\pi} \left(\frac{d\Xi}{d\varpi}\right) d\varpi.$$

The effective cross-section for the Compton scattering, as derived from the quantum theory, is given by the *Klein-Nishina formula* (Fig. 26)

Účinný průřez Comptonova rozptylu se odvozuje v kvantové teorii a je dán *Kleinovou-Nishinovou formulí* (obr. 26)

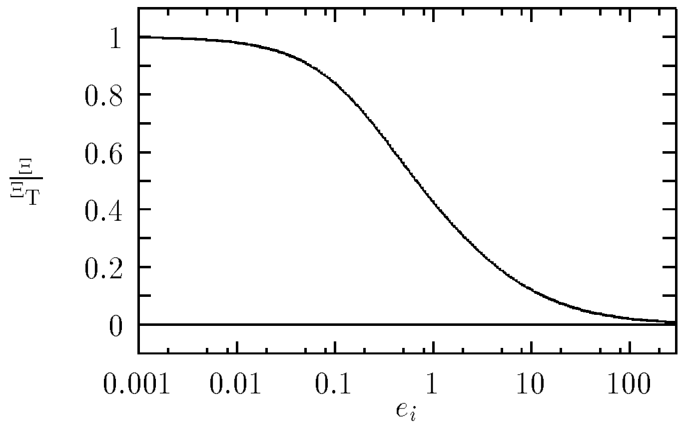


Figure 26: *Graph of the Klein-Nishina effective cross-section as a function of the photon energy $e_i$.*

Obrázek 26: *Graf Kleinova-Nishinova účinného průřezu, vyjádřeného jako funkce energie fotonu $e_i$.*

$$\Xi = \frac{3}{8e_i}\,\Xi_{\rm T}\left[\frac{1+e_i}{e_i}\left(\frac{4(1+e_i)}{1+2e_i} - \frac{2}{e_i}\ln(1+2e_i)\right) + \ln(1+2e_i) - \frac{2e_i+6e_i^2}{(1+2e_i)^2}\right], \qquad (10.27)$$

which can be simplified in the following limit cases:

kterou lze v následujících mezních případech zjednodušit:

$$\Xi \approx \begin{cases} \Xi_{\rm T}\,(1-2e_i)\,, & h\nu_i \ll m_{\rm e}c^2, \\ \frac{3}{8}\,\Xi_{\rm T}\,e_i^{-1}\left[\ln(2e_i) + {}^1\!/_2\right], & h\nu_i \gg m_{\rm e}c^2. \end{cases} \qquad (10.28)$$

The Thomson cross-section $\Xi_{\rm T} = \frac{8}{3}\pi r_{\rm e}^2$ is the classical (low-energy) limit of the Klein-Nishina cross-section.

Thomsonův účinný průřez $\Xi_{\rm T} = \frac{8}{3}\pi r_{\rm e}^2$ představuje klasickou limitu Kleinova-Nishinova účinného průřezu (při malé energii).

Nonrelativistic electrons are heated in the proces of Compton scattering of the high-energy photons. Oppositely, low-energy photons are heated by the inverse-Compton scattering on ultra-relativistic electrons. Given sufficient time, equilibrium can be achieved between the two manifestations of the single effect.

Nerelativistické elektrony se Comptonovým rozptylem vysokoenergetických fotonů ohřívají. Naopak, nízkoenergetické fotony se ohřívají inverzním Comptonovým rozptylem na ultrarelativistických elektronech. Po dostatečně dlouhém čase se ustaví rovnováha mezi oběma těmito projevy téhož jevu.

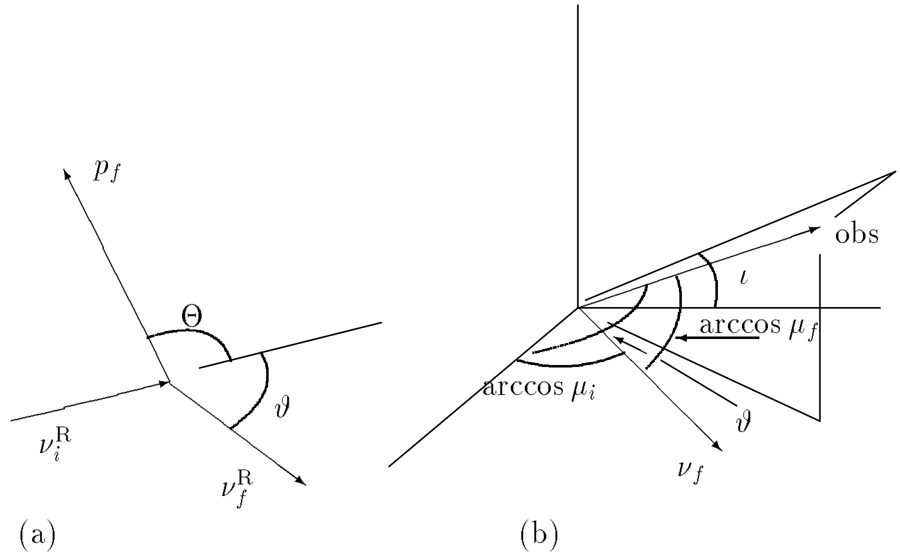


Figure 27: *Geometry in description of the Compton scattering.* (a) *Situation in the rest frame of electron before scattering;* (b) *Relations between angles in deriving equation (III); "obs" denotes the direction to the observer.*

Obrázek 27: *Geometrie v popisu Comptonova rozptylu.* (a) *Stav v klidové soustavě elektronu před rozptylem;* (b) *Vztahy mezi úhly použité při odvození rovnice (III); „obs" označuje směr k pozorovateli.*

## 10.4 Inverse Compton scattering/Inverzní Comptonův rozptyl

We will now address a particular case of the Compton scattering when the electron is relativistic in the "laboratory" system ("L") attached to the observer. This is equivalent to assuming a large value of the Lorentz factor of the transformation between the laboratory frame and the rest frame ("R") of electron, $\Gamma \gg 1$. In addition, we assume low-energy incident photons, $e_i^{\mathrm{L}}\Gamma \ll 1$. We devote a separate chapter to this case in view of its astrophysical importance. Several transformation rules will be needed; they are summarized in the Appendix (page 192).

Probereme nyní zvláštní případ Comptonova rozptylu, při němž jsou elektrony relativistické v „laboratorní" soustavě („L") svázané s pozorovatelem. Je to rovnocenné předpokladu, že Lorentzův faktor pro transformaci mezi laboratorní soustavou a klidovou soustavou („R") elektronu nabývá velké hodnoty, $\Gamma \gg 1$. K tomu ještě předpokládáme nízkou energii dopadajících fotonů, $e_i^{\mathrm{L}}\Gamma \ll 1$. Věnujeme tomuto případu samostatnou kapitolu, protože je z astrofyzikálního hlediska důležitý. Budeme přitom potřebovat několik transformačních pravidel, jež jsou shrnuta v Dodatku (strana 192).

Transforming equation (10.23)

Transformací rovnice (10.23)

$$e_f^{\mathrm{R}} = \frac{e_i^{\mathrm{R}}}{1 + e_i^{\mathrm{R}} \Lambda^{\mathrm{R}}}$$

to the laboratory frame we obtain

$$e_f^{\mathrm{L}} = e_i^{\mathrm{L}} \frac{1 - \beta\mu_i^{\mathrm{L}}}{1 - \beta\mu_f^{\mathrm{L}}} \frac{1}{1 + e_i^{\mathrm{L}} \Gamma \Lambda^{\mathrm{L}} \left(1 - \beta\mu_i^{\mathrm{L}}\right)}, \tag{10.29}$$

where $\beta = v/c$ and $\mu$ is the cosine of the angle between the photon ray and the direction of $v$. Now we will use relation [see equation (A.3) and Fig. 27b]:

$$\frac{1}{1 - \beta\mu_f^{\mathrm{L}}} = \Gamma^2 \left(1 + \beta\mu_f^{\mathrm{R}}\right).$$

Inserting the last relation to $e_f^{\mathrm{L}}$ in (10.29), setting $\beta \to 1$, $\mu_i^{\mathrm{R}} = \left(\mu_i^{\mathrm{L}} - \beta\right) / \left(1 - \beta\mu_i^{\mathrm{L}}\right) \to -1$, $\lambda^{\mathrm{R}} \equiv \cos\vartheta^{\mathrm{R}}$, and adopting the condition of low-energy photons, $e_i^{\mathrm{L}}\Gamma \ll 1$, we find

$$e_f^{\mathrm{L}} \approx e_i^{\mathrm{L}} \Gamma^2 \left[1 - \beta\mu_i^{\mathrm{L}} + \beta\lambda^{\mathrm{R}} \left(\mu_i^{\mathrm{L}} - \beta\right)\right]; \tag{10.30}$$

$e_f^{\mathrm{L}}$ acquires values in the range $e_i^{\mathrm{L}} \lesssim e_f^{\mathrm{L}} \lesssim 4\Gamma^2 e_i^{\mathrm{L}}$. [We have set $\beta \to 1$ and considered only $\beta\left(\mu_i^{\mathrm{L}} - \beta\right) < 0$ for $\lambda^{\mathrm{R}} = 1$, ignoring collisions "from behind" which are rare due to aberration.]

Now we are prepared to evaluate the energy losses of electrons due to the Compton scattering in a radiation field with mean intensity $J(\nu)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= 4\pi \int_{e_i=0}^{\infty} de_i \int_{e_f=e_i}^{4\Gamma^2 e_i} de_f \, \frac{J(e_i)}{e_i} \, e_f \, \Xi \\ &= \tfrac{16\pi}{3} \, \Xi_{\mathrm{T}} \Gamma^2 \int_0^{\infty} J(e_i)\, de_i \;=\; \tfrac{4}{3} \, \Xi_{\mathrm{T}} \Gamma^2 c U_{\mathrm{rad}}, \end{aligned} \tag{10.31}$$

where $U_{\mathrm{rad}}$ is energy density in the ra-

do laboratorní soustavy získáme

kde $\beta = v/c$ a $\mu$ je kosinus úhlu sevřeného světelným paprskem a směrem rychlosti $v$. Použijeme nyní vztah [viz rovnice (A.3) a obr. 27b]:

Když poslední vztah dosadíme do $e_f^{\mathrm{L}}$ v (10.29), položíme $\beta \to 1$, $\mu_i^{\mathrm{R}} = \left(\mu_i^{\mathrm{L}} - \beta\right) / \left(1 - \beta\mu_i^{\mathrm{L}}\right) \to -1$, $\lambda^{\mathrm{R}} \equiv \cos\vartheta^{\mathrm{R}}$ a přijmeme podmínku nízké energie fotonů, $e_i^{\mathrm{L}}\Gamma \ll 1$, nalezneme

$e_f^{\mathrm{L}}$ nabývá hodnot v rozmezí $e_i^{\mathrm{L}} \lesssim e_f^{\mathrm{L}} \lesssim 4\Gamma^2 e_i^{\mathrm{L}}$. [Dosadili jsme $\beta \to 1$ a vzali v úvahu pouze $\beta\left(\mu_i^{\mathrm{L}} - \beta\right) < 0$ při $\lambda^{\mathrm{R}} = 1$, ignorujíce srážky „přicházející odzadu“, jež jsou v důsledku aberace ojedinělé.]

Nyní jsme připraveni vyhodnotit energetické ztráty elektronů při Comptonově rozptylu v zářivém poli se střední intenzitou $J(\nu)$:

kde $U_{\mathrm{rad}}$ je hustota energie v poli záření.

diation field. [All quantities in eq. (10.31) are to be understood in the "L" frame.] The characteristic time-scale for the Compton losses of an electron with energy $\mathcal{E} = \Gamma m_e c^2$ is, by definition [cf. eqs. (10.10)–(10.21)],

[Všechny veličiny v rov. (10.31) je třeba brát v systému „L".] Charakteristická časová škála comptonovských ztrát elektronu s energií $\mathcal{E} = \Gamma m_e c^2$ je podle definice [srov. rov. (10.10)–(10.21)],

$$t_{\rm cool} \equiv \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{P}} \approx \frac{25}{\mathcal{E} U_{\rm rad}}. \tag{10.32}$$

At this point we are, in principle, able to formulate one of the basic problems in astronomy — equation of radiation transfer, which relates the radiation intensity $I(\nu)$ along a light ray to the absorption coefficient $\varkappa$ and the emission coefficient $\eta$:

V tomto bodě jsme v principu schopni formulovat jednu ze základních úloh astronomie — rovnici přenosu záření, která dává do vztahu intenzitu záření $I(\nu)$ podél světelného paprsku s absorpčním koeficientem $\varkappa$ a emisním koeficientem $\eta$:

$$\frac{dI(\nu)}{d\ell} = -\varkappa(\nu) I(\nu) + \eta(\nu), \tag{10.33}$$

where

kde

$$\begin{aligned} \varkappa(\nu) &= \int d\nu_f \int d\Gamma\, \Xi(\nu_f, \nu, \Gamma)\, n(\Gamma), \\ \eta(\nu) &= \int d\nu_i \int d\Gamma\, J(\nu_i)\, \Xi(\nu, \nu_i, \Gamma)\, n(\Gamma). \end{aligned}$$

The energy spectrum of electrons $n(\Gamma)$ is often assumed in a power-law form [as in equation (10.18) before]. In general, both coefficients depend on energy so that the transfer equation has to be solved in a self-consistent manner. Naturally, it is not possible to consider only the Compton scattering because other effects modify the solution. For example the above-mentioned emission coefficient for synchrotron radiation (10.19) also contributes to the emission coefficient.

O energetickém spektru elektronů $n(\Gamma)$ se mnohdy předpokládá, že ho lze vyjádřit mocninnou závislostí [jako tomu bylo už dříve v rovnici (10.18)]. V obecnosti závisí oba koeficienty na energii, takže rovnici přenosu je třeba řešit selfkonzistentním postupem. Nelze se přitom omezit pouze na Comptonův rozptyl, protože řešení ovlivňují i ostatní jevy. Například výše zmíněný emisní koeficient synchrotronového záření (10.19) rovněž přispívá k emisnímu koeficientu.

Comparing equations (10.8) and (10.31) one can see that the ratio of synchrotron to Compton losses is equal to $U_{\rm mag}/U_{\rm rad}$. The condition for syn-

Jestliže spolu porovnáme rovnice (10.8) a (10.31), zjistíme, že podíl synchrotronových ztrát ke comptonovským ztrátám je roven $U_{\rm mag}/U_{\rm rad}$.

chrotron losses to exceed Compton losses, $U_{\mathrm{mag}}/U_{\mathrm{rad}} \gtrsim 1$, in the Rayleigh-Jeans spectral region can be expressed in terms of the brightness temperature (10.20):

V Rayleighově-Jeansově oblasti spektra lze podmínku, aby synchrotronové ztráty převažovaly nad comptonovskými, $U_{\mathrm{mag}}/U_{\mathrm{rad}} \gtrsim 1$, vyjádřit pomocí zářivé teploty (10.20):

$$\frac{U_{\mathrm{mag}}}{U_{\mathrm{rad}}} \propto \frac{\nu_{\mathrm{max}}^2/T_{\mathrm{br}}^4}{\nu_{\mathrm{max}}^3 T_{\mathrm{br}}} \approx \frac{1}{\nu_{\mathrm{max}} T_{\mathrm{br}}^5}.$$

In a situation when synchrotron radiation is significantly inverse Compton scattered, the resulting spectrum is known as *synchrotron–self-Compton (SSC)* radiation.[237] This effect is responsible for the damping of synchrotron radiation at high frequencies. One should note that it is inconsistent to calculate the relative importance of inverse Compton losses vs. other losses with the Thomson cross-section. One needs to employ the full Klein-Nishina formula (10.27) which gives the cross-section decreasing at a high photon energy. Otherwise, the inverse Compton losses are unacceptably overestimated and we end up with a paradoxical result which is known as the "Compton catastrophe".

V situaci, kdy je synchrotronové záření významně ovlivněno inverzním Comptonovým rozptylem, se výsledné spektrum označuje termínem synchrotronové selfcomptonovské záření.[237] Uvedený jev je odpovědný za tlumení synchrotronového záření při velkých frekvencích. Je třeba poznamenat, že vzájemnou významnost inverzních comptonovských ztrát vůči ztrátám jinými procesy není možno počítat s pomocí Thomsonova účinného průřezu. Je třeba použít úplný Kleinův-Nishinův vzorec (10.27), jenž dává průřez, klesající při vysoké energii fotonů. Jinak je význam comptonovských ztrát přeceněn a dopracujeme se paradoxního výsledku, známého jako „Comptonova katastrofa“.

## 10.5 Zel'dovich-Sunyaev effect/Zeldovičův-Sunyaevův jev

There is a particularly important reservoir of low-energy photons distributed with a thermal spectrum throughout space — the relic radiation with intensity given by the Planck law

Existuje jeden obzvláště důležitý zásobník nízkoenergetických fotonů s termálním spektrem, který proniká veškerým prostorem — reliktní záření s intenzitou danou Planckovým zákonem

[237] Band, D. L., & Grindlay, J. E. 1985, «The synchrotron–self-Compton process in spherical geometries. I. Theoretical framework», ApJ 298, 128;
Jones, T. W., O'Dell, S. L., Stein, W. A. 1974, «Physics of compact nonthermal sources. I. Theory of radiation processes», ApJ 188, 353;
—— 1974, «Physics of compact nonthermal sources. II. Determination of physical parameters», ApJ 192, 261;
Marscher, A. 1983, «Accurate formula for the self-Compton X-ray flux density from a uniform, spherical, compact radio source», ApJ 264, 296.

$$B = \frac{2\,(kT_{\rm b})^3}{(hc)^2}\frac{x^3}{e^x-1}, \qquad x \equiv \frac{h\nu}{kT_{\rm b}}. \tag{10.34}$$

and temperature $T_{\rm b} \approx 3$ K. It appears that inborn inhomogeneities of the relic radiation[238] which refer to the period before decoupling of matter from radiation, according to the hot Big Bang model,[239] are extremely small: $\Delta T_{\rm b}/T_{\rm b} \lesssim 10^{-2}$ — cf. a series of contributions resulting from spectrophotometric measurements of *COBE* (the Cosmic Background Explorer).[240] This fact has profound implications for cosmology but we will rather turn our attention to more astrophysical considerations (although we understand that these subjects have quite smooth boundaries.) Nearly perfect isotropy of the relic radiation enables us to look for tiny distortions of its spectrum due to various physical processes. Indeed, it is extremely important for cosmological considerations to be able to separate all possible non-cosmological effects and estimate their order of magnitude.

a teplotou $T_{\rm b} \approx 3$ K. Ukazuje se, že anizotropie, vtištěné reliktnímu záření[238] během doby před oddělením látky od záření, jak to popisuje model horkého velkého třesku, jsou nesmírně malé: $\Delta T_{\rm b}/T_{\rm b} \lesssim 10^{-2}$ — viz řada příspěvků, které vyplynuly ze spektrofotometrických měření pomocí satelitu *COBE* (the Cosmic Background Explorer).[239] Tato skutečnost má hluboké důsledky pro kosmologii, ale my nyní obrátíme svou pozornost spíše k astrofyzikálním úvahám (přestože víme, že tyto obory mají vskutku nejasné hranice.) Téměř dokonalá stejnorodost reliktního záření nám umožňuje pátrat po nepatrných změnách jeho spektra, způsobených nejrůznějšími fyzikálními procesy. Schopnost odlišit všechny jevy nekosmologické povahy, které připadají v úvahu, a stanovit jejich řádovou velikost, je pro kosmologické úvahy nesmírně důležitá.

The inverse Compton heating of relic photons by high-energy electrons is a manifestation of one such effect distorting the relic radiation.[241] The required electrons are presumably present between galaxies in some clusters. The characteristic energy of these electrons is $kT_{\rm e} \approx 5$ keV (assuming the Maxwell distribution) and their density $n_{\rm e} \approx 10^{-3}/{\rm cm}^3$. The corresponding optical thickness of a typical cluster $\chi = \Xi_{\rm T} \int n_{\rm e} d\ell$ is in the range $0.01 \lesssim \chi \lesssim 0.1$. In order to find

Jedním z takových jevů, které ovlivňují reliktní záření, je i ohřívání reliktních fotonů inverzním Comptonovým rozptylem na vysokoenergetických elektronech.[241] Ty jsou dle předpokladů přítomny mezi galaxiemi v některých kupách galaxií. Charakteristická energie těchto elektronů činí $kT_{\rm e} \approx 5$ keV (za předpokladu Maxwellova rozdělení) a hustota $n_{\rm e} \approx 10^{-3}/{\rm cm}^3$. Tomu odpovídající optická tloušťka typické kupy $\chi = \Xi_{\rm T} \int n_{\rm e} d\ell$ se pohybuje v rozmezí $0{,}01 \lesssim \chi \lesssim$

238 Mandolesi, N., & Vittorio, N. (eds.) 1990, *The Cosmic Microwave background: 25 Years Later*, (Kluwer, Dordrecht).
239 Peebles, P. J. E. 1993, *Principles of Physical Cosmology* (Princeton University Press, Princeton).
240 see ApJ 420 (1994), pp. 439, 445, 450.

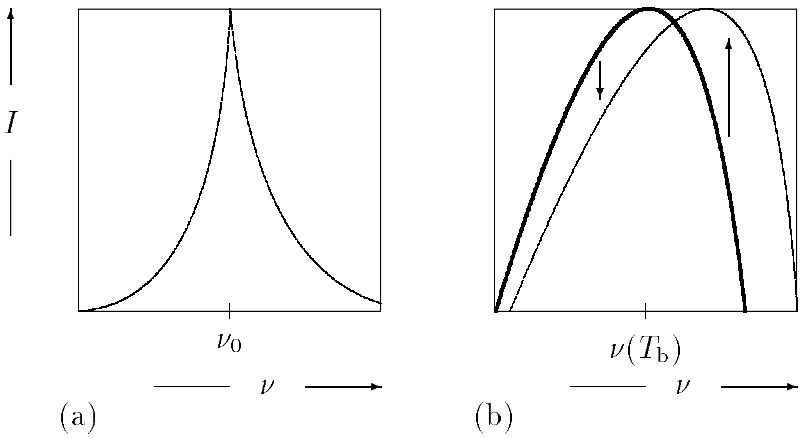


Figure 28: *Normalized spectrum of a source affected by the Zel'dovich-Sunyaev effect.* (a) *Originally monochromatic spectral line with frequency $\nu = \nu_0 \ll kT_\mathrm{e}/h$ becomes wider and asymmetric;* (b) *Originally thermal radiation (thick curve) with temperature $T_\mathrm{b} \ll T_\mathrm{e}$ is transferred to a higher frequency (narrow curve).*

Obrázek 28: *Normalizované spektrum, ovlivněné Zeldovičovým-Sunyaevovým jevem.* (a) *Původně monochromatická spektrální čára s frekvencí $\nu = \nu_0 \ll kT_\mathrm{e}/h$ se stane širší nesouměrná;* (b) *Původně termální záření (silná křivka) s teplotou $T_\mathrm{b} \ll T_\mathrm{e}$ je přeneseno do vyšší energie (úzká křivka).*

how the radiation temperature is affected by the inverse Compton scattering, one has to solve the kinetic Boltzmann equation for the system of electrons and photons. Derivation of this equation in full generality is beyond the scope of our text. Nevertheless, for non-relativistic electrons with $kT_\mathrm{e} \ll m_\mathrm{e}c^2$ in interaction with low-energy photons, $h\nu \ll kT_\mathrm{e}$, one can adopt an approximate relation — the Kompaneetz equation for radiation intensity,[242]

0, 1. Abychom určili, jak ovlivňuje inverzní Comptonův rozptyl teplotu záření, musíme řešit kinetickou Boltzmanovu rovnici pro soustavu elektronů a fotonů. Odvození této rovnice v plné obecnosti ovšem přesahuje rámec našeho textu. Nicméně za předpokladu nerelativistických elektronů s $kT_\mathrm{e} < m_\mathrm{e}c^2$ interagujících s nízkoenergetickými fotony, $h\nu \ll kT_\mathrm{e}$, můžeme přijmout přibližné vyjádření — Kompanejcovu rovnici pro intenzitu záření,[242]

$$\frac{m_\mathrm{e}c^2}{kT_\mathrm{e}}\frac{\partial I}{\partial \chi} = x\frac{\partial}{\partial x}x^4\frac{\partial}{\partial x}\frac{I}{x^3}. \tag{10.35}$$

[241] Zel'dovich, Ya. B., & Sunyaev, P. A. 1968, «The interaction of matter and radiation in a hot-model universe», Ap&SS 4, 301;
—— 1982, «Intergalactic gas in clusters of galaxies, microwave background radiation and cosmology», in *Astrophysics and Cosmic Physics*, Sunyaev, P. A. (ed.) (Nauka, Moscow; in Russian), p. 9.
[242] Kopaneetz, A. C. 1957, «The establishment of thermal equilibrium between quanta and electrons», Sov.Phys.JETP 4, 730;
Weyman, R. 1966, «The energy of spectrum of radiation in the expanding universe», ApJ 145, 560.

Because the background radiation has a thermal spectrum, one can substitute from the Planck law (10.34) $I \to B$ to the right-hand-side of equation (10.35) and obtain the relative difference of intensity (Fig. 28)

Poněvadž pozaďové záření má termální spektrum, můžeme dosadit z Planckova zákona (10.34) $I \to B$ do pravé strany rovnice (10.35), čímž získáme relativní změnu intenzity (obr. 28)

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{kT_\mathrm{e}}{m_\mathrm{e}c^2}\frac{xe^x}{e^x-1}\left(x\,\frac{e^x+1}{e^x-1}-4\right)\chi. \tag{10.36}$$

Corresponding relative difference in the radiation temperature is

S tím spojená relativní změna teploty záření je

$$\frac{\Delta T_\mathrm{b}}{T_\mathrm{b}} = \frac{\Delta I}{I}\frac{d\ln T_\mathrm{b}}{d\ln I} = \frac{kT_\mathrm{e}}{m_\mathrm{e}c^2}\left(x\,\frac{e^x+1}{e^x-1}-4\right)\chi. \tag{10.37}$$

In the Rayleigh-Jeans part of spectrum, $h\nu \ll kT_\mathrm{b}$ ($x \ll 1$),

V Rayleighově-Jeansově části spektra, $h\nu \ll kT_\mathrm{b}$ ($x \ll 1$),

$$\frac{\Delta T_\mathrm{b}}{T_\mathrm{b}} \approx -\frac{2kT_\mathrm{e}}{m_\mathrm{e}c^2}\,\chi. \tag{10.38}$$

The above formula shows that within this spectral range the relative change of the brightness temperature is negative and independent of the wavelength. This conclusion can be intuitively understood by realizing that low-energy photons are transferred to higher frequencies. One can thus expect a decrease of the radio-measured temperature of the relic radiation in the direction of clusters of galaxies, and values of the order of 1 mK have indeed been confirmed observationally.[243]

Výše uvedený vzorec ukazuje, že v této spektrální oblasti je relativní změna zářivé teploty záporná a nezávisí na vlnové délce. Intuitivně lze tento závěr pochopit, pokud si uvědomíme, že nízkoenergetické fotony jsou přenášeny do vyšších frekvencí. Lze tudíž očekávat pokles rádiově měřené teploty reliktního záření ve směru ke kupám galaxií, a skutečně byly potvrzeny hodnoty řádu 1 mK.[243]

[243] Klein, U., Schlickeiser, R., Wielebinski, R., & Rephaeli, Y. 1991, «Measurement of the Sunyaev-Zeldovich effect towards the A 2218 cluster of galaxies», A&A 244, 43;
Jones, M., Saunders, R., Alexander, P., et al. 1994, «An image of the Sunyaev-Zel'dovich effect», Nature 365, 320;
Wilbanks, T. M., Ade, P. A. R., Fischer, M. L., et al. 1994 «Measurement of the Sunyaev-Zel'dovich effect toward Abell 2163 at a wavelength of 2.2 millimeters», ApJ 427, L75;
Andreani, P., Böhringer, H., Booth, R., et al. 1994, «Observations of the Sunyaev-Zeldovich effect towards ROSAT Clusters…», The Messenger 78, 41.

# Part IV/Část IV

# Astrophysical jets/Astrofyzikální výtrysky

*Truth is not that which is demonstrable, but that which is ineluctable.*

Antoine de Saint-Exupéry

## 11 Observational facts/Poznatky z pozorování

A huge jet of matter emerging from the core of M 87 galaxy was first studied by H. D. Curtis[244] at the beginning of the 20th century. At that time astronomy was restricted to optical wavelengths. Later, radioastronomical observations identified radio sources — stellar objects in the Galaxy and distant extragalactic objects.[245] In the 1950s radio astronomers detected extragalactic radio sources, nowadays designated as 'classical' extended double radio sources for their typical structure consisting of two separate parts. Jets analogous to the one in the M 87 galaxy are often associated with these objects. Cygnus A was the first example of this class.

Velký výtrysk hmoty, vycházející z jádra galaxie M 87, zkoumal poprvé počátkem 20. století H. D. Curtis.[246] V té době se astronomie omezovala na optické vlnové délky. Později radioastronomická pozorování odhalila rádiové zdroje. Náleží k nim stelární objekty uvnitř Galaxie a vzdálené extragalaktické objekty.[245] V padesátých letech zaznamenali astronomové extragalaktické rádiové zdroje, dnes často označované jako ‚klasické' dvojité zdroje z důvodu jejich typické stavby sestávající ze dvou oddělených částí. U těchto objektů se často pozorují výtrysky, obdobně jako je tomu u galaxie M 87. Cygnus A byl prvním příkladem z této třídy.

[244] Curtis, H. D. 1918, «Descriptions of 762 nebulae and clusters photographed with the Crossley reflector», Publ.Lick.Obs. Curtis writes: "*A curious straight ray lies in a gap in the nebulosity in p.a. 20°, apparently connected with the nucleus by a thin line of matter. The ray is brightest at its inner end, which is 11″from the nucleus*".

[245] Baade, W., & Minkowski, R. 1954, «On the identification of radio sources», ApJ 119, 215.

[246] Curtis, H. D. 1918, «Descriptions of 762 nebulae and clusters photographed with the Crossley reflector», Publ.Lick.Obs. 13, 9. Curtis zde píše: "*Podivný přímý paprsek se rozprostírá v mezeře uvnitř*

Soon it became apparent that jets transport large amounts of material and energy from the central source to radio lobes. At present it is known that jets exist in both extended (with sizes of kiloparsecs to megaparsecs) and compact (on parsec scales) extragalactic radio sources.[247]

Brzy bylo patrné, že výtrysky přenášejí velké množství látky a energie z ústředního zdroje k rádiovým lalokům. V současnosti je známo, že výtrysky existují jak v rozsáhlých (s rozměry kiloparseků až megaparseků), tak i v kompaktních (na škálách parseků) extragalaktických rádiových zdrojích.[247]

Fig. 29 shows a radio-detected jet and a weaker counterjet of the elliptic galaxy NGC 6251. Plasma instabilities manifest themselves by a complicated, "wiggly" motion of the jets. The sequence of maps was taken at increasing frequency and resolution. The radio systems are indicated with relevant panels: WSRT — Westerbork Synthesis Radio Telescope, VLA — Very Large Array, VLB — Very-Long-Baseline interferometry with the network of mutually distant radiotelescopes. The size of the oval denoted as HPBW (Half-Power Beam Width) represents resolution of the radiotelescopical system.

Obr. 29 ukazuje výtrysk a jemu protilehlý slabší protějšek u eliptické galaxie NGC 6251. Mapy byly pořízeny v rádiovém oboru. Nestability v plazmatu se projevují složitým, „třaslavým" pohybem výtrysků. Posloupnost map byla zaznamenána při zvyšující se frekvenci a zlepšujícím se rozlišení. Použité rádiové soustavy jsou vyznačeny vedle příslušných snímků: WSRT — Westerbork Synthesis Radio Telescope, VLA — Very Large Array, VLB — interferometrická síť vzájemně odlehlých radioteleskopů s velmi dlouhou základnou. Rozměr oválu označeného HPBW (šířka paprsku v polovině výkonu) představuje rozlišovací schopnost radioteleskopické soustavy.

Jets have been discovered on stellar scales in the Galaxy, too.[248] Galactic jets are usually associated with young protostellar objects,[249] observationally identified with the category of Herbig-Haro objects,[250] or with certain types of the binary-star system.[251]

Byly objeveny též výtrysky na hvězdných škálách v Galaxii.[248] Tyto galaktické výtrysky se obvykle vyskytují ve spojení s mladými protostelárními objekty,[249] pozorovateli zařazovanými do třídy Herbigových-Harových objektů,[250] nebo náleží k jistému druhu dvojhvězd-

---

*mlhoviny v pozičním úhlu* 20°*, očividně spojený s jádrem tenkou linií hmoty. Paprsek je nejjasnější u svého vnitřního konce, který se nachází* 11″ *od jádra*".

247 Begelman, M. C., Blandford, R. D., & Rees, M. J. 1984, «Theory of extragalactic radio sources», Rev.Mod.Phys. 56, 255;
Ferrari, A., & Pacholczyk, A. G. (eds.) 1983, *Astrophysical Jets* (D. Reidel Publishing Company, Dordrecht);
Rees, M. J. 1985, «Jets and galactic nuclei», in *Highligts of Modern Astronomy*, Shapiro, S. L., & Teukolsky, S. A. (eds.) (Wiley-Interscience, New York);
Wiita, P. J. 1991, «The production of jets and their relation to active galactic nuclei», in *Beams and Jets in Astrophysics*, Hughes, P. A. (ed.) (Cambridge University Press, Cambridge), p. 379;
Zensus, J. A., & Pearson, T. J. 1990, *Parsec Scale Radio Jets* (Cambridge University Press, Cambridge).

ných systémů.[251]

SS 433[253] is probably the best studied object with two jets on a stellar scale. Balmer emission lines have been detected in their radiation, one line being redshifted and the other blueshifted. Measurements support the idea that the jets contain an electron-proton material at a temperature about $10^4$ K moving at the speed $v \approx 0.26\,c$ ($\Gamma \approx 1.04$).[254] The wavelength of the lines oscillates with period of about 164 days, which can be explained by a precession motion of jets. The jets have been detected in spectral domains from X-rays to radio waves. The linear size of the X-ray emitting region is of the order of $10^{12}$ cm while the optical jets are about ($10^{14}$–$10^{15}$) cm long. The kinetic energy of the jets has been estimated at ($10^{36}$–$10^{40}$) erg/s.[255]

SS 433[253] je patrně nejlépe prostudovaným objektem se dvěma výtrysky na hvězdné škále. V jejich záření byly zaznamenány Balmerovy emisní čáry, z nichž jedna je posunuta k červenému a druhá k modrému konci spektra. Měření svědčí o tom, že výtrysky obsahují elektron-protonovou látku s teplotou asi $10^4$ K, pohybující se rychlostí $v \approx 0,26\,c$ ($\Gamma \approx 1,04$).[254] Vlnová délka čar se mění s periodou asi 164 dnů, což lze vysvětlit precesním pohybem výtrysků. Výtrysky byly zaznamenány ve spektrálních oborech od rentgenových paprsků po rádiové vlny. Lineární rozměr oblasti vydávající rentgenové záření je řádu $10^{12}$ cm, zatímco optické výtrysky jsou asi ($10^{14}$–$10^{15}$) cm dlouhé. Kinetická energie výtrysků byla odhadnuta na ($10^{36}$–$10^{40}$) erg/s.[255]

An X-ray-emitting jet of length about 7 pc emerges from the Vela pulsar (PSR 0833-45).[256] This pulsar is associated

Přibližně 7 pc dlouhý výtrysk, vydávající rentgenové záření, vychází od pulzaru Vela (PSR 0833-45).[256] Tento pulzar sou-

248 Padman, R., Lasenby, A. N., & Green, D. A. 1991, «Jets in the Galaxy», in *Beams and Jets in Astrophysics*, Hughes, P. A. (ed.) (Cambridge University Press, Cambridge), p. 484.
249 Blondin, J. M., Fryxell, B. A., & Königl, A. 1990, «The structure and evolution of radiatively cooling jets», ApJ 360, 370;
Scheuer, P. A. G., 1974, «Models of extragalactic radio sources with a continuous energy supply from a central object», MNRAS 166, 513.
250 Herbig, G. H., & Jones, B. F. 1981, «Large proper motions of the Herbig-Haro objects HH 1 and HH 2», AJ 86, 1232;
Strom, S. E., Grasdalen, G. L., & Strom, K. M. 1974, «Infrared and optical observations of Herbig-Haro objects», ApJ 191, 111.
251 Taylor, A. R., Seaquist, E. R., & Mattei, J. A. 1986, «A radio outburst and jet from the symbiotic star CH Cyg», Nature 319, 38.
252 Bridle, A. H., & Perley, R. A. 1984, «Extragalactic Radio Jets», ARA&A 22, 319, © Annual Reviews Inc.
253 Stephenson, C. B., & Sanduleak, N. 1977, «New H-alpha emission stars in the Milky Way», ApJS 33, 459.
254 Fabian, A. C., & Rees, M. J. 1979, «SS 433: a double jet in action?», MNRAS 187, 13P;
Margon, B. 1984, «Observations of SS 433», ARA&A 22, 507.
255 Begelman, M. C., Sarazin, C. L., Hatchett, S. P. et al. 1980, «Beam models for SS 433», ApJ 238, 722.

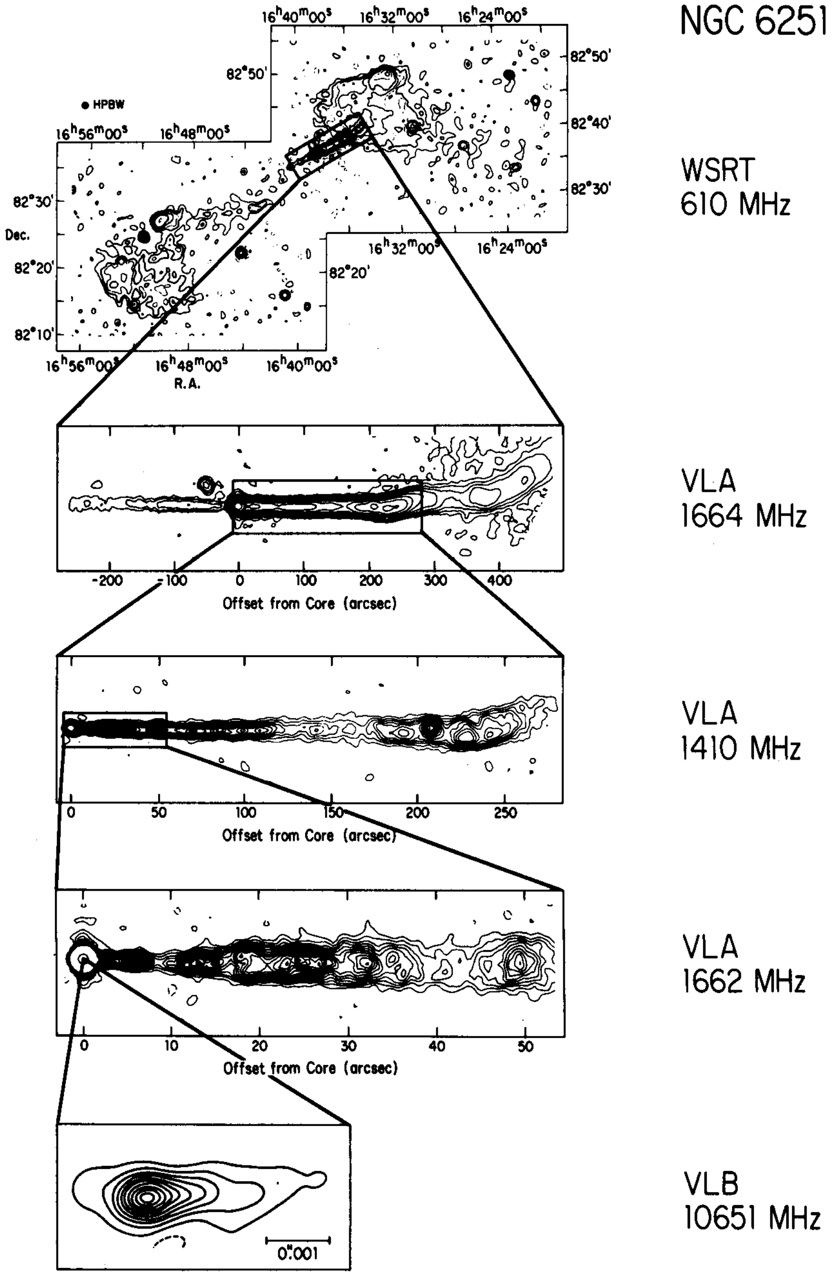


Figure 29: *Radio image of the jets of the elliptic galaxy NGC 6251 at increasing resolution. See the text for details. This montage is reproduced, with permission, from ref. [252].*

Obrázek 29: *Rádiový obraz výtrysků u eliptické galaxie NGC 6251 při zvyšující se rozlišovací schopnosti. Podrobnosti viz text. Tuto montáž reprodukujeme se svolením z práce [252].*

with a well-known remnant of the Vela supernova.[257] At a distance of 500 pc the jet extends over 45′ on the sky.

visí s dobře známým pozůstatkem po výbuchu supernovy v souhvězdí Plachet.[257] Při vzdálenosti 500 pc se výtrysk rozprostírá po obloze v délce kolem 45′.

# 12 Physical processes in jets/Fyzikální procesy ve výtryscích

Observers detect cosmic jets with lengths from a subparsec scale up to more than a megaparsec. Extragalactic jets resemble, to a certain degree, a scaled-up version of jets in the Galaxy, although they may consist of different material (electron-proton plasma vs. electron-positron plasma) and the acceleration mechanisms may also be different (hydrodynamic vs. magnetohydrodynamic). Propagation of a jet through an ambient medium is a very complex problem[258] which we will only touch from two particularly interesting aspects in the present chapter — the so-called superluminal motion and one-sidedness of jets.[259]

Pozorovatelé zaznamenali kosmické výtrysky s řádovými délkami od méně než jednoho parseku až po více než megaparsek. Extragalaktické výtrysky do jisté míry připomínají zvětšenou verzi výtrysků v Galaxii, avšak mohou být tvořeny z jiného materiálu (elektron-protonové plazma vs. elektron-pozitronové plazma) a způsob jejich urychlování může být rovněž odlišný (hydrodynamický vs. magnetohydrodynamický). Otázka šíření výtrysku je velice složitá;[258] v této kapitole se jí pouze dotkneme z hlediska dvou obzvláště zajímavých jevů — tzv. nadsvětelného pohybu a jednostrannosti výtrysků.[259]

The speed of flow in continuous jets cannot be measured directly, but various patterns with fast relative motion are often observed, particularly in compact (parsec scale) jets.[260] Two rather different views of such jets have been proposed: they can be formed either by a continuous stream of fluid with comoving inhomogeneities, or by a flow of separate 'plasmons' (clouds of radiating plasma) mov-

U spojitých výtrysků nelze rychlost toku změřit přímo, avšak mnohdy, zejména v případě kompaktních výtrysků (na škále parseků), se pozorují rozličné nerovnoměrnosti s rychlým vzájemným pohybem.[260] Nabízejí se dva dosti odlišné pohledy na takové výtrysky: mohou být tvořeny buď spojitým proudem tekutiny, s níž se pohybují i jednotlivé nerovnoměrnosti, nebo se může jednat o oddě-

[256] Markwardt, C. B., & Ögelman H. 1995, «An X-ray jet from the Vela pulsar», Nature 375, 40.
[257] Kahn, S. M., Gorenstein, P., Harnden, F. R. Jr, & Seward, F. D. 1985, «*Einstein* observations of the Vela supernova remnant: The spatial structure of the hot emitting gas», ApJ 299, 821.
[258] Begelman, M. C., Rees, M. J., & Blandford, R. D. 1979, «A twin-jet model for radio trails», Nature 279, 770.
[259] Hughes, P. A. (ed.) 1991, *Beams and Jets in Astrophysics* (Cambridge University Press, Cambridge).

ing in an ambient medium. Continuous jets require a steady source of accelerated material which keeps moving until ram pressure decelerates the jet head (producing enhanced emission in radio lobes). Description in plasmon terms is applicable when individual overdensities are too much separated for the ambient medium to have time to fill the gaps between them (*size/sound speed* gives a characteristic time). Plasmons must be rather dense because they are more affected by interaction with the medium than inhomogeneities in an otherwise continuous flow. Evolution of separate plasmons and jet inhomogeneities differs in these two views and they are thus appropriate for different objects.[261]

lené plazmony (oblaky zářícího plazmatu), které se pohybují okolním prostředím. Spojité výtrysky vyžadují stálý zdroj urychleného materiálu, pohybujícího se, dokud se jeho čelo nezbrzdí rázovým tlakem (přičemž vzniká zvýšená emise rádiových laloků). Popis pomocí plazmonů je možný tehdy, když jsou jednotlivé zhustky příliš vzdáleny na to, aby okolní prostředí mělo dost času vyplnit mezery mezi nimi (*rozměr/rychlost zvuku* dává charakteristický čas). Je třeba, aby plazmony byly dostatečně husté, protože je působení okolního prostředí ovlivňuje více, než je tomu u nerovnoměrností v jinak spojitém toku. Vývoj oddělených plazmonů a nehomogenit ve výtrysku je u obou pohledů různý, takže jsou vhodné pro různé objekty.[261]

## 12.1 Jet formation/Vznik výtrysků

Several mechanisms have been proposed to explain the origin of jets. Basic constraints on the models are naturally the required jet collimation and acceleration. Long-term stability (over the period $\gtrsim 10^6$ years) and pre-collimation within a small distance from the nucleus ($\lesssim 1$ pc) are required for extragalactic objects. Relativistic speeds of the material flow have been detected in some compact extragalactic and also stellar-scale Galactic jets (cf. page 182 below).

Bylo navrženo několik mechanismů k vysvětlení původu výtrysků. Základním požadavkem, omezujícím modely, je přirozeně potřebné soustředění výtrysků a jejich urychlení. U extragalaktických objektů se požaduje dlouhodobá stálost (po dobu $\gtrsim 10^6$ let) a počáteční soustředění v malé vzdálenosti od jádra ($\lesssim 1$ pc). V některých kompaktních extragalaktických výtryscích i ve výtryscích na hvězdné škále v Galaxii byly zaznamenány relativistické rychlosti pohybu látky (viz str. 182 níže).

• *Thermal model.* Two anti-parallel out-

• *Termální model.* Dva protisměrné výto-

[260] Norman, M. L., Smarr, L., Winkler, K.-H., & Smith, M. D. 1982, «Structure and dynamics of supersonic jets», A&A 113, 285;
van Putten, M. H. P. M. 1995, «Knots in magnetized relativistic jets and their simulations», Nature ???;
Wilson, M. J. 1987, «Steady relativistic fluid jets», MNRAS 226, 447.

[261] Zaninetti, L., & van Horn, H. M. 1988, «Geometrical patterns of astrophysical jets», A&A 189, 45.

flows in pressure equilibrium with the surrounding plasma in gravitational field of the nucleus.[262]

• *Radiation pressure model.* Two antiparallel outflows in narrow "funnels" arising along the axis of a radiation pressure supported torus or an accretion disk.[263]

• *Hydromagnetic model.* Outflows of matter which is confined to the magnetic field and distorts magnetic field lines, mainly due to particle inertia. Magnetic pressure plays the crucial role here.[264]

The above mentioned schemes may be supplemented by additional, precollimation processes which help in the initial formation of jets so that their final properties result from a mutual interplay of numerous electromagnetic and gravitational effects.[265]

ky, které jsou v rovnováze tlaků s okolním plazmatem v gravitačním poli jádra.[262]

• *Model s tlakem záření.* Dva protisměrné výtoky v úzkých „komínech", které vznikají podél osy toru či akrečního disku udržovaného tlakem záření.[263]

• *Hydromagnetický model.* Výtok hmoty, která je svázána s magnetickým polem a zakřivuje jeho silokřivky, především v důsledku setrvačnosti částic. Magnetický tlak zde hraje určující roli.[264]

Výše uvedená schémata mohou být doplňována dalšími procesy počátečního soustředění, napomáhajícími v počátečních stádiích vzniku výtrysků, takže jejich výsledné vlastnosti plynou ze vzájemné souhry více elektromagnetických a gravitačních jevů.[265]

[262] Blandford, R. D., & Rees, M. J. 1974, «A 'twin-exhaust' model for double radio sources», MNRAS 169, 395;
Clarke, D. A., Norman, M. L., Burns, J. O. 1986, «Numerical simulations of a magnetically confined jet», ApJ 311, L63.
[263] Jaroszyńsky, M., Abramowicz, M. A., & Paczyński, B. 1980, «Supercritical accretion disks around black holes», Acta Astronomica 30, 1;
Sikora, M., & Wilson, D. B. 1981, «The collimation of particle beams from thick accretion discs», MNRAS 197, 529.
[264] Benford, G. 1984, «Magnetically ordered jets from pulsars», ApJ 282, 154;
Blandford, R. D., & Payne, D. G. 1982, «Hydromagnetic flows from accretion discs and the production of radio jets», MNRAS 199, 883;
Camenzind, M. 1986, «Hydromagnetic flows from rapidly rotating compact objects», A&A 162, 32;
Lovelace, R. V. E., Mehanian, C., Mobarry, C. M., & Sulkanen, M. E. 1986, «Theory of axisymmetric magnetohydrodynamic flows: Disks», ApJS 62, 1;
Michel, F. C. 1987, «Electromagnetic jets from compact objects», ApJ 321, 714;
Nobili, L., Calvani, M., & Turolla, R. 1985, «On hydrodynamics of astrophysical jets — I. Basic equations», MNRAS 214, 161.
[265] Bičák, J., Semerák, O., & Hadrava, P. 1993, «Collimation effects of the Kerr field», MNRAS 263, 545;
de Felice, F., & Curir, A. 1992, «Axial collimation in the Kerr metric», Class. Quantum Gravity 9, 1303;
Karas, V., & Vokrouhlický, D. 1990, «Test particle motion around a magnetised Schwarzschild black hole», Class.Quantum.Grav. 7, 391.

## 12.2 Particle acceleration/Urychlování částic

Efficient acceleration of particles, presumably up to relativistic energies, occurs in various types of astronomical objects.[266] The accelerated particles are observed, for instance, near black holes or in supernova explosions. In the context of the present text, we are mainly interested in application to

- cosmic jets (outflows of matter),[267]
- accretion disk coronae.[268]

The problem of efficient particle-acceleration to high energies is rather difficult, mainly due to the fact that conditions in cosmic environments differ substantially from those in laboratory plasmas.[269] Several tentative mechanisms have been proposed in which shock waves or electromagnetic effects accelerate particles. On the other hand, radiative losses act against acceleration. We are particularly interested in processes which eventually result in a power-law distribution of particle energies because, as we have seen in the chapter about synchrotron radiation, such a distribution leads to frequently observed power-law spectra.[270]

V různých astronomických objektech probíhá účinné urychlování částic, patrně až na relativistické energie.[266] Takto urychlené částice zaznamenáváme například v blízkosti černých děr nebo při výbuších supernov. V souvislosti s obsahem tohoto textu nás zajímají především aplikace pro

- kosmické výtrysky (výtoky hmoty),[267]
- koróny akrečních disků.[268]

Otázka účinného urychlování částic do vysokých energií je poměrně složitá, a to především z toho důvodu, že podmínky kosmického prostředí se do značné míry odlišují od podmínek laboratorního plazmatu.[269] Bylo navrženo více možných procesů, při nichž se částice urychlují působením rázových vln nebo elektromagnetických jevů. Naproti tomu zářivé ztráty působí proti urychlování. Nás zajímají zejména takové procesy, v jejichž důsledku se nakonec ustaví mocninné rozdělení energií částic, poněvadž, jak jsme viděli v kapitole o synchrotronovém záření, takové rozdělení vytváří často pozorované mocninné spektrum.[270]

---

[266] Drury, L. O'C 1983, «An introduction to the theory of diffusive shock acceleration of energetic particles in a tenuous plasma», Rep.Prog.Phys. 46, 973;
Zel'dovich, Ya. B., & Rayzer, Yu. P. 1967, *Physics of Shock Waves and High-Temperature Phenomena* (Academic Press, New York).
[267] Aller, H. D., Hughes, P. A., & Aller, M. F. 1987, «Evidence for shocks in relativistic jets», in *Superluminal Radio Sources*, Zensus, J. A., & Pearson, T. J. (eds.) (Cambridge University Press, Cambridge), p. 273;
Blandford, R. D., & Königl, A. 1979, «Relativistic jets as compact radio sources», ApJ 232, 34;
Bridle, A., & Eilek, J. (eds.) 1984, *Physics of Energy Transport in Extragalactic Radio Sources*, Proceedings of NRAO Workshop No.$\tilde{9}$ (National Radio Astronomy Observatory, Green Bank, WV).
[268] Shields, G. A., McKee, C. F., Lin, D. N. C., & Begelman, M. C. 1986, «Compton-heated winds and coronae above accretion disks. III. Instability and oscillations», ApJ 306, 90.

*Shock Acceleration.* We will mention in brief the *first order Fermi process* because it has often been proposed as a promising mechanism of the particle acceleration in jets. This process can be driven by shock waves.[271]

Accretion onto a black hole is always supersonic and outflows in relativistic jets also apparently exceed the sound speed. The conditions in supersonic streams thus lead to formation of shock fronts where discontinuities in physical quantities (speed of material, density,...) develop. Let us consider transmission of matter through a shock front, in presence of Alfvén waves, which represent one of the wave solutions of the magnetohydrodynamic equations with perturbations of the magnetic and velocity fields being perpendicular to the original magnetic field.[272] Alfvén waves propagate through the medium at the speed

*Rázové urychlování.* Stručně se zmíníme o *Fermiho procesu prvního druhu*, protože ten je často navrhován jako slibný mechanismus částicového urychlování ve výtryscích. Mohou ho udržovat rázové vlny.[271]

Akrece na černou díru je vždy nadzvuková a také výtoky v relativistických výtryscích zřejmě přesahují rychlost zvuku. Podmínky v nadzvukových proudech tak dávají vzniknout rázovým čelům, v nichž se tvoří nespojitosti fyzikálních veličin (rychlost látky, hustota,...). Uvažme, jak se přenáší hmota přes rázové čelo za přítomnosti Alfvénových vln. Ty představují jedno z vlnových řešení magnetohydrodynamických rovnic, v němž jsou poruchy magnetického pole a rychlosti kolmé k původnímu magnetickému poli.[272] Alfvénovy vlny postupují prostředím rychlostí

$$v_{\mathrm{A}} = \frac{\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{k}}{\sqrt{4\pi\rho}} \qquad (12.1)$$

($\boldsymbol{k}$ is a unit wave vector), scattering charged particles. Relativistic particles interact with Alfvén waves provided the *Larmor radius* $\approx 1/($*wave vector*$)$. As a result, the particles cross the shock front

($\boldsymbol{k}$ je jednotkový vlnový vektor), a přitom způsobují rozptyl nabitých částic. Relativistické částice interagují s Alfvénovými vlnami, pokud je *Larmorův poloměr* $\approx 1/($*vlnový vektor*$)$. V důsledku

269 Melrose, D. B. 1986, *Instabilities in Space and Laboratory Plasmas* (Cambridge University Press, Cambridge).

270 Arons, J., Max, C., & McKee, C. (eds.) 1979, *Particle Acceleration Mechanisms in Astrophysics* (American Institute of Physics, New York);
Eilek, J. A., & Hughes, P. A. 1991, «Particle acceleration and magnetic field evolution», in *Beams and Jets in Astrophysics*, Hughes, P. A. (ed.) (Cambridge University Press, Cambridge), p. 428.

271 Biermann, P. L., & Strittmatter, P. A. 1987, «Synchrotron emission from shockwaves in active galactic nuclei», ApJ 322, 643;
Blandford, R. D., & Ostriker, J. P. 1978, «Particle acceleration by astrophysical shocks», ApJ 221, L29;
Eichler, D. 1979, «Particle acceleration in collisionless shocks: Regulated injection and high efficiency», ApJ 229, 419.

272 Chen, F. C. 1974, *Introduction to Plasma Physics* (Plenum Press, New York).

many times repeatedly until eventually they get definitivelly transmitted. Every time a particle crosses the shock front its speed is changed discontinuously and the particle gains energy from the bulk kinetic energy of the flow. It can be seen that in each crossing the energy gain is proportional to the relative speed of the shock wave. This is why the process is called 'the first order mechanism', in contrast to some other, less-efficient processes in which the energy increase is of the second order with respect to the relative speed[273] (the original Fermi process is of the second order).[274] Alfvén waves are by no means the only considered possibility because other numerous wave modes are generated in the turbulent medium of jets.[275]

toho překračují částice rázové čelo mnohokrát opakovaně, až nakonec definitivně projdou. Pokaždé, když částice překročí rázové čelo, změní se skokem její rychlost a částice získá energii na úkor celkové kinetické energie toku. Lze ukázat, že vzrůst energie při každém přechodu je úměrný relativní rychlosti rázového čela. To je také důvod, proč se tento proces označuje jako ‚mechanismus prvního druhu', na rozdíl od některých jiných, méně účinných procesů, při nichž je vzrůst energie úměrný druhé mocnině relativní rychlosti[273] (původní Fermiho proces je druhého druhu).[274] Alfvénovy vlny nejsou zdaleka jedinou uvažovanou možností, protože v turbulentním prostředí výtrysků vznikají četné další módy.[275]

*Electromagnetic acceleration.* In contrast to laboratory plasmas, purely electrostatic acceleration is probably unimportant in highly conductive cosmic environments because electric fields are immediately neutralised in the local rest-frame of the material. However, strong inhomogeneous and variable magnetic fields exist in the vicinity of compact objects. For example, $B \approx (10^6$–$10^{10})$ G is expected in the near zone of pulsars. These fields act in the strong magnetic field regime and they are capable of directly accelerating charged particles.

*Elektromagnetické urychlování.* Na rozdíl od plazmatu v laboratoři je čistě elektrostatické urychlení plazmatu ve vysoce vodivém kosmickém prostředí patrně nedůležité, protože se elektrické pole v místní klidové soustavě spojené s látkou okamžitě neutralizuje. V blízkosti kompaktních objektů však vznikají silná nehomogenní a proměnná magnetická pole. Kupříkladu v blízké oblasti pulzarů lze předpokládat $B \approx (10^6$–$10^{10})$ G. Tato pole působí v režimu silného magnetického pole a jsou schopna přímo urychlovat nabité částice.

---

273 Achterberg, A. 1979, «The energy spectrum of electrons accelerated by weak magnetohydrodynamic turbulence», A&A 76, 276;
Pacholczyk, A. G., & Scott, J. S. 1976, «*In situ* particle acceleration and physical conditions in radio tail galaxies», ApJ 203, 313;
Christiansen, W. A., Rolison, G., & Scott, J. S. 1979, «Extended radio sources: The effects of particle acceleration and radiative losses on source dynamics», ApJ 234, 456.

274 Fermi, E. 1949, «On the origin of the cosmic radiation», Phys.Rev. 75, 1169.

275 Henriksen, R. N., Bridle, A. H., & Chan, K. L. 1982, «Synchrotron brightness distribution of turbulent radio jets», ApJ 257, 63;
Wentzel, D. G. 1969, «The propagation and anisotropy of cosmic rays. II. Electrons», ApJ 157, 545.

## 12.3 Superluminal motion/Nadsvětelný pohyb

The radioastronomical technique of Very-Long-Baseline Interferometry (VLBI) was crucial for the discovery in early 1970s that the structure of jets in some active galactic nuclei evolves with speeds apparently exceeding the speed of light, $v_{\rm obs} \lesssim 20\,c$ (Fig. 30).[276] These objects — so-called superluminal sources, belong to the class of quasars and BL Lac's (rarely a galaxy).[277]

Radioastronomická metoda interferometrie s velmi dlouhou základnou stála počátkem sedmdesátých let u objevu, že se struktura výtrysků v některých aktivních galaktických jádrech vyvíjí s rychlostí zdánlivě překračující rychlost světla, $v_{\rm obs} \lesssim 20\,c$ (obr. 30).[276] Tyto objekty — tzv. nadsvětelné zdroje, náleží do třídy kvazarů a objektů typu BL Lac (výjimečně jsou to galaxie).[277]

Several possible explanations of superluminal speeds have been suggested which do not require a major change in our understanding of physical laws,[279] but one of them is preferred by many astronomers; it is a kinematical model of superluminal sources requiring that the observer is located approximately at the direction of the jet expansion and that the expansion takes place at a relativistic speed, $v \to c$.[280]

Je známo několik možných vysvětlení nadsvětelných rychlostí, která nevyžadují žádnou podstatnou změnu v našem chápání fyzikálních zákonů,[279] avšak jedno z nich je upřednostňováno řadou astronomů; je to kinematický model nadsvětelných zdrojů, jenž vyžaduje, aby se pozorovatel nacházel přibližně ve směru expanze výtrysku a aby expanze probíhala relativistickou rychlostí, $v \to c$.[280]

Objects with superluminal motion

V poměrně nedávné době byly zazna-

---

276 Cohen, M. H., Cannon, W., Purcell, G. H., et al. 1971, «The small-scale structure of radio galaxies and quasi-stellar sources at 3.8 centimeters», ApJ 170, 207;
Rees, M. J. 1984, «Black hole models for active galactic nuclei», ARA&A 22, 471;
Whitney, A. R., Shapiro, I. I., Rogers, A. E. E., et al. 1971, «Quasars revisited: rapid time variations observed via very-long-baseline interferometry», Science 173, 225;
Zensus, J. A., & Pearson, T. J. (eds.) 1987, *Superluminal Radio Sources* (Cambridge University Press, Cambridge).

277 Maraschi, L., Maccacaro, T., & Ulrich, M.-H. (eds.) 1989, *BL Lac Objects*, Lecture Notes in Physics 334 (Springer-Verlag, Berlin).

278 Bridle, A. H., & Perley, R. A. 1984, «Extragalactic Radio Jets», ARA&A 22, 319, © Annual Reviews Inc.

279 Cawthorne, T. V. 1991, «Interpretation of parsec scale jets», in *Beams and Jets in Astrophysics*, Hughes, P. A. (ed.) (Cambridge University Press, Cambridge), p. 187.

280 Blandford, R. D., & Königl, A. 1979, «Relativistic jets as compact radio sources», ApJ 232, 34;
Blandford, R. D., McKee, C. F., & Rees, M. J. 1977, «Super-luminal expansion in extragalactic radio sources», Nature 267, 211;
Rees, M. J. 1966, «Appearance of relativistically expanding radio sources», Nature 211, 468;
Ozernoy, L. M., & Sazonov, V. N. 1969, «The spectrum and polarization of a source of synchrotron emission with components flying apart at relativistic velocities», Ap&SS 3, 395.

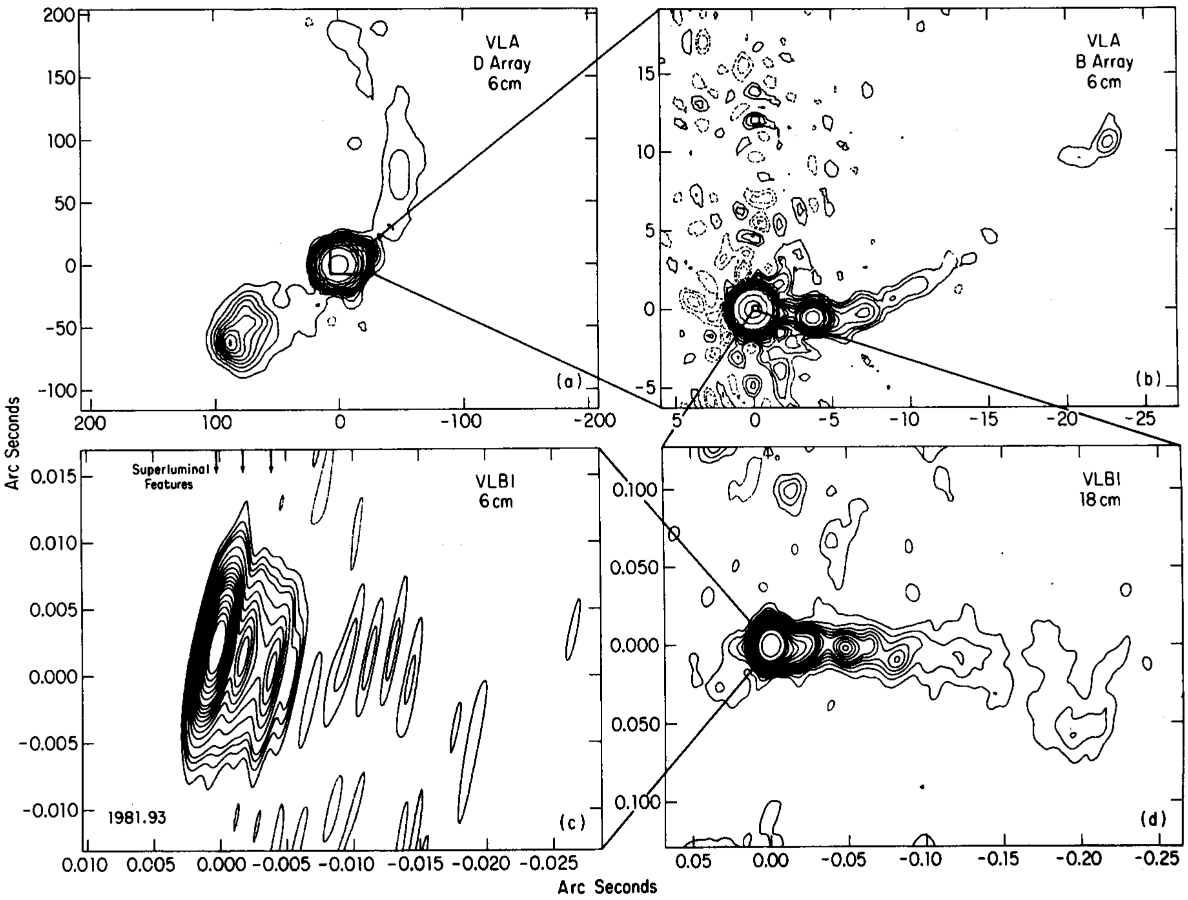


Figure 30: *The quasar 3C 120 is an example of a superluminal source. The three brightest features in the lower-left panel (at the highest angular resolution) exhibit superluminal expansion. The object was observed at different wavelengths (indicated with relevant panels) with the VLA. The highest resolution is achieved by Very-Long-Baseline interferometry (VLBI). Reproduced, with permission, from ref. [278].*

Obrázek 30: *Kvazar 3C 120 je příkladem nadsvětelného zdroje. Tři nejjasnější útvary v levém dolním panelu (s největším úhlovým rozlišením) vykazují nadsvětelné rozpínání. Objekt byl pozorován v různých vlnových délkách (vyznačeny jsou u jednotlivých panelů) pomocí soustavy VLA. Největšího rozlišení bylo dosaženo metodou interferometrie s velmi dlouhou základnou (VLBI). Reprodukováno se svolením z práce [278].*

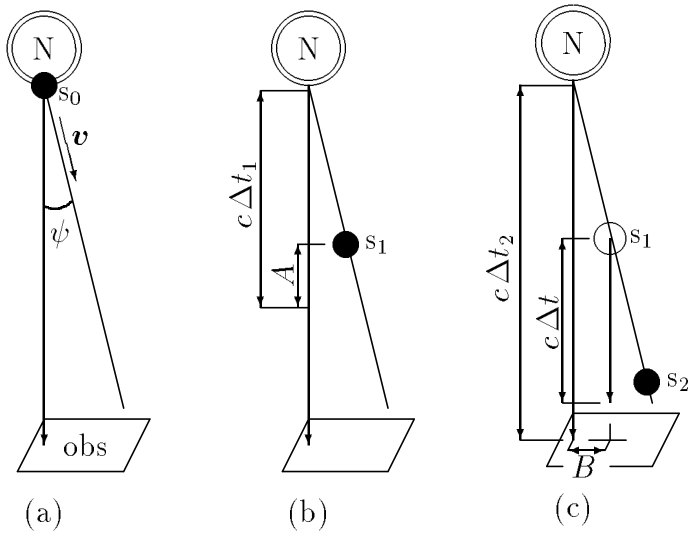


Figure 31: *Orientation of superluminal sources in a naive version of the kinematical model (see the text).*

Obrázek 31: *Orientace nadsvětelných zdrojů ve zjednodušeném kinematickém modelu (viz text).*

have also been detected quite recently within the Galaxy.[281] These objects are probably associated with jets emanating from stellar-mass compact objects in X-ray binary systems.

The situation is shown schematically in Fig. 31. It is a sort of ballistic model which is based only on a finite speed of light. First (a) an active nucleus "N" expels a plasmon "$s_0$" at velocity $\boldsymbol{v}$ directed closely to the line of sight of an observer, $\psi \ll 1$. Information about this event travels with the speed of light $c$ to the observer plane ("obs"). The plasmon moves at a lower speed, of course; (b) the difference in locations of the plasmon "$s_1$" and light front from "$s_0$" reaches distance $A$ after a period of time $\Delta t_1$. Eventu-

menány objekty s nadsvětelným pohybem též uvnitř Galaxie.[281] Tyto objekty jsou pravděpodobně asociovány s výtrysky, vystupujícími od kompaktních objektů s hvězdnou hmotností v dvojitých rentgenovských soustavách.

Situace je zjednodušeně znázorněna na obr. 31. Jedná se o jakýsi balistický model, založený pouze na konečné rychlosti. Nejprve (a) dojde k vyvrhnutí nějakého plazmonu „$s_0$“ z aktivního jádra „N“. Jeho rychlost $\boldsymbol{v}$ míří téměř podél směru pohledu pozorovatele, $\psi \ll 1$. Informace o této události postupuje rychlostí světla $c$ k pozorovatelově rovině („obs“). Plazmon se pochopitelně pohybuje rychlostí menší, než je rychlost světla; (b) během časového intervalu $\Delta t_1$ vzniká rozdíl $A$ v poloze plazmonu „$s_1$“ a čela

[281] Hjellming, R. M., & Rupen, M. P. 1995, «Episodic ejection of relativistic jets by the X-ray transient GRO J1655-40», Nature 375, 464;
Mirabel, I. F., & Rodriguez, L. F. 1994, «A superluminal source in the Galaxy», Nature 371, 46;
Tingay, S. J., Jauncey, D. L., Preston, R. A., et al. 1995, «Relativistic motion in a nearby bright X-ray source», Nature 374, 141.

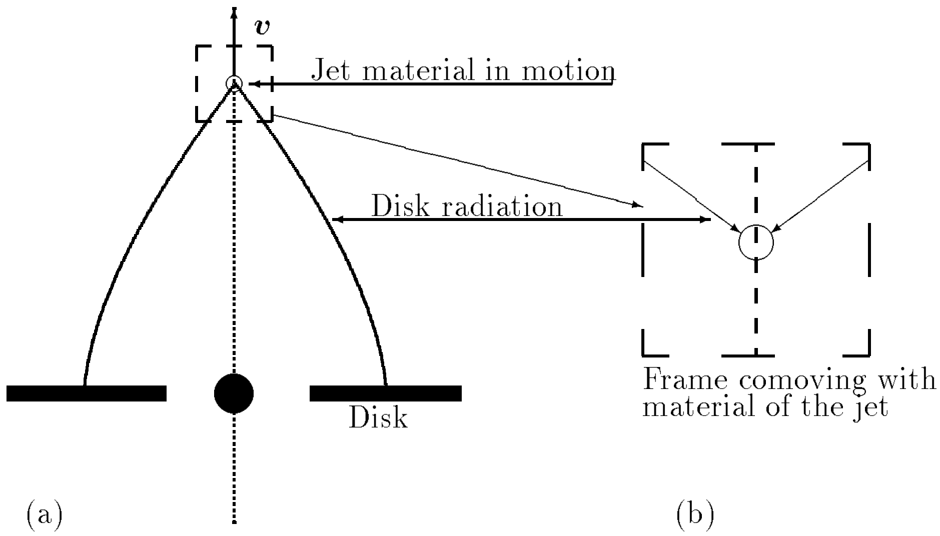


Figure 32: *Drag acting on the jet due to the disk radiation. Direction and frequency of radiation is different in the the global frame* (a) *and in the local rest-frame* (b) *attached to the jet material. The difference is given by the Lorentz transformation to velocity $v$. Terminal speed is established by the interplay of the radiative force and gravity.*

Obrázek 32: *Vlečení výtrysku způsobené zářením disku. Směr a frekvence záření v globální soustavě* (a) *se liší od směru v místní klidové soustavě* (b)*, spojené s materiálem výtrysku. Rozdíl je dán Lorentzovou transformací na rychlost $v$. Konečná rychlost se ustaví souhrou síly záření a gravitace.*

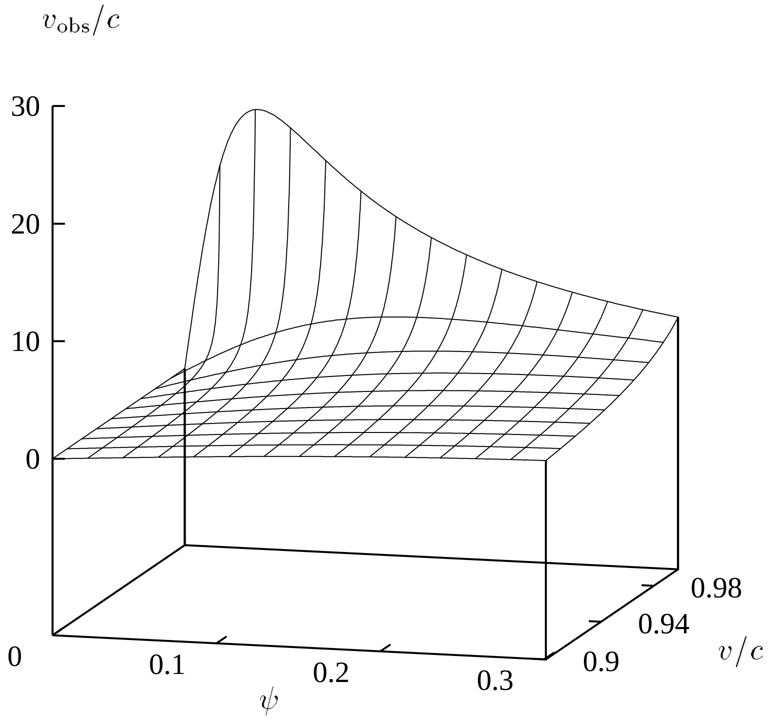


Figure 33: *The apparent relative speed $v_{\rm obs}$ of a blob of radiating material in a jet as a function of its speed $v$ in the source frame and viewing angle $\psi$. The difference between the two speeds is apparent when $v \to c$ and $\psi \ll 1$.*

Obrázek 33: *Zdánlivá vzájemná rychlost $v_{\rm obs}$ zhustku zářící látky ve výtrysku, jakožto funkce jeho rychlosti $v$ v soustavě spojené se zdrojem a úhlu pohledu $\psi$. Rozdíl mezi oběma rychlostmi je zřetelný, pokud $v \to c$ a $\psi \ll 1$.*

ally (c), the information about the event "$s_0$" reaches the observer after a time-lapse $\Delta t_2$, while the information about the event "$s_1$" still has to travel a certain distance. (The plasmon is now at position "$s_2$".) Evidently, $B > A$ for $v/c \to 1$, and one concludes that the plasmon moves at the apparently superluminal speed $v \approx cB/A$. Rigorous derivation considers all special relativistic and cosmological effects in addition.

One can easily derive a relationship between the velocity of separate blobs of matter in the jet and time intervals determined in the frame of a moving source

světelné vlny z „$s_0$". Konečně (c) po uplynutí doby $\Delta t_2$ dosáhne informace o události „$s_0$" pozorovatele, zatímco informace o „$s_1$" má ještě kus cesty před sebou. (Plazmon se nyní nachází v poloze „$s_2$".) Zjevně při $v/c \to 1$ je $B > A$, a lze tedy uzavřít, že se plazmon pohybuje zdánlivě nadsvětelnou rychlostí $v \approx cB/A$. Přesné odvození bere v úvahu rovněž všechny efekty speciální relativity a kosmologické efekty.

Snadno lze odvodit vztah mezi rychlostí jednotlivých zhustků hmoty ve výtrysku a časovými intervaly vztaženými k soustavě pohybujícího se zdroje (index (subscript "s") in comparison with intervals as they are measured by a distant observer (subscript "obs"), i.e.

$$\Delta t_{\rm obs} = \Delta t_{\rm s} \left(1 - \frac{v}{c}\cos\psi\right), \qquad v_{\rm obs} = \frac{v\sin\psi}{1 - \frac{v}{c}\cos\psi}; \tag{12.2}$$

$v_{\rm obs}$, the observed transverse speed, has a maximum $v_{\rm obs} = \Gamma v$ when $\cos\psi = {}^{v}\!/_{c}$.

The expansion speed $v$ of the jet material is of course a very important quantity connected with the jet model. It has been suggested that its terminal value is established at the Compton speed limit by an accretion disk radiation. The terminal speed of a particle or a blob of gas is determined by the fact that a slowly moving object is accelerated (radiation pushes it away from the disk; see Fig. 32) while a fast object is decelerated (radiation acts against motion due to anisotropy which is caused by aberration and the Doppler blueshift in the rest-frame of the object).[282] The value of the terminal speed depends on the jet composition and is further modified by gravitational effects.[283] Highly relativistic speeds probably cannot be achieved in models in which the terminal speed is determined solely by the radiation drag.

Another viable explanation of the superluminal motion in jets takes into account gravitational lensing effects which

„s") ve srovnání s časovými intervaly, měřenými vzdáleným pozorovatelem (index „obs"), tzn.

$v_{\rm obs}$, zjištěná příčná rychlost, nabývá největší hodnoty $v_{\rm obs} = \Gamma v$, když $\cos\psi = {}^{v}\!/_{c}$.

Rychlost $v$ pohybu látky ve výtrysku je pochopitelně velmi důležitá veličina, spjatá s modelem výtrysku. Bylo navrženo, že její konečná hodnota se ustaví na comptonovské rychlostní mezi, která je dána zářením akrečního disku. Konečná rychlost částice nebo plazmového zhustku je určena skutečností, že pomalu pohybující se objekt je urychlován (záření jej tlačí směrem od disku, viz obr. 32), zatímco rychlý objekt je brzděn (záření působí proti pohybu z důvodu anizotropie, která je vyvolána aberací a Dopplerovým modrým posuvem v klidové soustavě objektu).[282] Hodnota konečné rychlosti závisí na složení výtrysku a je dále modifikována gravitačními vlivy.[283] Vysoce relativistických rychlostí patrně nelze dosáhnout v rámci modelů, kdy je konečná rychlost určena výhradně zářivým brzděním.

Další životaschopné vysvětlení nadsvětelného pohybu ve výtryscích bere v úvahu vlivy gravitační čočky, které pů-

[282] Melia, F., & Königl, A. 1989, «The radiative deceleration of ultrarelativistic jets in active galactic nuclei», ApJ 340, 162;
Noerdlinger, P. D. 1978, «Positrons in compact radio sources», Phys.Rev.Lett 41, 135;
Phinney, E. S. 1982, «Acceleration of a relativistic plasma by radiation pressure», MNRAS 198, 1109;
Li, Zhi-Yun, Begelman, M.C., & Chiueh, Tzihong 1992, «The effects of radiation drag on radial, relativistic hydromagnetic winds», ApJ 384, 567.

[283] Abramowicz, M. A., Ellis, G. F. R., & Lanza, A. 1990, «Relativistic effects in superluminal jets and neutron star winds», ApJ 361, 470;
Vokrouhlický, D., & Karas, V. 1991, «General relativistic effets in astrophysical jets», A&A 252, 835.

influence radiation near a massive object and thus may magnify the measured speed of the source image. It has also been proposed that observed images are not connected with any physical motion of material in the source. Indeed, they may be caused by irradiation of the material which acts as a screen (something like a lighthouse effect).[284] It turns out that these alternative models have more difficulties in explaining other features of superluminal sources (variability, spectra) than the kinematical model.

sobí na záření blízko hmotného objektu, a mohou tak zvětšit měřenou rychlost obrazu zdroje. Bylo též navrženo, že pozorovaný obraz vlastně nesouvisí s žádným fyzikálním pohybem látky ve zdroji. Může to být pouhý důsledek ozáření této látky, která hraje roli stínítka (jakýsi majákový efekt).[284] Ukazuje se, že uvedené alternativní modely mají při vysvětlování ostatních vlastností nadsvětelných zdrojů (proměnnost, spektra) více obtíží než kinematický model.

## 12.4 One-sided jets/Jednostranné výtrysky

It has been observed that one-sided jets emerge from some active galactic nuclei. We will explain how their existence is accommodated within the framework of the unified scheme of AGN where all jets are truly two-sided. Although a simple and elegant explanation has been known for a long time (cf. next paragraph),[285] there are also other viable explanations which assume that at least some jets are intrinsically one-sided or that actions of the two opposite jets alternate.[286]

Bylo zjištěno, že z některých jader aktivních galaxií vystupují jednostranné výtrysky. Vysvětlíme si, jak se lze s jejich existencí vypořádat v rámci sjednoceného pohledu na aktivní galaxie, podle něhož jsou všechny výtrysky ve skutečnosti oboustranné. Jednoduché a elegantní vysvětlení je známo již delší dobu (viz následující odstavec),[285] ale přesto jsou možná i jiná vysvětlení, která předpokládají, že přinejmenším některé výtrysky jsou vskutku jednostranné nebo se dva protilehlé výtrysky ve své činnosti střídají.[286]

Let us describe the relativistic beam-

Popišme jednostranné výtrysky podle

[284] Lynden-Bell, D. 1977, «Hubble's constant determined from super-luminal radio sources», Nature 270, 396;
Scheuer, P. A. G. 1984, «Explanations of superluminal motion», in *VLBI and Compact Sources*, Proceedings of the IAU Symposium No. 110, Fanti, R., Kellerman, K., & Setti, G. (eds.) (D. Reidel Publishing Company, Dordrecht), p. 197.

[285] Orr, M. J. L., & Browne, I. W. A. 1982, «Relativistic beaming and quasar statistics», MNRAS 200, 1067;
Scheuer, P. A. G., & Readhead, A. C. S. 1979, «Superluminally expanding radio sources and the radio-quiet QSOs», Nature 277, 182.

[286] Rudnick, L., & Edgar, B. K. 1984, «Alternating-side ejection in extragalactic radio sources», ApJ 279, 74.

ing model of one-sided jets. First, we will estimate the flux of radiation incoming from the jet to a detector. For simplicity we assume an optically thin source for simplicity. The equation of radiation transfer acquires the form

tzv. modelu relativistických svazků. Nejprve odhadneme tok záření, který přichází od výtrysku do detektoru. Předpokládáme pro jednoduchost opticky tenký zdroj, takže rovnice přenosu záření nabývá tvaru

$$\frac{dI(\nu)}{d\ell} = -\varkappa\, I(\nu) + \eta(\nu) \approx \eta(\nu).$$

Let us assume that radiation is emitted with a power-law emissivity $\eta(\nu) \propto \nu^{-\alpha_s}$ and the emission is isotropic in the rest-frame "R" attached to the jet material (simplifying assumptions that can comprise synchrotron emission, for example). The rest-frame is related by the Lorentz transformation to observer's laboratory frame "L" (cf. Appendix, p. 192). The transformation of various quantities is determined by the Doppler factor (Fig. 34)

Předpokládejme, že záření je emitováno s mocninnou emisivitou $\eta(\nu) \propto \nu^{-\alpha_s}$ a že emise probíhá izotropně v klidové soustavě „R" spojené s látkou výtrysku (to jsou zjednodušující předpoklady, jež zahrnují kupříkladu synchrotronové záření). Klidová soustava je přes Lorentzovu transformaci vztažena k laboratorní pozorovatelově soustavě „L" (viz Dodatek, str. 192). Transformace různých veličin zprostředkuje dopplerovský člen (obr. 34)

$$D \equiv \frac{1}{\Gamma\left(1 - \frac{v}{c}\cos\psi\right)}.$$

It follows that

Odtud

$$\begin{aligned} F^{\mathrm{L}}(\nu) &= \int_{\text{over the source}} d\varpi\, I^{\mathrm{L}}(\nu^{\mathrm{L}}) = \int \frac{d\mathcal{S}}{r^2}\, d\ell\, \eta^{\mathrm{L}}(\nu^{\mathrm{L}}) \\ &= \frac{D^{2+\alpha_s}}{r^2} \int d\mathcal{V}\, \eta^{\mathrm{R}}(\nu^{\mathrm{L}}). \end{aligned} \tag{12.3}$$

We have used the rule for the Lorentz transformation of frequency and power-law emissivity,

Použili jsme pravidlo pro Lorentzovu transformaci frekvence a mocninné emisivity,

$$\nu^{\mathrm{L}} = D\nu^{\mathrm{R}}, \qquad \eta^{\mathrm{L}}(\nu^{\mathrm{L}}) = D^2 \eta^{\mathrm{R}}(\nu^{\mathrm{R}}) = D^{2+\alpha_s} \eta^{\mathrm{R}}(\nu^{\mathrm{L}});$$

$d\ell$ is an element of length along the line of sight, $d\mathcal{S}$ element of area normal to the line of sight, and $d\mathcal{V} = d\mathcal{S}\, d\ell$ is the ele-

$d\ell$ je element délky ve směru pohledu, $d\mathcal{S}$ je plošný element kolmý k tomuto směru a $d\mathcal{V} = d\mathcal{S}\, d\ell$ je element objemu. Naposledy

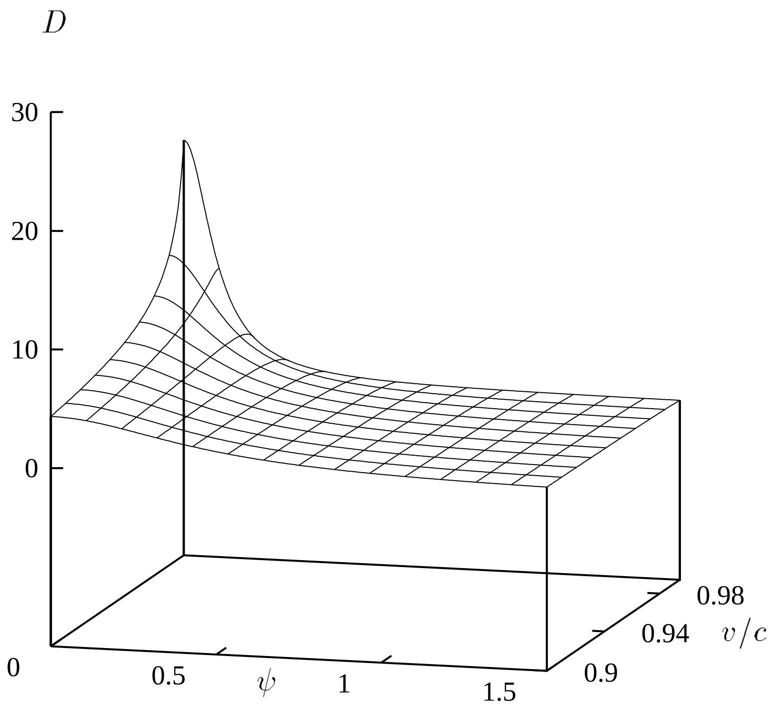


Figure 34: *The Doppler factor $D$ as a function of the viewing angle $\psi$ and speed $v/c$.*

Obrázek 34: *Dopplerovský člen $D$ jakožto funkce úhlu pohledu $\psi$ a rychlosti $v/c$.*

ment of volume. The last formula can be moderately complicated in realistic models: Simple radial dependence $r^2$ must be replaced by the luminosity distance when cosmological effects are taken into account;[287] The exponent $2 + \alpha_s$ must be replaced by $3 + \alpha_s$ due to the volume transformation when the observed region comoves with the emission region, etc.

Suppose that there are two antiparallel jets which emerge from the source with velocities $\pm\boldsymbol{v}$ in opposite directions under angles $\psi$ and $\pi - \psi$ with respect to the line of sight. Assuming the same values of spectral index $\alpha_s \approx 0.5$ and emissivity in both jets, we obtain the ratio of observed fluxes from the jets

$$\frac{F_+^{\mathrm{L}}}{F_-^{\mathrm{L}}} = \left(\frac{c + v\cos\psi}{c - v\cos\psi}\right)^{5/2}. \tag{12.4}$$

The ratio $F_+^{\mathrm{L}}/F_-^{\mathrm{L}} \approx (2/\psi)^5$ for $\Gamma \gtrsim \psi^{-1} \gtrsim 1$, which with $\psi \approx 30°$ reaches the value of $\approx 10^3$. Such a large contrast may explain why current observations often fail to detect the receding jet though the sources can intrinsically be double-sided. However, some one-sided sources have apparently no jet directed to the observer, and their nature thus remains unclear.[288]

uvedený vzorec se stane poněkud složitější v realistických modelech: Přibereme-li do úvahy kosmologické jevy, musíme nahradit jednoduchou radiální závislost na $r^2$ luminozitní vzdáleností;[287] Exponent $2+\alpha_s$ je třeba zaměnit za $3+\alpha_s$ v důsledku transformace objemu, pokud se pozorovaná oblast výtrysku pohybuje společně se zářící oblastí atd.

Předpokládejme, že ze zdroje vycházejí dva protisměrné výtrysky rychlostmi $\pm\boldsymbol{v}$ mířícími v opačných směrech pod úhly $\psi$ a $\pi - \psi$ vůči směru pohledu. Předpokládajíce stejnou hodnotu spektrálního indexu $\alpha_s \approx 0,5$ a stejnou emisivitu v obou výtryscích, dostáváme poměr pozorovaných toků od výtrysků

Podíl $F_+^{\mathrm{L}}/F_-^{\mathrm{L}} \approx (2/\psi)^5$ pro $\Gamma \gtrsim \psi^{-1} \gtrsim 1$, což s $\psi \approx 30°$ dosahuje hodnoty $\approx 10^3$. Takový velký kontrast může vysvětlit, proč současná pozorování mnohdy nezaznamenají vzdalující se výtrysk, přestože vlastní zdroj může být oboustranný. Ovšem jsou známy i takové jednostranné zdroje, u nichž ani jeden z výtrysků zjevně nemíří k pozorovateli. Podstata těchto objektů zůstává nevyjasněna..[288]

---

[287] Weinberg, S. 1972, *Gravitation and Cosmology* (John Wiley & Sons, New York).

[288] Rudnick, L. 1987, «A different perspective on superluminal sources», in *Superluminal Radio Sources*, Zensus, J. A., & Pearson, T. J. (eds.) (Cambridge University Press, Cambridge), p. 217.

# Part V/Část V

# Appendix/Dodatek

## A Notes on the Lorentz transformation/Poznámky k Lorentzově transformaci

In this Appendix we summarize properties of certain physical quantities under the special Lorentz transformation (SLT),[289] as they have been used a number of times in the main text. Two frames are introduced: a laboratory frame attached to the observer (it will be denoted by superscript "L") and a rest frame of a particle moving with respect to the observer (superscript "R"). The relative velocity of the two frames, $v$, is chosen along the $z$-axis; $\beta \equiv v/c$, $\Gamma \equiv 1/\sqrt{(1-\beta^2)}$ (Fig. 35). Transformation rules, in the usual notation, are:

V tomto dodatku popíšeme vlastnosti určitých fyzikálních veličin při speciální Lorentzově transformaci (SLT),[289] které jsme vícekrát použili v hlavním textu. Zavedeme dvě soustavy: laboratorní soustavu, spojenou s pozorovatelem (budeme ji označovat horním indexem „L") a klidovou soustavu částice, která se vůči pozorovateli pohybuje (horní index „R"). Vzájemná rychlost těchto dvou soustav, $v$, je zvolena podél osy $z$; $\beta \equiv v/c$, $\Gamma \equiv 1/\sqrt{(1-\beta^2)}$ (obr. 35). V obvyklém značení vyhlížejí transformační pravidla takto:

• For a time interval

• Pro časový interval

$$dt^{\mathrm{R}} = \Gamma^{-1} dt^{\mathrm{L}}; \tag{A.1}$$

• For photon frequency ($\mu$ is the cosine of an angle between the direction of motion of the source and direction to the observer)

• Pro frekvenci fotonu ($\mu$ je úhel mezi směrem pohybu zdroje a směrem k pozorovateli)

$$\nu^{\mathrm{R}} = \Gamma \nu^{\mathrm{L}} \left(1 - \beta \mu^{\mathrm{L}}\right); \tag{A.2}$$

• For the cosine of an angle between the direction of motion and any given direction

• Pro kosinus úhlu mezi směrem pohybu a libovolným daným směrem

[289] Rindler, W. 1995, *Introduction to Special Relativity* (Clarendon Press, Oxford).

$$\mu^{\rm R} = \frac{\mu^{\rm L} - \beta}{1 - \beta\mu^{\rm L}}; \tag{A.3}$$

• For an element of the solid angle

• Pro element prostorového úhlu

$$d\varpi^{\rm R} = \frac{1}{\Gamma^2 \left(1 - \beta\mu^{\rm L}\right)^2}\, d\varpi^{\rm L}; \tag{A.4}$$

• For radiation intensity

• Pro zářivou intenzitu

$$I^{\rm R}(\nu) = I^{\rm L}(\nu)\Gamma^3 \left(1 - \beta\mu^{\rm L}\right)^3; \tag{A.5}$$

• For the differential cross-section

• Pro diferenciální účinný průřez

$$\left[\frac{d\Xi}{d\varpi_f}\right]^{\rm R} = \left[\frac{d\Xi}{d\varpi_f}\right]^{\rm L} \frac{\left(1 - \beta\mu_f^{\rm L}\right)^2}{\left(1 - \beta\mu_i^{\rm L}\right)}\, \Gamma^2. \tag{A.6}$$

It is straightforward to derive the above given relations. As an example, we write down the explicit matrix form of the transformation of the photon four-momentum:

Výše uvedené rovnice lze odvodit přímočarým postupem. Jako příklad napíšeme explicitní maticovou podobu transformace čtyřhybnosti fotonu:

$$\begin{array}{c} t \to \\ x \to \\ y \to \\ z \to \end{array} \quad \begin{pmatrix} \Gamma & 0 & 0 & -\beta\Gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\Gamma & 0 & 0 & \Gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu^{\rm L} \\ . \\ . \\ \nu^{\rm L}\mu^{\rm L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(1 - \beta\mu^{\rm L}\right)\Gamma\nu^{\rm L} \\ . \\ . \\ \left(\mu^{\rm L} - \beta\right)\Gamma\nu^{\rm L} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \nu^{\rm R} \\ . \\ . \\ \nu^{\rm R}\mu^{\rm R} \end{pmatrix}. \tag{A.7}$$

The first matrix on the left-hand side of (A.7) is the SLT matrix acting upon the momentum four-vector (in units of $c/h$). Relations (A.2) and (A.3) are now evident.

První matice na levé straně (A.7) je matice SLT, působící na čtyřvektor hybnosti (v jednotkách $c/h$). Vztahy (A.2) a (A.3) jsou nyní zřejmé.

In order to derive equation (A.5) for intensity, we consider a bunch of $N$ photons crossing perpendicularly a surface element $\mathcal{S}$. According to the Liouville theorem,

K odvození rovnice (A.5) pro intenzitu uvažme svazek $N$ fotonů, které protínají v kolmém směru povrchový element $\mathcal{S}$. Podle Liouvilleovy věty

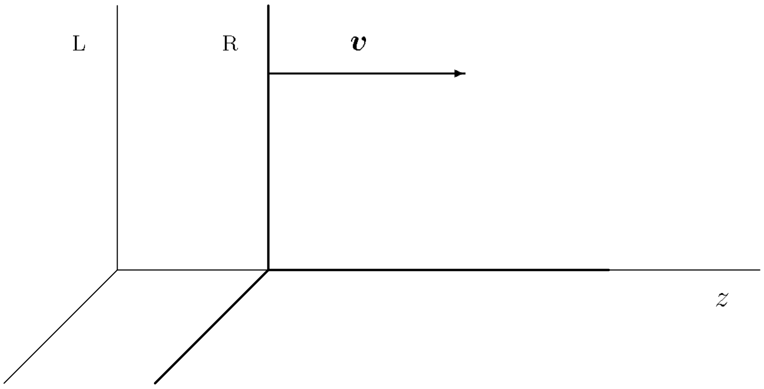


Figure 35: *The two frames of the special Lorentz transformation.*

Obrázek 35: *Dvě soustavy ve speciální Lorentzově transformaci.*

$$n \equiv \frac{N}{\mathcal{V}_{\boldsymbol{r}}\mathcal{V}_{\boldsymbol{p}}} = const,$$

where

kde

$$\mathcal{V}_{\boldsymbol{r}} = \mathcal{S}\,dt, \quad \mathcal{V}_{\boldsymbol{p}} = p^2\,dp\,d\varpi = (h/c)^3\nu^2\,d\nu\,d\varpi.$$

Validity of (A.5) can be now verified by considering the definition of intensity as a number $N$ of incoming photons with frequency $\nu$ per interval of time $dt$, per frequency interval $d\nu$, per solid angle element $d\varpi$,

Platnost (A.5) si teď ověříme, pokud vezmeme v úvahu definici intenzity jakožto počtu $N$ fotonů přicházejících s frekvencí $\nu$ v časovém intervalu $dt$, intervalu frekvence $d\nu$ a elementárním prostorovém úhlu $d\varpi$,

$$I \stackrel{\text{def}}{=} \frac{Nh\nu}{\mathcal{S}\,dt\,d\nu\,d\varpi}.$$

Transformation formula (A.2) for frequency then yields

Převodní vzorec (A.2) pro frekvenci pak vede k

$$I(\nu)/\nu^3 = const. \tag{A.8}$$

This formula is very useful because it relates intensity and frequency changes along a photon ray. In the limit of slow relative motion of both frames we can set $\nu^{\mathrm{L}} \approx \nu^{\mathrm{R}}$, and the intensity itself remains

Tento vzorec je velmi užitečný, protože dává do vztahu změnu intenzity a frekvence podél paprsku. V limitě pomalého vzájemného pohybu obou soustav můžeme položit $\nu^{\mathrm{L}} \approx \nu^{\mathrm{R}}$, takže se pak zachovává i constant, or, in other words,

samotná intenzita, neboli jinými slovy

$$\left[\frac{dI(\nu)}{d\ell}\right]_{\text{along light ray}} = 0.$$

This is a special case of the non-relativistic radiation transfer equation (10.33) in the absence of any intervening material.

Tento vztah vyjadřuje nerelativistickou rovnici přenosu záření (10.33) v nepřítomnosti jakékoli působící látky.

• In the end, we find the transformation rule for an electromagnetic field. This transformation can most directly be carried out by applying the SLT matrix twice to the electromagnetic field tensor:

• Na závěr nalezneme transformační pravidlo pro elektromagnetické pole. Tuto transformaci lze nejpřímočařeji provést dvojnásobnou aplikací matice SLT na tenzor elektromagnetického pole:

$$\begin{pmatrix} \Gamma & 0 & 0 & -\beta\Gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\Gamma & 0 & 0 & \Gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & E_x^{\mathrm{L}} & E_y^{\mathrm{L}} & E_z^{\mathrm{L}} \\ -E_x^{\mathrm{L}} & 0 & B_z^{\mathrm{L}} & -B_y^{\mathrm{L}} \\ -E_y^{\mathrm{L}} & -B_z^{\mathrm{L}} & 0 & B_x^{\mathrm{L}} \\ -E_z^{\mathrm{L}} & B_y^{\mathrm{L}} & -B_x^{\mathrm{L}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma & 0 & 0 & -\beta\Gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\Gamma & 0 & 0 & \Gamma \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & \Gamma(E_x^{\mathrm{L}} - \beta B_y^{\mathrm{L}}) & \Gamma(E_y^{\mathrm{L}} + \beta B_x^{\mathrm{L}}) & E_z^{\mathrm{L}} \\ \Gamma(\beta B_y^{\mathrm{L}} - E_x^{\mathrm{L}}) & 0 & B_z^{\mathrm{L}} & \Gamma(\beta E_x^{\mathrm{L}} - B_y^{\mathrm{L}}) \\ -\Gamma(E_y^{\mathrm{L}} + \beta B_x^{\mathrm{L}}) & -B_z^{\mathrm{L}} & 0 & \Gamma(\beta E_y^{\mathrm{L}} + B_x^{\mathrm{L}}) \\ -E_z^{\mathrm{L}} & \Gamma(B_y^{\mathrm{L}} - \beta E_x^{\mathrm{L}}) & -\Gamma(\beta E_y^{\mathrm{L}} + B_x^{\mathrm{L}}) & 0 \end{pmatrix}$$

$$\equiv \begin{pmatrix} 0 & E_x^{\mathrm{R}} & E_y^{\mathrm{R}} & E_z^{\mathrm{R}} \\ -E_x^{\mathrm{R}} & 0 & B_z^{\mathrm{R}} & -B_y^{\mathrm{R}} \\ -E_y^{\mathrm{R}} & -B_z^{\mathrm{R}} & 0 & B_x^{\mathrm{R}} \\ -E_z^{\mathrm{R}} & B_y^{\mathrm{R}} & -B_x^{\mathrm{R}} & 0 \end{pmatrix}. \qquad \text{(A.9)}$$

# B Unipolar induction/Unipolární indukce

Unipolar induction plays a role in the theory of magnetized rotating objects (cf. solar dynamo, pulsars, black holes).[290] It is thus instructive to explain this effect in greater detail using a simple model case of a rotating sphere immersed in an ex-

Unipolární indukce hraje roli v teorii zmagnetizovaných rotujících těles (viz sluneční dynamo, pulzary, černé díry).[290] Proto je poučné vysvětlit tento jev podrobněji s pomocí jednoduchého modelového případu rotující koule vnořené do ternal uniform magnetic field. This configuration reflects the essential features of more complicated and realistic configurations. The kinematical theory of unipolar induction was the focus of interest already during the last century.

vnějšího magnetického pole. Takové uspořádání odráží základní rysy složitějších a realističtějších uspořádání. Kinematická teorie unipolární indukce byla předmětem zájmu již v průběhu minulého století.

Let us denote the electric conductivities inside ($r \leq R_*$) and outside ($r > R_*$) the sphere by $\sigma_1$ and $\sigma_2$ ($0 < \sigma_1 \leq \infty$, $0 \leq \sigma_2 \leq \infty$), $\Omega$ is the angular velocity of its rotation; $\boldsymbol{B}_0$ be the magnetic induction of an external field which is directed along the rotation axis of the sphere.

Označme $\sigma_1$ a $\sigma_2$ elektrickou vodivost uvnitř ($r \leq R_*$) respektive vně ($r > R_*$) koule ($0 < \sigma_1 \leq \infty$, $0 \leq \sigma_2 \leq \infty$), $\Omega$ úhlovou rychlost její rotace; $\boldsymbol{B}_0$ budiž magnetická indukce vnějšího pole, které směřuje podél rotační osy koule.

The Lorentz transformation (A.9) of magnetic induction to a frame moving at velocity $\boldsymbol{v}$ can be expressed in the form

Lorentzovu transformaci (A.9) magnetické indukce do soustavy, která se pohybuje rychlostí $\boldsymbol{v}$, lze vyjádřit ve tvaru

$$\boldsymbol{B}'_{\|} = \boldsymbol{B}_{\|}, \qquad \boldsymbol{B}'_{\perp} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\left(\boldsymbol{B} - \frac{1}{c^2}\,\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{E}\right)_{\perp},$$

where $_\perp$ and $_\|$ denote components perpendicular and parallel to $\boldsymbol{v}$, respectively. In our case, the difference in magnetic induction is proportional to $(\Omega r/c)^2$ and we will neglect it in the first approximation.

kde $_\perp$ a $_\|$ označují složku kolmou k rychlosti $\boldsymbol{v}$ respektive rovnoběžnou s ní. V našem případě je rozdíl v magnetické indukci úměrný $(\Omega r/c)^2$, a my jej v prvním přiblížení zanedbáme.

Rotating in an originally uniform, purely magnetic field, the sphere induces an electric field, and thus also produces currents $\boldsymbol{j}_1$ (inside) and $\boldsymbol{j}_2$ (outside). The forces which slow down rotation arise as a consequence. However, it will be evident from what follows that within the assumed range of parameters $B_0$, $\Omega$, $R_*$, the characteristic slowing-down period is much longer than the rotation period, so that this back-reaction can be ignored.

Rotující koule indukuje elektrické pole v původně homogenním, čistě magnetickém poli, a vyvolává tedy rovněž proudy $\boldsymbol{j}_1$ (uvnitř) a $\boldsymbol{j}_2$ (vně). V důsledku toho vznikají síly brzdící rotaci. Avšak z následujícího bude patrné, že v předpokládaném rozsahu parametrů $B_0$, $\Omega$, $R_*$ je charakterisktická doba zpomalování je mnohem delší než perioda rotace, takže tuto zpětnou reakci lze zanedbat.

Electric intensity will be expressed in terms of scalar potential, $\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\nabla}\varphi$. Current density inside the sphere can be written as a sum of two terms — the

Elektrickou intenzitu vyjádříme pomocí skalárního potenciálu, $\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\nabla}\varphi$. Proudovou hustotu lze zapsat jako součet dvou členů — konvektivního proudu $\boldsymbol{j}_{\mathrm{conv}}$

[290] Roberts, P. H. 1993, «Dynamo theory», in *Astrophysical Fluid Dynamics*, Zahn, J.-P., & Zinn-Justin, J. (eds.) (North-Holland, Amsterdam), p. 229.

convective current $\boldsymbol{j}_{\rm conv}$ due to medium in motion, and the conductive current which obeys Ohm's law $\boldsymbol{j}_{\rm cond} = \sigma_1(\boldsymbol{E} + c^{-1}\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$:

způsobeného pohybem prostředí a vodivostního proudu, který splňuje Ohmův zákon $\boldsymbol{j}_{\rm cond} = \sigma_1(\boldsymbol{E} + c^{-1}\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$:

$$\boldsymbol{j}_1 = \underbrace{\rho_{\rm e}\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{j}_{\rm conv}} + \underbrace{\sigma_1\left(-\boldsymbol{\nabla}\varphi + \frac{1}{c}\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}_0\right)}_{\boldsymbol{j}_{\rm cond}}, \qquad r \le R_*\,, \tag{B.1}$$

with $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{r}$. Outside the sphere,

s $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{r}$. Vně koule je

$$\boldsymbol{j}_2 = -\sigma_2\boldsymbol{\nabla}\varphi, \qquad r > R_*. \tag{B.2}$$

Assuming $\sigma_1$, $\sigma_2 = const$, one can rewrite the continuity equation $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{j}_1 = \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{j}_2 = 0$ in the form

Za předpokladu $\sigma_1$, $\sigma_2 = const$, lze přepsat rovnici kontinuity $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{j}_1 = \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{j}_2 = 0$ do tvaru

$$\begin{aligned} -\nabla^2\varphi + 2c^{-1}\Omega B_0 &= 0, \qquad r \le R_*, & \text{(B.3)}\\ -\nabla^2\varphi &= 0, \qquad r > R_*. & \text{(B.4)} \end{aligned}$$

Boundary conditions for the potential and radial component of the current yield

Okrajové podmínky pro potenciál a radiální složku proudu dávají

$$\lim_{r\to R_*^-}\varphi = \lim_{r\to R_*^+}\varphi, \qquad \lim_{r\to R_*^-}(\boldsymbol{j}_1)_r = \lim_{r\to R_*^+}(\boldsymbol{j}_2)_r\,.$$

In addition, the potential is required to be finite for $r \to \infty$ and $r \to 0$. The boundary conditions imply

Navíc se požaduje, aby potenciál byl konečný při $r \to \infty$ a $r \to 0$. Z okrajových podmínek vyplývá

$$\sigma_1\left[\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right]_{r=R_*^-} - \sigma_1 c^{-1}\Omega B_0 R_*\sin^2\theta = \sigma_2\left[\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right]_{r=R_*^+}.$$

A solution for the potential has the form

Řešení pro potenciál má tvar

$$\varphi = \begin{cases} \frac{1}{3c}\Omega B_0\left[\frac{\sigma_1 r^2}{2\sigma_1+3\sigma_2}\,(1-3\cos^2\theta) + r^2 - R_*^2\right], & r \le R_*, \\ \frac{1}{3c}\Omega B_0\,\frac{\sigma_1 R_*^5}{(2\sigma_1+3\sigma_2)r^3}\,(1-3\cos^2\theta)\,, & r > R_*. \end{cases} \tag{B.5}$$

In the limit of a perfectly conducting sphere, i.e. $\sigma_1 \to \infty$, the above formu-

V přiblížení ideálně vodivé koule, tzn. $\sigma_1 \to \infty$, odpovídají výše uvedené vzorlae correspond to those presented with the discussion of the standard model of pulsars. Substituting the potential (B.5) in equation (B.2) with $r \to R_*^+$ one can verify immediately that electric current with non-zero latitudal component flows along the surface of the sphere. The surface charge can be expressed as a discontinuity in the radial electric field component on the surface:

ce rovnicím, které jsme popsali v diskuzi standardního modelu pulzarů. Po dosazení potenciálu (B.5) do rovnice (B.2) s $r \to R_*^+$ se okamžitě ověří, že na povrchu koule teče elektrický proud s nenulovou latitudální složkou. Povrchový náboj lze vyjádřit jako nespojitost radiální složky elektrického pole na povrchu:

$$\kappa = \frac{\Omega B_0 R_*}{12\pi c} \left[\frac{5\sigma_1}{2\sigma_1 + 3\sigma_2}\left(3 - 5\cos^2\theta\right) + 2\right]. \tag{B.6}$$

In the special case of a perfectly conducting sphere in an insulating medium,

Ve zvláštním případu ideálně vodivé koule v nevodivém prostředí je

$$\kappa = \frac{\Omega B_0 R_*}{8\pi c}\left(1 - 3\cos^2\theta\right). \tag{B.7}$$

The above relation corresponds to the Goldreich-Julian charge (7.5) but with a different configuration of the magnetic field (uniform as opposed to dipole). The radial component of electric intensity just above the surface of the sphere behaves like

Uvedený vztah odpovídá Goldreichově-Julianově náboji (7.5), ovšem s odlišným uspořádáním magnetického pole (homogenní na rozdíl od dipólového). Radiální složka elektrické intenzity těsně nad povrchem koule se chová jako

$$E_{r|r\searrow R_*} = \tfrac{1}{2c}\,\Omega B_0 R_*\left(1 - 3\cos^2\theta\right). \tag{B.8}$$

It is worth mentioning that a formally identical expression follows from a general relativistic treatment of a uniform magnetic test field in the background of a rotating black hole.[291]

Stojí za zmínku, že formálně totožný výraz plyne z obecně relativistického studia homogenního magnetického testovacího pole na pozadí rotující černé díry.[291]

The electric tension between the pole and the equator of the sphere is equal to the potential difference. In the case of a sphere of radius 1 m rotating with a period 0.01 s in an insulating medium with the external magnetic field $10^4$ G,

Elektrické napětí mezi pólem koule a jejím rovníkem je rovno rozdílu potenciálů. V případě koule, která má poloměr 1 m a otáčí se s periodou 0, 01 s v nevodivém prostředí s magnetickou indukcí $10^4$ G, zjistíme

[291] Phinney, E. S. 1983, *A Theory of Radio Sources*, Ph.D. Dissertation (Institute of Astronomy, Cambridge).

one finds that

$$U = \varphi_{|r=R_*,\theta=\pi/2} - \varphi_{|r=R_*,\theta=0} \approx 1\ \mathrm{V}.$$

However, a typical neutron star with the same period of rotation and magnetic induction of $10^{12}$ G creates a much greater tension: $U \approx 10^{16}$ V.

Ovšem typická neutronová hvězda se stejnou periodou a magnetickou indukcí $10^{12}$ G vytváří napětí mnohem vyšší: $U \approx 10^{16}$ V.

# C Rotating fluids/Rotující tekutiny

Here we will outline the derivation of the Poincaré-Wavre theorem, which is an elementary result of the theory of rotating fluids directly relevant to our discussion of toroidal configurations.[292]

Zde shrneme odvození Poincarého-Wavrova teorému, jenž je základním výsledkem teorie rotujících tekutin a má přímou souvislost s naší diskuzí toroidálních konfigurací.[292]

The Poincaré-Wavre theorem states that the following equivalencies hold in stationary rotating fluids:

Poincarého-Wavrova věta říká, že ve stacionárně rotujících tekutinách platí následující ekvivalence:

$$\Omega \equiv \Omega(R) \Leftrightarrow \boldsymbol{g}_{\mathrm{eff}} \equiv -\boldsymbol{\nabla}\overline{\Phi} \Leftrightarrow P \equiv P(\rho) \Leftrightarrow \boldsymbol{g}_{\mathrm{eff}} \times \boldsymbol{\nabla}\rho = 0. \tag{C.1}$$

The proof of this theorem goes as follows: Equation (4.56) implies that

Důkaz tohoto teorému se odvíjí následovně: Rovnice (4.56) dává

$$\frac{\partial \Omega^2 R}{\partial z} = \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial \rho}{\partial R}\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial \rho}{\partial z}\frac{\partial P}{\partial R}\right),$$

or

neboli

$$2\boldsymbol{v}\,\frac{\partial \Omega}{\partial z} = \boldsymbol{\nabla}\frac{1}{\rho} \times \boldsymbol{\nabla} P.$$

Therefore, $\partial\Omega/\partial z = 0$ is equivalent to $P \equiv P(\rho)$. Next, let us write equation (4.56) in the form

Tudíž $\partial\Omega/\partial z = 0$ je rovnocenné $P \equiv P(\rho)$. Napišme nyní rovnici (4.56) ve tvaru

[292] Lebovitz, N. R. 1967, «Rotating fluid masses», ARA&A 5, 465;
Tassoul, J.-L. 1978, *Theory of Rotating Stars* (Princeton University Press, Princeton).

$$\frac{1}{\rho}\,dP = (g_{\mathrm{eff}})_R\,dR + (g_{\mathrm{eff}})_z\,dz. \tag{C.2}$$

Suppose that $\Omega \equiv \Omega(R)$ and equations (4.60)–(4.61) hold. Then

Předpokládejme, že $\Omega \equiv \Omega(R)$ a že platí rovnice (4.60)–(4.61). Potom

$$\frac{1}{\rho}dP = -d\overline{\Phi}.$$

Let us consider the $\overline{\Phi} = const$ surface. On such a surface, $d\overline{\Phi} = 0$ and $dP = 0$. This can also be expressed by the relation $P \equiv P(\overline{\Phi})$,

Uvažme plochu $\overline{\Phi} = const$. Na ní je $d\overline{\Phi} = 0$ a $dP = 0$. To lze vyjádřit též vztahem $P \equiv P(\overline{\Phi})$,

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{d\overline{\Phi}}{dP},$$

and the density is of course also constant over a level surface.

a hustota je samozřejmě také na těchto hladinových plochách konstantní.

In the opposite direction of implications we assume

V obráceném směru implikací předpokládáme

$$\overline{\Phi}(P) = -\int \frac{dP}{\rho(P)}.$$

Equation (C.2) acquires the form

Rovnice (C.2) nabývá tvaru

$$d\overline{\Phi} = -(g_{\mathrm{eff}})_R\,dR - (g_{\mathrm{eff}})_z\,dz.$$

This means that $\overline{\Phi}$ is a total differential and equation (4.60) holds.

To znamená, že $\overline{\Phi}$ je úplným diferenciálem a rovnice (4.60) je splněna.

It follows that the specific angular momentum is a function of $R$, $l = R^2\Omega \equiv l(R)$, or it can be considered as a function of $\Omega$, i.e. $l \equiv l(\Omega)$. In our application we simplify the task by specifying the rotational law, $l(R)$ ($l = const$ is the simplest one), although more sophisticated treatment will not allow such an assumption.

Z uvedených vztahů vyplývá, že měrný moment hybnosti je funkcí $R$, $l = R^2\Omega \equiv l(R)$, nebo jej lze považovat za funkci $\Omega$, tzn. $l \equiv l(\Omega)$. V našem případě si úlohu zjednodušujeme předepsáním průběhu rotace, $l(R)$ (nejjednodušším je $l = const$), i když vylepšená řešení takový předpoklad umožňovat nebudou.

# D Photons near a black hole/Fotony blízko černé díry

We have studied the motion of particles with nonvanishing mass in connection with the formation of disks around black holes (p. 85). Now we will complete our discussion of the test-particle motion by investigating photon trajectories. We will restrict ourselves to qualitative features, although this problem can be solved in a much more complete (but technically complicated) manner.[293] In particular, we will find location of the circular photon orbit. There is no difficulty in setting the rest mass of a particle equal to zero in general relativistic equations of test-particle motion and tracing photon trajectories in this way.[294]

The effective potential for the photon motion can be constructed analogously to the effective potential for massive particles. This approach is described in detail in numerous texbooks. We will describe here an alternative approach in terms of the von Zeipel surfaces.

Within the framework of the Newtonian theory of gravity, it is a trivial observation that the ratio $\sqrt{l/\Omega} = const$ defines cylindrical surfaces of constant $R$ — von Zeipel cylinders. (Hugo von Zeipel became famous for his crucial contributions to the study of equilibria of rotating stars.[295] He has shown, under quite general assumptions about nuclear energy generation in stellar interiors, that

Dosud jsme studovali pohyb částic s nenulovou hmotností, a to ve spojení se vznikem disků kolem černých děr (str. 85). Nyní naši diskuzi pohybu testovacích částic doplníme a vyšetříme dráhy fotonů. Omezíme na kvalitativní rysy, i když tento problém lze řešit značně úplnějším (ovšem matematicky složitějším) způsobem.[293] Jmenovitě nalezneme polohu kruhové fotonové dráhy. V pohybových rovnicích testovacích částic v obecné teorii relativity nečiní žádné obtíže položit klidovou hmotnost částice rovnu nule a sledovat touto cestou dráhy fotonů.[294]

Efektivní potenciál, popisující pohyb fotonů, se konstruuje podobným postupem jako efektivní potenciál pro hmotné částice. Tento přístup je podrobně rozebrán v mnoha učebnicích. Zde popíšeme alternativní přístup, při němž využijeme vlastností von Zeipelových ploch.

Snadno nahlédneme, že v rámci Newtonovy gravitační teorie určuje podíl $\sqrt{l/\Omega} = const$ válcové plochy konstantního $R$ — tak zvané von Zeipelovy válce. (Hugo von Zeipel proslul svými základními příspěvky ke studiu rovnováhy rotujících hvězd.[295] Ukázal, že za poměrně obecných předpokladů o uvolňování jaderné energie ve hvězdných nitrech nemůže hvězda v zářivé rovnováze rotovat jako

[293] Chandrasekhar, S. 1983, *The Mathematical Theory of Black Holes* (Oxford University Press, New York).
[294] Misner, C. W., Thorne, K. S., & Wheeler, J. A. 1973, *Gravitation* (W. H. Freeman and Company, San Francisco).

a star in radiative equilibrium cannot rotate uniformly.) The topology of generalized von Zeipel cylinders is more complex in the general theory of relativity, and this fact also has important consequences for particles and fluids near compact objects.[296] Description in terms of von Zeipel surfaces is equivalent to the approach of the effective potentials and can be employed both for photons and for particles with a non-zero rest mass.

tuhé těleso.) V obecné teorii relativity je ovšem topologie zobecněných von Zeipelových ploch složitější, a tato skutečnost má vážné důsledky též pro částice a tekutiny v blízkosti kompaktních objektů.[296] Popis pomocí von Zeipelových ploch je rovnocenný přístupu efektivních potenciálů a lze ho použít jak pro fotony, tak i pro částice s nenulovou klidovou hmotností.

Figure 36[297] shows von Zeipel surfaces $\tilde{R} \equiv \sqrt{l/\Omega} = const$ constructed for photons orbiting in Schwarzschild spacetime (the vacuum spacetime of a spherical object outside $R_*$ which is matched to an internal solution with material confined inside this radius).[298] It can be seen that $1/\tilde{R}$ plays a role of the effective potential for the photon motion in the equatorial plane.[299] Cylindrical coordinates $\{R, \phi, z\}$ are used in this graph, as before in the text. The surfaces have a cylindrical form with $\tilde{R} \to R$ when the compactness parameter $\varepsilon$ [as defined by equation (3.3)] is negligible, but for larger values of $\varepsilon$ their shape and even topology changes. The three examples shown here correspond to quite a large value of $\varepsilon = 0.8$ for which general relativistic effects are evident: The outermost cylindrical surface together with the inner torus-shaped one (in blue colour) correspond to $\tilde{R} = 2\sqrt{3}R_{\rm g}$. (Toroidal part is completely closed inside $R_*$. Radius of the

Obrázek 36[301] ukazuje von Zeipelovy plochy $\tilde{R} \equiv \sqrt{l/\Omega} = const$, sestrojené pro fotony, kroužící ve Schwarzschildově prostoročase (vakuový prostoročas sférického objektu vně $R_*$ napojený na vnitřní řešení s látkou uzavřenou uvnitř tohoto poloměru).[298] Lze ukázat, že $1/\tilde{R}$ hraje roli efektivního potenciálu pro pohyb fotonů v rovníkové rovině.[299] Graf je opět vykreslen ve válcových souřadnicích $\{R, \phi, z\}$, používaných již dříve v hlavním textu. Při malé hodnotě parametru kompaktnosti [definovaného rovnicí (3.3)] mají tyto plochy válcovou podobu, přičemž $\tilde{R} \to R$, avšak při větších hodnotách $\varepsilon$ se jejich tvar a dokonce i topologie liší. Zde znázorněné plochy odpovídají poměrně vysoké hodnotě $\varepsilon = 0,8$, při níž jsou efekty obecné teorie relativity zjevné. Vnější válcová plocha společně s vnitřní plochou toroidálního tvaru (v modré barvě) odpovídají $\tilde{R} = 2\sqrt{3}R_{\rm g}$. (Toroidální část je zcela uzavřena uvnitř $R_*$. Poloměr toroidu s nulovou tloušťkou je roven po-

---

[295] Zahn, J.-P. 1993, «Instabilities and turbulence in rotating stars», in *Astrophysical Fluid Dynamics*, Zahn, J.-P., & Zinn-Justin, J. (eds.) (North-Holland, Amsterdam), p. 561;
Zeipel, H. von 1924, «The radiative equilibrium of a rotating system of gaseous masses», MNRAS 84, 665.

[296] Abramowicz, M. A. 1971, «The relativistic von Zeipel's theorem», Acta Astronomica 21, 81;
Boyer, R. H. 1965, «Rotating fluid masses in general relativity», Proc.Cambridge.Phil.Soc. 61, 527;
Chakrabarti, S. K. 1985, «The natural angular momentum distribution in the study of thick disks around black holes», ApJ 288, 1.

zero-thickness torus equals to radius of the inner circular photon orbit.)[300]

The central surface (red) corresponds to a critical value of $\tilde{R} = 3\sqrt{3}R_{\rm g}/2$. Notice the self-crossing nature of this surface in the region close to a compact object. Location of the cusp coincides with the outer circular photon orbit at the radius $1.5\,R_{\rm g}$ in the equatorial plane.

In the end there remains the innermost (green) surface with $\tilde{R} = \sqrt{3}R_{\rm g}$ which has a cylindrical topology again. The topology of von Zeipel surfaces has been changed when passing accross the circular orbit.

loměru vnitřní kruhové dráhy fotonů.)[300]

Prostřední plocha (červená) odpovídá kritické hodnotě $\tilde{R} = 3\sqrt{3}R_{\rm g}/2$. Povšimněme si, jak tato plocha protíná v blízkosti kompaktního objektu sama sebe. Poloha jejího vrcholu přitom souhlasí s umístěním vnější kruhové dráhy fotonů v rovníkové rovině na poloměru $1,5\,R_{\rm g}$.

Nakonec zbývá nejvnitřnější (zelená) plocha s $\tilde{R} = \sqrt{3}R_{\rm g}$, jež má opět topologii válce. Topologie von Zeipelových ploch se tedy mění při průchodu přes kruhovou dráhu.

---

[297] Colour illustrations are available at the *World-Wide-Web* server of the Astronomical Institute, Charles University Prague.
[298] Misner, C. W., Thorne, K. S., & Wheeler, J. A. 1973, *Gravitation* (W. H. Freeman and Company, San Francisco).
[299] Abramowicz, M. A., Miller, J. C., & Stuchlík, Z. 1993, «Concept of radius of gyration in general relativity», Phys.Rev.D 47, 1440.
[300] de Felice, F. 1969, «A relativistic effect in pulsating fluid spheres», Nuovo Cimento B 63, 649.
[301] Barevné obrázky jsou dostupné na *World-Wide-Web* serveru Astronomického ústavu Univerzity Karlovy v Praze.

*Judge a man by his questions rather than his answers.*

VOLTAIRE

# CONCLUSION

It remains to stress the hope that we have helped to spark further interest in scientific research — either in physics generally, in astrophysics or in the particular subject of this text. By no means do we pretend that all aspects relevant to the discussed topics were addressed, and we even could not treat fine details of the problems which we have attacked. We did try to show some methods and approaches. We believe that a fruitful balance between observational evidence and theoretical reasoning became evident.

As a basis for our text we have used a number of works by different authors. A minor portion of this volume reflects our own contributions to the subject. The subsequent brief bibliography suggests suitable textbooks which are recommended to enthusiasts for more detailed information. A number of citations have already been given as footnotes at appropriate places in the text. Further references to contributions on specific topics can be traced there.

# ZÁVĚR

Závěrem bychom chtěli vyjádřit víru, že se nám zdařilo podnítit další zájem o vědecký výzkum — ať už to bude ve fyzice obecně, v astrofyzice, či ve speciálním tématu tohoto textu. V žádném případě nepředstíráme, že bychom zde obsáhli veškeré aspekty probíraných témat, ani jsme nemohli rozebírat podrobnosti popisovaných problémů. Oč jsme se pokusili, bylo ilustrovat některé metody a přístupy. Věříme, že se jasně prokázala plodnost vyváženého přístupu k pozorovacím výsledkům a teoretickým úvahám.

Jako základ našeho textu jsme použili řadu prací od různých autorů. Menší díl tohoto svazku odráží naše vlastní příspěvky k tématu. Následující stručná bibliografie uvádí vhodné učebnice, které doporučujeme zájemcům k podrobnější informaci. Řada citací již byla uvedena formou poznámek pod čarou na patřičných místech v textu. Tam lze rovněž vystopovat odkazy na příspěvky k jednotlivým tématům.

Here is a summary of common abbreviations of scientific journals which frequently publish works with astronomical and astrophysical content:[302]

Následuje seznam obvyklých zkratek odborných časopisů, v nichž se často publikují práce s astronomickým a astrofyzikálním obsahem:[303]

| | |
|---|---|
| AJ | Astronomical Journal |
| ARA&A | Annual Review of Astronomy and Astrophysics |
| ApJ | Astrophysical Journal; Astrophysical Journal — Letters |
| ApJS | Astrophysical Journal, Supplement |
| Appl.Optics | Applied Optics |
| Ap&SS | Astrophysics and Space Science |
| A&A | Astronomy and Astrophysics |
| A&A Rev. | Astronomy and Astrophysics Reviews |
| A&AS | Astronomy and Astrophysics, Supplement |
| AZh | Astronomicheskii Zhurnal |
| BAAS | Bulletin of the American Astronomical Society |
| BAC | Bulletin of Astronomical Institutes of Czechoslovakia |
| Czech.J.Phys. | Czechoslovak Journal of Physics |
| J.Math.Phys. | Journal of Mathematical Physics |
| JRASC | Journal of the Royal Astronomical Society of Canada |
| MmRAS | Memoirs of the Royal Astronomical Society |
| MNRAS | Monthly Notices of the Royal Astronomical Society |
| Phys.Rev.A | Physical Review A: General Physics |
| Phys.Rev.B | Physical Review B: Condensed Matter |
| Phys.Rev.C | Physical Review C: Nuclear Physics |
| Phys.Rev.D | Physical Review D: Particles and Fields |
| Phys.Rev.Lett | Physical Review Letters |
| PASP | Publications of the Astronomical Society of Pacific |
| PASJ | Publications of the Astronomical Society of Japan |
| QJRAS | Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society |
| S&T | Sky and Telescope |
| Solar Phys. | Solar Physics |
| Soviet Ast. | Soviet Astronomy |
| Space Sci.Rev. | Space Science Reviews |
| ZAp | Zeitschrift für Astrophysik |

[302] For a complete list, see, e.g. , *Astronomy and Astrophysics Abstracts* (published yearly by Springer-Verlag, Berlin).

[303] Úplný seznam viz např. *Astronomy and Astrophysics Abstracts* (každoročně vydává nakladatelství Springer-Verlag, Berlin).

# Further reading/Doporučená literatura


[1] Belvedere, G. (ed.) 1989, *Accretion Disks and Magnetic Fields in Astrophysics*, Astrophys.Sp.Sci.Libr., vol. 156. (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht)

[2] Blandford, R. D., Netzer, H., & Woltjer, L. 1990, *Active Galactic Nuclei*, Courvoisier, T. J.-L., & Mayor, M. (eds.) (Springer-Verlag, Berlin)

[3] Frank, J., King, A. R., & Raine, D. J. 1992, *Accretion Power in Astrophysics* (Cambridge University Press, Cambridge)

[4] Ginzburg, V. L. 1989, *Applications of Electrodynamics in Theoretical Physics and Astrophysics* (Gordon and Breach, Science Publishers, New York)

[5] Kirk, J. G., Melrose, D. B., & Priest, E. R. 1994, *Plasma Astrophysics*, Benz, A. O., & Courvoisier, T. J.-L. (eds.) (Springer-Verlag, Berlin)

[6] Lang, K. R. 1974, *Astrophysical Formulae* (Springer-Verlag, Berlin)

[7] Longair M. S. 1994, *High Energy Astrophysics* (Cambridge University Press, Cambridge)

[8] Pacholczyk, A. G. 1970, *Radio Astrophysics* (W. H. Freeman and Company, San Francisco)

[9] Sandqist Aa., & Ray, T. P. (eds.) 1993, *Central Activity in Galaxies*, Lecture Notes in Physics 413 (Springer-Verlag, Berlin)

[10] Shapiro, S. L., & Teukolsky, S. A. 1983, *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars* (Wiley-Interscience, New York)

[11] Shore, S. N., Livio, M., & van den Heuvel, E. P. J. 1994, *Interacting Binaries*, Nussbaumer, H., & Orr, A. (eds.) (Springer-Verlag, Berlin)

[12] Zel'dovich, Ya. B., & Novikov, I. D. 1971, *Relativistic Astrophysics*, vol. 1, Stars and Relativity (Chicago University Press, Chicago)